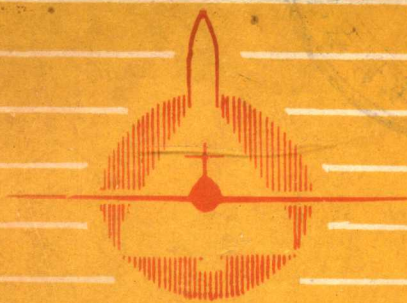


航空发动机强度计算

吕文林 主编



国防工业出版社

V231.91
1002

航空发动机强度计算

吕文林 主编



国防工业出版社

651240

内 容 简 介

本书共分六章，内容为转子叶片强度计算、轮盘强度计算、叶片振动、轮盘振动、发动机的振动与平衡、航空发动机零件的疲劳强度与寿命分析。本书在对各零（组）件的工作条件和计算的基本理论进行说明与分析以后，还介绍了设计时常用的并适于编制程序在电子计算机计算的方法，附有 FORTRAN 计算程序。

本书可供航空发动机设计专业教学用，也可供航空工厂、研究所、民航、空军有关人员参考。由于航空燃气涡轮发动机与地面用燃气轮机和蒸汽轮机很有类似之处，故也可供这方面有关人员参考。

航空发动机强度计算

吕 文 林 主 编

*

国防工业出版社 出版

（北京市车公庄西路老虎庙七号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 印张12¹/₂ 283千字

1988年12月第一版 1988年12月第一次印刷 印数 0,001—1,280册

ISBN 7-118-00343-3/V31 定价：2.55元

025100

✓231.91
1002-1

前 言

本书是根据航空高等院校专业教育计划的规定编写而成。在编写过程中，考虑了当前科学技术的发展和工厂、研究所的需要，确定了本书的内容。全书共分六章。在各章编写中引用了有关厂、所、院校的科研与生产的成果，并汇集两个院校多年来的教学经验。

本书在叙述过程中，注意分析发动机主要零件的工作条件，并在此基础上简化为具体的力学模型、建立基本方程，同时着重基础知识，介绍了目前通用的常规计算方法。关于更精确的有限元方法，将在另一门课程内讲授。为使学者计算方便，在第一、二、三、五章后附有计算程序。

本书与《航空发动机构造》一书配合使用，作为航空发动机专业“航空发动机结构与强度计算”课程的教科书。本书也可供航空工厂、研究所、专科学校和部队有关人员参考。由于航空燃气涡轮发动机和地面用燃气轮机和蒸汽轮机很有类似之处，故也可供这方面有关人员参考。

本书内容多于教学计划要求，作为教学用书时，各使用单位可按具体情况对内容酌情取舍。

本书由吕文林主编。参加编写的有南京航空学院陈士煊、西北工业大学严鑫源、陈群、徐林耀。

在本书编写过程中，吴铁鹰参加了第二章的初稿编写工作，任平珍为第五章提供了例题。此外，林秀荣、欧阳绍泽、廖明夫、杨伸记也参加了部分工作。

本书由南京航空学院黄太平主审。

由于编者水平和资料有限，书中难免有某些缺点和错误，希望读者对本书提出批评和指正。

编 者

目 录

第一章 转子叶片强度计算	1
第一节 概述	1
第二节 离心拉伸应力计算	3
第三节 弯曲应力计算	5
第四节 总应力与安全系数	12
第五节 影响叶片强度的因素	13
第六节 榫头强度计算	16
附录 叶片应力计算程序	21
第二章 轮盘强度计算	26
第一节 概述	26
第二节 轮盘强度计算的基本公式	28
第三节 简单几何形状的轮盘强度计算	31
第四节 复杂剖面的轮盘强度的近似算法	41
第五节 轮盘的一些专门问题	45
附录	51
一、附表2-1 计算等厚盘应力的系数表	51
二、附表2-2 计算锥形盘应力的系数表	53
三、轮盘应力计算程序	54
第三章 叶片振动	58
第一节 概述	58
第二节 等截面叶片的弯曲振动	59
第三节 变截面叶片的弯曲振动	64
第四节 扭转及其它复杂振动	70
第五节 旋转叶片的弯曲振动	73
第六节 影响叶片自振频率的因素	77
第七节 振动应力	81
第八节 激振力分析	82
第九节 振动阻尼	87
第十节 颤振	89
第十一节 排除叶片振动故障	92
附录 渐近法计算程序及结果	99
第四章 轮盘振动	103
第一节 圆盘振动的形式	103
第二节 薄等厚圆盘的自振频率	104
第三节 影响盘自振频率的因素	106
第四节 动波	107
第五节 盘振动的激振力	110

第五章	发动机振动与平衡	111
第一节	概述	111
第二节	临界转速的基本特性	111
第三节	轴质量对临界转速的影响	114
第四节	陀螺力矩的影响	116
第五节	支承弹性的影响	124
第六节	阻尼的影响	133
第七节	其它影响临界转速的因素	136
第八节	多盘转子的临界转速计算	140
第九节	整机振动介绍	148
第十节	处理临界转速问题的方法	150
第十一节	发动机转子平衡	152
附录	用传递矩阵法计算转子临界转速的程序	157
第六章	航空发动机零件的疲劳强度与寿命分析	162
第一节	概述	162
第二节	疲劳强度研究的基础	163
第三节	零件疲劳寿命的估算方法	178
第四节	零件疲劳裂纹扩展寿命的计算	187
第五节	结束语	190
主要参考文献	191

第一章 转子叶片强度计算

第一节 概 述

转子叶片是压气机和涡轮中完成功能转换的重要零件，在发动机工作时承受着很大的负荷。若转子叶片强度不足，将产生裂纹、折断等故障，碎片飞出还会打坏邻近的叶片和机匣，造成严重的事故。发动机中转子叶片的数量又很大，少则几百片，多达几千片。如果能减轻转子叶片的重量，则轮盘、转子和承力机匣等构件的重量也随之减轻，使整台发动机的重量大为减轻。因此，转子叶片强度计算的目的是为了保证所设计的转子叶片能可靠工作，又使其尽可能轻。

设计叶片时，首先要进行压气机或涡轮的气动计算。根据计算的气动参数，选取一定的叶型，确定叶身各个截面的弦长 b 、最大厚度 c_{max} 、进出气角、前后缘小圆半径等叶型构造参数。其次还须确定叶片各个截面的面积和各个截面之间的相对位置（即叶片各截面重心沿叶高的变化）。然后进行叶片的强度计算，必要时还要做振动计算，并根据加工工艺和叠叶型须平滑过渡等要求进行修整。为了满足气动、强度、振动、工艺等各方面的要求，且力求重量最轻，上述计算和修整往往要进行多次。

本章讨论转子叶片的强度计算问题。应该指出，压气机和涡轮转子叶片的强度计算方法是基本相同的，只是在受力方向、叶片形状等方面有些不同。

一、受力分析

发动机工作时，转子叶片受到下列几种负荷（图1-1）：

1. 叶片自身质量产生的离心力

由于发动机的转速很高，故叶片自身的质量离心力很大。例如一个质量 0.03kg 的转子叶片在最大转速（ 11150r/min ）工作时产生的离心力达7000多牛顿，为自重的23000多倍。叶片在其自身离心力的作用下，将产生很大的拉伸应力和弯曲应力，还能引起扭转应力。

2. 气流的横向气体力

压气机或涡轮的转子叶片都处于流量大、流速高的气流中，无论是燃气驱动涡轮转子叶片，或是压气机转子叶片驱动空气，都有很大的横向气体力作用在叶片上，使叶片受到很大的气动弯矩。气体力使叶片中产生弯曲应力，还会引起扭转应力。

3. 热负荷

在涡轮中，燃气温度可达到 1400K 或更高，涡轮转子叶片的温度也将接近这个数值。压气机末几级转子叶片的温度也达 $500\sim 800\text{K}$ 或更高。这不仅使材料的许用应力减

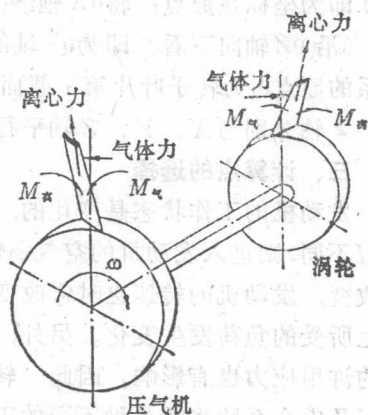


图1-1 作用在转子叶片上的力和弯矩

小，而且叶片由于温度分布不均匀而产生热应力。涡轮转子叶片中的热应力较大，特别是在发动机起动及停车时更为严重，叶片往往因热疲劳而损坏。

4. 振动负荷

由于气流扰动等原因会激起叶片振动，这将在叶片中产生交变的弯曲应力和扭转应力。在某些情况下，这种振动应力会很大。

在上述各种负荷同时作用的情况下，叶片的应力状态十分复杂，也难于计算。为了使问题简化，可只计算主要的应力成分，并求出其代数和，得到近似的总应力。然后根据叶片材料的许用应力，计算出安全系数。至于那些被忽略的和难于计算的应力成分，在强度储备中加以考虑。

二、简化假设和坐标系

计算转子叶片上的应力时，通常作如下假设：

1. 把转子叶片看作根部完全固装的悬臂梁。忽略叶片承受各种负荷后产生的变形。

2. 转子叶片仅承受自身质量离心力和横向气体力，只计算由离心力产生的拉伸应力和弯曲应力，以及由气体力引起的弯曲应力，不计叶片上的扭转应力、热应力和振动应力。

3. 设转子叶片各截面的扭转中心（刚心）、气体力压力中心与重心三者重合，则离心力和气体力均作用于重心，叶片受力变形的情况将大为简化。

转子叶片的轴线（各截面重心连线）通常是略有弯曲的空间曲线，因此计算叶片的强度时须采用如图 1-2 所示 X 、 Y 、 Z 和 x 、 y 、 z 两套直角坐标系。取转子的旋转轴线为 OX 轴，以发动机排气方向为正；通过叶根截面重心 O' 作 OX 轴的垂线即为 OZ 轴，以指向叶尖方向为正，垂足 O 即为坐标系原点；将 OX 轴绕 OZ 轴顺钟向旋转 90° （沿 OZ 轴向下看）即为 OY 轴的正向。截面坐标系的原点 O_i 为转子叶片第 i 截面的重心，其 x 、 y 、 z 轴分别与 X 、 Y 、 Z 轴平行。

三、计算点的选择

发动机的工作状态是变化的。飞行速度 V 和高度 H 不同，则进入发动机的空气温度、压力和流量都会改变。发动机的转速也时常改变。这都将引起叶片上所受的负荷发生变化。另外，温度的变化对材料的许用应力也有影响。因此，转子叶片上的应力情况及安全系数将随各种不同的工作状态而变化。

一般说来，只需要选取叶片可能出现危险的若干工作状态进行强度计算，即可保证在各种飞行状态下叶片能可靠工作。

如前所述，作用于叶片上的主要负荷是叶片自身的离心力和气体力。离心力与发动机转速有关，显然在最大转速 n_{max} 时的离心力最大。气体力的变化主要与发动机流量有关。由于设计叶片时通常设法使离心力弯矩和气体力弯矩尽可能相互抵消，这就要求对

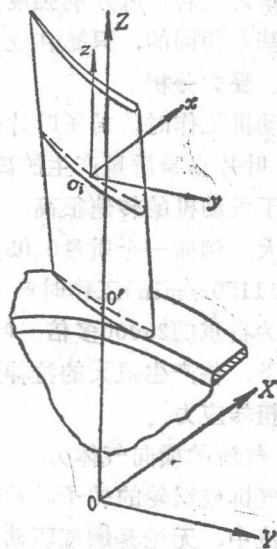


图1-2 叶片的坐标系

最大和最小气体力的两种情况都加以考虑。所以在对转子叶片进行强度计算时，选下列几种情况作为计算点：

(1) 发动机设计点（即地面试车状态， $H=0$ ， $V=0$ ， $n=n_{\max}$ ），应作为基本的计算点。

(2) 低空低温高速飞行状态，这时发动机空气流量最大，取 $H=0$ ， $V=V_{\max}$ ， $n=n_{\max}$ ， $t=233\text{K}$ 进行计算。

(3) 高空低速飞行状态，这时发动机空气流量最小，取 $H=H_{\max}$ ， $V=V_{\min}$ ， $n=n_{\max}$ ， $t=t_H$ 进行计算。 t_H 为高度 H_{\max} 处的空气温度。

此外，对于发动机中温度最高的工作状态和发动机使用寿命期内经常长期工作的状态，必要时也应对转子叶片作强度计算。

四、叶片截面的主要几何参数

进行强度计算时，需要知道叶片各截面的面积、重心坐标、主惯矩轴和主惯性矩。由于叶片截面形状特殊，一般难以解析计算，常借助计算机数值求解。此处介绍一种近似估算法（参看图1-3），计算误差约为 8~10%。

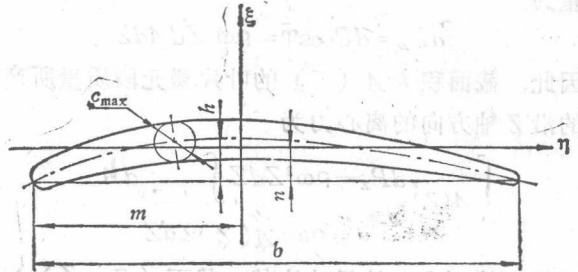


图1-3 近似估算叶型截面几何参数的简图
 b —弦长； c_{\max} —叶型最大厚度； h —叶型中弧线最大高度。

对于薄叶型：

$$\text{面 积 } A=0.693bc_{\max}$$

$$\text{重心坐标 } m=0.429b$$

$$n=0.811h$$

$$\text{主惯性矩 } J_{\eta}=0.04bc_{\max}^3+0.03bc_{\max}h^2$$

$$J_{\xi}=0.038b^3c_{\max}$$

最小主惯矩轴 η 与叶弦平行。

对于较厚的大曲度叶型：

$$\text{面 积 } A=0.7bc_{\max}$$

$$\text{重心坐标 } m=0.429b$$

$$n=0.762h$$

$$\text{主惯性矩 } J_{\eta}=0.041bc_{\max}(h^2+c_{\max}^2)$$

$$J_{\xi}=0.038b^3c_{\max}$$

最小主惯矩轴 η 与叶弦平行。

第二节 离心拉伸应力计算

转子叶片在自身质量离心力的作用下，将产生拉伸应力。显然，叶片任一垂直于 Z 轴的横截面上的离心拉伸应力等于该截面以上的叶片质量所产生的离心力沿 Z 轴方向的分量与该截面面积之比。这里假设在一个截面上的离心拉伸应力是处处相等的。

一、一般公式

如图 1-4 所示，在叶片上取一个高度为 dZ 的微元段，并在该微元段上取一个微元体 $dXdYdZ$ ，令微元体的面积 $dXdY=dA$ ，则微元体的离心力 dP 为

$$dP = \rho \omega^2 Z' dAdZ$$

式中 ρ —— 叶片材料的密度；

ω —— 转子旋转角速度；

Z' —— 微元体重心到旋转轴 X 的距离。

注意到 $Z = Z' \cos \varphi$ ，则离心力 dP 沿 Z 轴方向的分量为

$$dP_z = dP \cos \varphi = \rho \omega^2 Z dAdZ$$

因此，截面积为 $A(Z)$ 的叶片微元段质量所产生的沿 Z 轴方向的离心力为

$$\begin{aligned} \int_{A(Z)} dP_z &= \rho \omega^2 Z dZ \int_{A(Z)} dA \\ &= \rho \omega^2 A(Z) Z dZ \end{aligned}$$

这样，就可求出转子叶片某一截面 ($Z = Z_i$) 以上的叶片质量的离心力沿 Z 轴方向的分量为

$$P_{i, \text{总}} = \int_{Z_i}^{Z_k} \rho \omega^2 A(Z) Z dZ$$

式中 Z_k —— 叶尖处的 Z 坐标值；

$A(Z)$ —— 叶片横截面面积，是随 Z 坐标变化的函数。

则叶片某一截面 ($Z = Z_i$) 上的离心拉伸应力为

$$\sigma_{i, \text{总}} = \rho \omega^2 \frac{\int_{Z_i}^{Z_k} A(Z) Z dZ}{A(Z_i)} \quad (1-1)$$

对于等截面叶片， $A(Z) = A(Z_i) = \text{常数}$ ，故式 (1-1) 变为

$$\sigma_{i, \text{总}} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (Z_k^2 - Z_i^2) \quad (1-2)$$

从式 (1-2) 可知，截面所在的坐标 Z_i 愈小，则该截面上的离心拉伸应力愈大，叶根截面上的离心拉伸应力最大，而在叶尖处为零。图 1-5 示出等截面转子叶片离心拉伸应力随叶高的变化。

二、数值积分法

按照式 (1-1) 求叶片任一截面上的离心拉伸应力，必须知道叶片横截面面积随叶高变化的规律 $A(Z)$ 。一般说来，这一规律比较复杂，常不易用解析式表达和求积分。所以通常采用数值积分法。

如图 1-6 所示，将叶片分成 n 段，则从叶尖到叶根有第 0、1、2、……、 n 共 $n+1$ 个截面。先

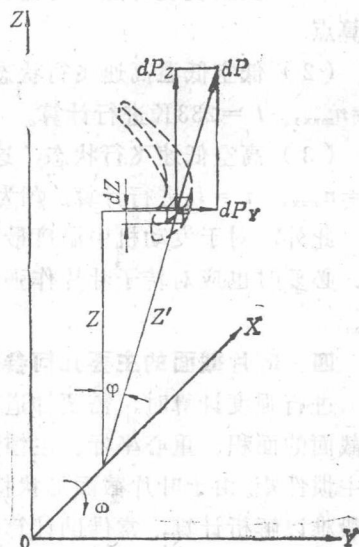


图1-4 叶片微元体所产生的离心力

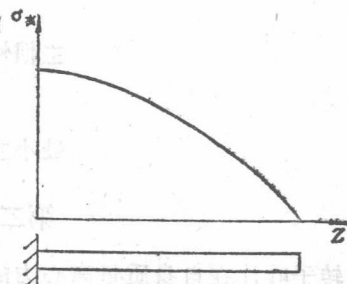


图1-5 等截面转子叶片离心拉伸应力随叶高的变化

研究第一段，即第0与第1截面之间的叶片段，该段叶片质量离心力沿Z轴方向的分量为

$$\Delta P_1 = \rho \omega^2 A_{m1} Z_{m1} \Delta Z_1$$

式中 $A_{m1} = \frac{1}{2}(A_0 + A_1)$ —— 第一段叶片的平均截面积；

$Z_{m1} = \frac{1}{2}(Z_0 + Z_1)$ —— 第一段叶片的平均Z坐标；

$\Delta Z_1 = Z_0 - Z_1$ —— 第一段叶片的Z向高度。

同理，可求出 ΔP_2 、 ΔP_3 、……、 ΔP_n 。

设叶片第i截面面积为 A_i ，则该截面上的离心拉伸应力为

$$\sigma_{i,n} = \frac{1}{A_i} (\Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots + \Delta P_i) = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^i \Delta P_j \quad (1-3)$$

由式(1-3)就可求得叶片各截面上的离心拉伸应力。叶片分段数愈多，结果就愈精确，一般至少分为5段。

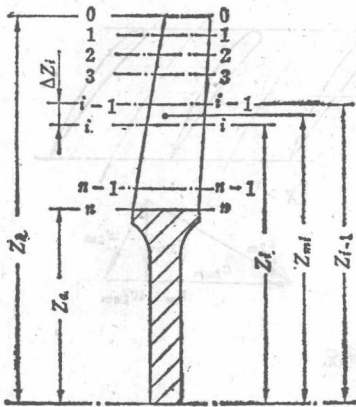


图1-6 叶片分段计算简图

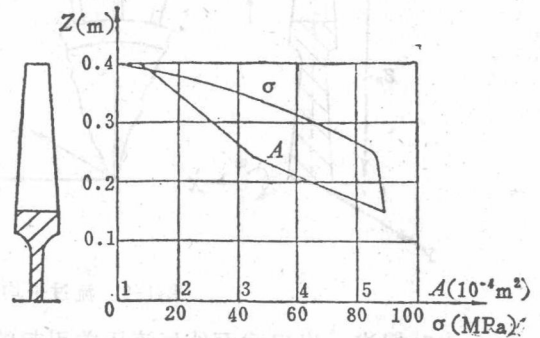


图1-7 某风扇叶片的截面积和离心拉伸应力曲线

图1-7给出某发动机第一级风扇叶片的截面积和离心拉伸应力沿叶高的变化曲线。由图可见：叶片截面积变化曲线由两段直线组成。离心拉伸应力在叶尖截面为零，向叶根方向逐渐增大。大约过了1/2叶高以后，由于截面积增大更甚，所以下半段的离心拉伸应力变化不大。根部截面的离心拉伸应力最大，在最大转速 $n_{max} = 8950 \text{ r/min}$ 时，达 87.6 MPa 。

第三节 弯曲应力计算

计算转子叶片的弯曲应力，必须先分别求出作用在叶片上的气体力弯矩和离心力弯矩。

一、气体力弯矩

当气物流过叶栅通道时，气流的轴向和周向速度都会发生变化，也就是说气流的动量发生了变化，说明气流受到了力的作用。

以压气机为例,如图 1-8 所示,气流流过转子叶片叶栅时,轴向速度有些降低,气流受到了两个轴向力:叶片给予气流的轴向力和叶栅进、出口截面处气流压差形成的轴向力。根据动量定理,这两个轴向力之和应等于每秒钟内气流的动量变化量。在叶片平均半径处取宽为一个栅距、高为 1 单位长度的窗口,则流过该窗口的气流每秒钟内的动量变化为

$$(\rho_{2m}c_{2am}t_{2m} \times 1)c_{2am} - (\rho_{1m}c_{1am}t_{1m} \times 1)c_{1am} = \frac{2\pi Z_m}{Q}(\rho_{2m}c_{2am}^2 - \rho_{1m}c_{1am}^2) \quad (a)$$

式中 ρ_{1m} 、 ρ_{2m} 和 c_{1am} 、 c_{2am} ——进、出口截面处气流的密度和轴向速度;

Z_m ——叶片的平均半径(叶根与叶尖半径的平均数);

Q ——叶片数,设进、出口截面处的栅距相等,即 $t_{1m} = t_{2m} = t_m$,

$$= \frac{2\pi Z_m}{Q}.$$

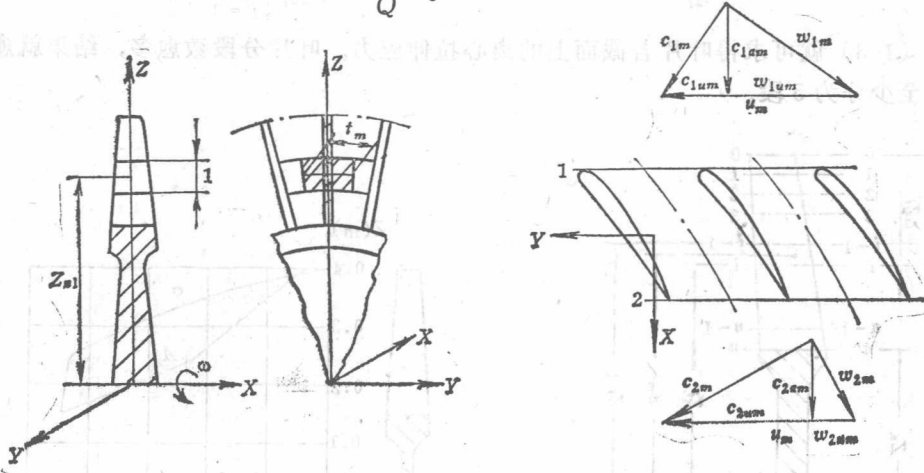


图1-8 流过平均半径处的气流情况

由叶栅进、出口截面处气流压差引起的轴向力为

$$(\rho_{1m} - \rho_{2m})t_m \times 1 = \frac{2\pi Z_m}{Q}(\rho_{1m} - \rho_{2m}) \quad (b)$$

式中 ρ_{1m} 、 ρ_{2m} ——分别为叶栅进、出口截面平均半径处气流的静压。

将 (a) 式减去 (b) 式, 即得叶片给予流过窗口气流的轴向力为

$$\frac{2\pi Z_m}{Q} [(\rho_{2m}c_{2am}^2 - \rho_{1m}c_{1am}^2) + (\rho_{2m} - \rho_{1m})]$$

根据作用力与反作用力定律, 单位叶高上受到的气体力轴向分量为

$$p_{xm} = \frac{2\pi Z_m}{Q} [(\rho_{1m}c_{1am}^2 - \rho_{2m}c_{2am}^2) + (\rho_{1m} - \rho_{2m})] \quad (1-4)$$

同理可得单位叶高上受到的气体力周向分量为

$$p_{ym} = \frac{2\pi Z_m}{Q} (\rho_{1m}c_{1am}c_{1um} - \rho_{2m}c_{2am}c_{2um}) \quad (1-5)$$

式中 c_{1um} 、 c_{2um} ——叶栅进、出口截面平均半径处气流的周向速度。

式 (1-4)、(1-5) 给出了平均半径处单位叶高上受到的气体力。由于气流参数沿叶高是变化的, 因此在任一半径处单位叶高上受到的气体力也是变化的, 只要在式(1-4)、

(1-5) 中代入该半径处相应的气流参数值, 即可求得该处的气体力 p_x 、 p_y 。必须指出, 式 (1-4) 与 (1-5) 对于压气机或涡轮的转子叶片都是适用的, 但应注意它们所受气体力的方向是相反的。气体力的方向根据 p_x 、 p_y 的正负而定, 即顺 x 、 y 轴正向的气体力为正, 反之为负 (图1-9)。

气体力将在叶片上引起气体力弯矩。下面介绍两种计算气体力弯矩的方法。

1. 近似估算法

进行近似估算时, 忽略气体力 p_x 、 p_y 沿叶高的变化, 而认为它们是均匀分布的, 都等于平均半径处的数值。这样, 转子叶片就象是受均布载荷的悬臂梁。

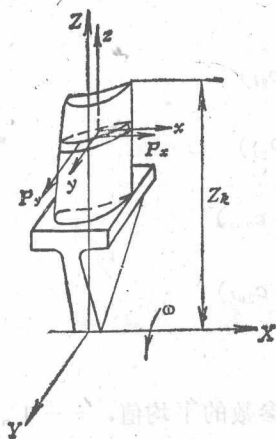


图1-9 气体力的方向

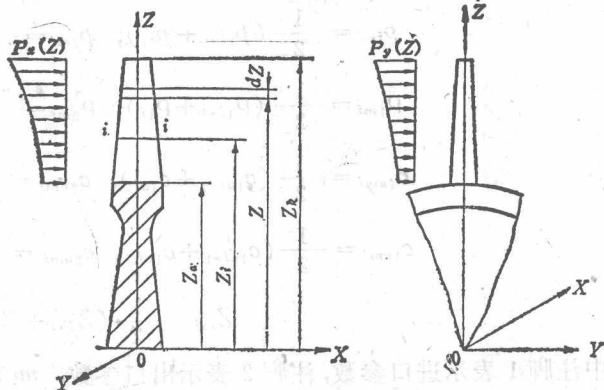


图1-10 沿叶高变化的气体力

对于位于半径 Z_i 处的叶片截面, 引起气体力弯矩的气体力为 $p_{xm}(Z_k - Z_i)$ 与 $p_{ym}(Z_k - Z_i)$, 力臂为 $\frac{1}{2}(Z_k - Z_i)$, 则作用在该截面上的气体力弯矩为

$$\left. \begin{aligned} M_x(Z_i)_{\pi} &= -\frac{1}{2} p_{ym}(Z_k - Z_i)^2 \\ M_y(Z_i)_{\pi} &= -\frac{1}{2} p_{xm}(Z_k - Z_i)^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

弯矩的方向按右手定则确定, 它的正向与坐标轴的正向一致。据此规定, 正的 p_x 产生负的 y 轴方向的弯矩, 正的 p_y 产生正的 x 轴方向的弯矩, 因此在式 (1-6) 中 $M_y(Z_i)_{\pi}$ 取负值。

2. 数值积分法

要比较准确地计算气体力弯矩, 必须考虑气流参数沿叶高的变化, 因而单位叶高上受到的气体力 p_x 、 p_y 沿叶高也是变化的, 记作 $p_x(Z)$ 、 $p_y(Z)$, 如图1-10所示。

显见, 叶片上任一半径 Z_i 处截面上的气体力弯矩 $M_{xi, \pi}$ 、 $M_{yi, \pi}$ 等于 i 截面以上部分所受到的气体力对 i 截面 x 、 y 轴的力矩。在这部分叶片上从半径 Z 到 $Z + dZ$ 取一微元段, 则该微元段所受到的气体力为 $p_x(Z)dZ$ 、 $p_y(Z)dZ$, 它们对 i 截面 x 、 y 轴的力矩分别为

$$\begin{aligned} dM_{xi, \pi} &= p_y(Z)dZ(Z - Z_i) \\ dM_{yi, \pi} &= -p_x(Z)dZ(Z - Z_i) \end{aligned}$$

积分可得

$$\left. \begin{aligned} M_{xi, \tau_i} &= \int dM_{xi, \tau_i} = \int_{Z_i}^{Z_k} p_y(Z)(Z - Z_i) dZ \\ M_{yi, \tau_i} &= \int dM_{yi, \tau_i} = - \int_{Z_i}^{Z_k} p_x(Z)(Z - Z_i) dZ \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式(1-7)中的积分通常不易求解, 而用数值积分法作近似计算。将叶片从叶尖到叶根分成 n 段, 共 $n + 1$ 个截面(图1-11)。根据气动计算或气动测量结果, 可得到 $n + 1$ 个截面处叶栅进、出口的气流参数。假设在 n 段叶片的每一段上, 进、出口的气流参数是一常数, 即用每一段气流参数的平均值表示之。例如, 在第 $i - 1$ 截面到第 i 截面的第 i 段上, 有

$$\begin{aligned} p_{1mi} &= \frac{1}{2}(p_{1i-1} + p_{1i}), & p_{2mi} &= \frac{1}{2}(p_{2i-1} + p_{2i}) \\ \rho_{1mi} &= \frac{1}{2}(\rho_{1i-1} + \rho_{1i}), & \rho_{2mi} &= \frac{1}{2}(\rho_{2i-1} + \rho_{2i}) \\ c_{1ami} &= \frac{1}{2}(c_{1ai-1} + c_{1ai}), & c_{2ami} &= \frac{1}{2}(c_{2ai-1} + c_{2ai}) \\ c_{1umi} &= \frac{1}{2}(c_{1ui-1} + c_{1ui}), & c_{2umi} &= \frac{1}{2}(c_{2ui-1} + c_{2ui}) \\ Z_{mi} &= \frac{1}{2}(Z_{i-1} + Z_i) \end{aligned}$$

式中注脚 1 表示进口参数, 注脚 2 表示出口参数, mi 表示第 i 段参数的平均值, $i - 1$ 、 i 表示第 $i - 1$ 、 i 截面的参数。

每一段叶片所受到的气体力沿叶高可以看作是均匀分布的。于是, 利用式(1-4)、(1-5)就可求得第 i 段叶片上所受到的气体力:

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= \frac{2\pi Z_{mi}}{Q} [(\rho_{1mi} c_{1ami}^2 - \rho_{2mi} c_{2ami}^2) + (p_{1mi} - p_{2mi})] (Z_{i-1} - Z_i) \\ P_{yi} &= \frac{2\pi Z_{mi}}{Q} (\rho_{1mi} c_{1ami} c_{1umi} - \rho_{2mi} c_{2ami} c_{2umi}) (Z_{i-1} - Z_i) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由此可计算出叶片第 j 截面上的气体力弯矩 M_{xj, τ_j} 、 M_{yj, τ_j} , 即为第 1 段至第 j 段叶片上受到的气体力 (P_{y1} 、 P_{y2} 、 \dots 、 P_{yj} ; P_{x1} 、 P_{x2} 、 \dots 、 P_{xj}) 对 j 截面 x 、 y 轴的力矩的总和(图1-12):

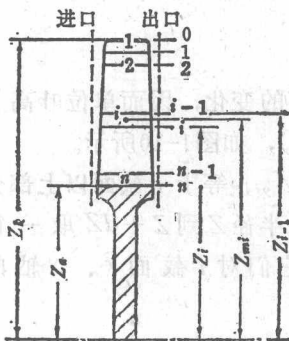


图1-11 气体力分段计算简图

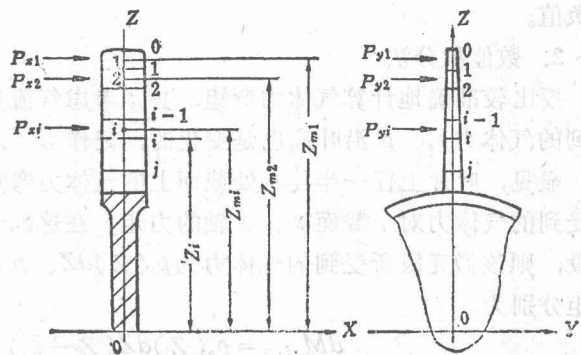


图1-12 气体力弯矩计算简图

$$\left. \begin{aligned} M_{x_j, \omega} &= P_{y_1}(Z_{m_1} - Z_j) + P_{y_2}(Z_{m_2} - Z_j) + \dots + P_{y_j}(Z_{m_j} - Z_j) \\ M_{y_j, \omega} &= -P_{x_1}(Z_{m_1} - Z_j) - P_{x_2}(Z_{m_2} - Z_j) - \dots - P_{x_j}(Z_{m_j} - Z_j) \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

或记作

$$\left. \begin{aligned} M_{x_j, \omega} &= \sum_{i=1}^j P_{y_i}(Z_{m_i} - Z_j) \\ M_{y_j, \omega} &= -\sum_{i=1}^j P_{x_i}(Z_{m_i} - Z_j) \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

二、离心力弯矩

若转子叶片各截面重心的连线不与 Z 轴重合，则叶片旋转时产生的离心力将引起离心力弯矩。通常采用数值积分法计算离心力弯矩。

如图 1-13 所示，将叶片分成 n 段共 $n+1$ 个截面，假定叶片各截面的面积 A_i 和重心坐标 (X_i, Y_i, Z_i) 为已知，则第 i 段叶片的离心力分量为

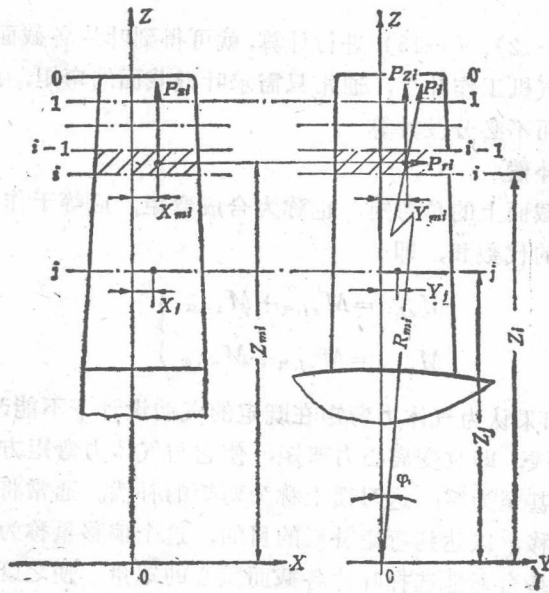


图 1-13 离心力弯矩计算简图

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= 0 \\ P_{yi} &= \rho \Delta V_i R_{mi} \omega^2 \sin \phi = \rho \omega^2 \Delta V_i Y_{mi} \\ P_{zi} &= \rho \Delta V_i R_{mi} \omega^2 \cos \phi = \rho \omega^2 \Delta V_i Z_{mi} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

式中 ρ ——叶片材料的密度；

ω ——旋转角速度；

ΔV_i ——第 i 段叶片的体积；

R_{mi} ——第 i 段叶片重心（坐标为 X_{mi} 、 Y_{mi} 、 Z_{mi} ）到旋转轴的距离，并且近似地认为

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_i &= \frac{1}{2}(A_{i-1} + A_i)(Z_{i-1} - Z_i) \\ X_{mi} &= \frac{1}{2}(X_{i-1} + X_i) \\ Y_{mi} &= \frac{1}{2}(Y_{i-1} + Y_i) \\ Z_{mi} &= \frac{1}{2}(Z_{i-1} + Z_i) \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

叶片第 j 截面上的离心力弯矩应等于第 1 段到第 j 段叶片的离心力分量 P_{yi} 、 P_{zi} 对 j 截面 x 、 y 轴的力矩的总和, 即

$$\left. \begin{aligned} M_{xj,\star} &= - \sum_{i=1}^j P_{zi}(Y_{mi} - Y_j) + \sum_{i=1}^j P_{yi}(Z_{mi} - Z_j) \\ M_{yj,\star} &= \sum_{i=1}^j P_{zi}(X_{mi} - X_j) \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

利用式 (1-11)、(1-12)、(1-13) 进行计算, 就可得到叶片各截面上的离心力弯矩。对于接近于等截面的压气机工作叶片, 通常只需求叶根截面的弯矩, 此时将整个叶身作为一段进行近似计算, 而不必分段计算。

三、弯矩的合成与补偿

作用在转子叶片 j 截面上的总弯矩, 也称为合成弯矩, 应等于作用在该截面上的气体力弯矩和离心力弯矩的代数和, 即

$$\left. \begin{aligned} M_{xj,\star} &= M_{xj,\text{气}} + M_{xj,\star} \\ M_{yj,\star} &= M_{yj,\text{气}} + M_{yj,\star} \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

研究式 (1-14), 如果认为气体力弯矩在既定的气动设计下不能改变, 而适当地设计叶片各截面重心的连线, 即改变离心力弯矩, 使它与气体力弯矩方向相反, 互相抵消, 使合成弯矩适当减小, 甚至为零。这习惯上称为弯矩的补偿。通常将叶片各截面的重心相对于 z 轴作适当的偏移, 以达到弯矩补偿的目的, 这个偏移量称为罩量。

所谓罩量调整, 就是合理地选择叶片各截面重心的罩量, 使之既保证叶片在发动机经常工作的状态具有较低的应力, 又照顾到在其它各种工作状态下的应力都不太大。要求叶片各截面上的弯矩都补偿得很好, 这是非常困难的。在一般情况下, 仅以根部截面作为罩量调整的对象。

由于压气机转子叶片与涡轮转子叶片所受气体力的方向相反, 所以这两种叶片重心连线的偏斜方向也是相反的, 偏斜方向总是与叶片所受气体力的方向一致 (见图 1-14)。

压气机叶片比较平直, 其各截面重心连线可取为直线。只要在加工轮盘上的榫槽时相对于轮心有一偏心距 Δ , 叶片安装到盘上后就形成一个偏斜角 θ (图 1-15)。这种办法较为简便, 因为只要改变 Δ 值而不更动其它设计, 就能得到不同的偏斜角, 以满足弯矩补偿的要求。

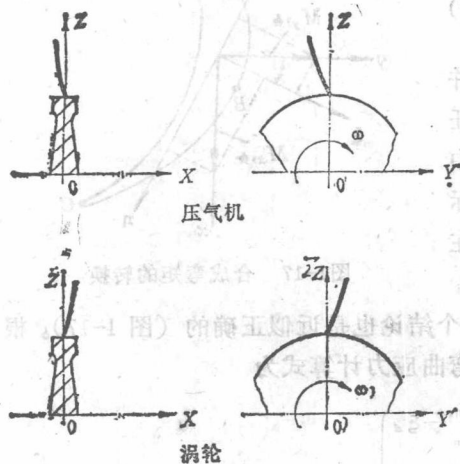


图1-14 叶片重心连线的偏斜

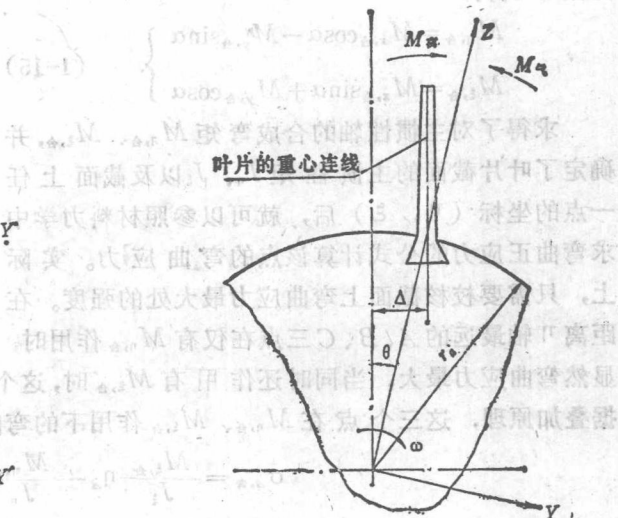


图1-15 压气机叶片的偏斜

涡轮转子叶片各截面重心的连线常为空间曲线，而且受加工方法的限制而不能随意调整。近年来，由于精锻、精铸和电加工工艺的发展，涡轮叶片不必依赖铣削加工，因此可以比较合理地进行量调整。

以离心力弯矩补偿气体力弯矩时，还必须注意到这两个弯矩随工作状态的变化。离心力弯矩只与转速有关，而气体力弯矩因飞行状态的不同可相差 10 余倍。这就产生了一个问题，离心力弯矩应按哪个飞行状态下的气体力弯矩来补偿呢？为了使叶片在各种飞行状态下的合成弯矩都不太大，往往取最大气体力弯矩（低空低温高速飞行状态）和最小气体力弯矩（高空低速飞行状态）的平均值作为离心力弯矩补偿的目标。

总之，量调整既要考虑到使叶片各个截面上都得到合适的弯矩补偿，又要兼顾到各种飞行状态，还涉及到叶片的加工和安装问题。

四、弯曲应力

按式 (1-14) 求出对转子叶片某截面上 x 、 y 轴的合成弯矩后，还不能立即计算弯曲应力，因为 x 、 y 轴通常不是截面的主惯性轴。

如图 1-16 所示，叶片截面与一个狭长的长方形截面相仿。这类截面的抗弯能力在各个方向是不一样的。通过截面重心，有一对惯性主轴 η 、 ξ ，对 η 轴的惯性矩最小，对 ξ 轴的惯性矩最大。计算弯曲应力时，总是对惯性主轴 η 、 ξ 而言的。因此，必须把对 x 、 y 轴的合成弯矩 $M_{x,\text{合}}$ 、 $M_{y,\text{合}}$ 转换为对 η 、 ξ 轴的合成弯矩。

前已指出，通过叶片截面重心的最小主惯性轴 η 近似地平行于叶弦，其正向指向叶片后缘， ξ 轴与 y 轴的夹角为 α 。合成弯矩 $M_{x,\text{合}}$ 、 $M_{y,\text{合}}$ 在 η 、 ξ 轴上的投影之代数和，即为 $M_{\eta,\text{合}}$ 、 $M_{\xi,\text{合}}$ ，转换公式如下（参

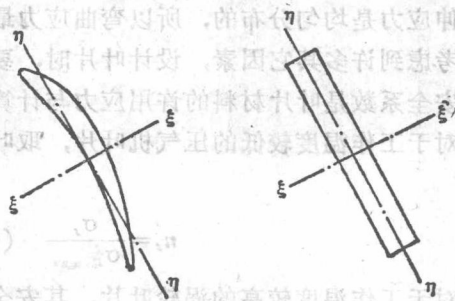


图1-16 叶片截面的主惯性轴