

# 导弹飞行力学基础

---

胡小平 吴美平 王海丽 编著

国防科技大学出版社

# 导弹飞行力学基础

胡小平 吴美平 王海丽 编著

国防科技大学出版社

湖南·长沙

图书在版编目(CIP)数据

导弹飞行力学基础/胡小平编著. —长沙:国防科技大学出版社,2006.7  
ISBN 7-81099-261-9

I.导… II.①胡… ②吴…③王 III.导弹飞行力学 IV.TJ760.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 004928 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

<http://www.gfkdcbs.com>

责任编辑:唐卫葳 责任校对:文慧

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

开本:787×960 1/16 印张:13.75 字数:262千  
2006年7月第1版第1次印刷 印数:1-3500册

\*

ISBN 7-81099-261-9 / TJ·3

定价:22.00元

# 前 言

在当前世界新军事变革的强力推动下,现代战争呈现出灵敏及时准确的侦察定位、快速反应和机动、中远程精确打击和陆海空天电(磁)五维一体联合作战等突出的特点。而精确打击就是摧毁预先选定的高价值以及时间关键性目标,同时尽可能减少附加伤亡。

作为精确打击实现的手段,精确制导武器在近几年的几场典型的高技术战争中得到了越来越广泛的应用。据统计,在1991年的海湾战争中,美军所使用的精确制导武器占总武器的比例为7.8%,在科索沃战争中为35%,而到了2003年的伊拉克战争,精确制导武器已达到了68%。这说明,精确制导武器已成为信息化战争的主战武器,因此许多国家都明确地将精确制导武器作为国家重点发展战略。

飞行力学作为精确制导武器的基础理论,与飞行器的工程设计和实际应用有着非常密切的关系,是导弹武器设计的重要理论基础。飞行力学是研究飞行器运动规律的学科,与飞行器的总体设计、制导和控制系统设计、结构设计有着密切的关系,是设计新型号和改进飞行器性能的关键技术之一。为了保证飞行器能完成预定的任务,在研制、试验和武器应用过程中,我们必须掌握飞行器的飞行运动规律。这样,在设计过程中,才能正确设计出飞行器的各类参数,如发动机推力、制导参数和控制系统参数等,以保证飞行器的飞行性能;在飞行试验中,才能正确评定飞行试验结果,对飞行器及其各分系统的特性做出正确评估;在武器实战应用中,才能根据所打击的目标来确定发射诸元,实现对目标的精确打击。

本书系统地论述了导弹飞行力学的基本理论及导弹动力学模型。

全书共分六章:第一章简要介绍了导弹飞行力学的研究内容;第二章详细论述了飞行力学研究的基础知识和坐标系定义,分析了坐标系间的转换方法;第三章介绍了变质量质点系基本原理,建立了变质量质点系的质心运动方程和绕质心转动方程;第四章介绍了作用在导弹上的力和力矩,详细分析了附加力与附加力矩、火箭发动机特性、地球引力与重力、空气动力与空气动力矩、控制力与控制力矩的模型;第五章为导弹的空间运动模型,着重分析了发射坐标系和速度坐标系下的导弹运动模型;第六章系统地分析了导弹运动的动态特性,在导弹运动方程线性化的基础上,详细分析了导弹的侧向扰动运动规律及运动模态和纵向扰动运动规律及运动模态。

本书是导弹武器系统的基础教材,适用于从事导弹武器总体设计、制导控制系统设计、飞行器系统仿真等专业的学生教材,对从事航天其飞行动力学、导弹武器总体技术、导航技术、制导控制技术、飞行器试验鉴定技术等专业的科技工作者和作战部队也有一定的参考价值。

在本书编著过程中,编者参考了原国防科技大学 303 教研室教师的著作和研究成果以及国内同行的研究成果,并得到他们的大力帮助;同时,国防科技大学出版社对本书的出版给予极大的支持与帮助,在此一并表示诚挚的感谢。

编 者

2006 年 5 月

# 目 录

## 前 言

## 第 1 章 绪 论

- 1.1 飞行力学的研究对象与内容 ..... ( 1 )
- 1.2 导弹飞行力学的研究方法 ..... ( 5 )

## 第 2 章 基本知识

- 2.1 天球的基本定义 ..... ( 9 )
- 2.2 球面三角形 ..... ( 10 )
- 2.3 天球坐标系 ..... ( 20 )
- 2.4 地球的基本知识 ..... ( 25 )
- 2.5 地球大气模型 ..... ( 30 )
- 2.6 坐标系之间的方向余弦阵 ..... ( 38 )
- 2.7 常用坐标系及其相互转换 ..... ( 43 )

思考题..... ( 55 )

## 第 3 章 变质量力学基本原理

- 3.1 变质量质点的基本方程 ..... ( 57 )
- 3.2 变质量质点系的质心运动方程和绕质心转动方程 ..... ( 59 )

思考题..... ( 63 )

## 第 4 章 作用在导弹上的力和力矩

- 4.1 附加力、附加力矩及火箭发动机特性..... ( 64 )

4.2 地球引力与重力 .....	(74)
4.3 空气动力和空气动力矩 .....	(84)
4.4 控制力与控制力矩 .....	(93)
思考题 .....	(101)
<b>第5章 导弹空间运动模型</b>	
5.1 矢量形式的导弹动力学方程 .....	(103)
5.2 在发射坐标系中的导弹空间运动模型 .....	(104)
5.3 在发射坐标系中的导弹弹道计算模型 .....	(118)
5.4 在速度坐标系中的导弹空间运动模型 .....	(127)
5.5 弹道导弹被动段运动模型 .....	(132)
思考题 .....	(148)
<b>第6章 导弹运动的动态特性分析</b>	
6.1 基本概念 .....	(150)
6.2 导弹运动方程的线性化 .....	(154)
6.3 纵向扰动运动 .....	(172)
6.4 侧向扰动运动 .....	(186)
6.5 纵向短周期扰动运动的模态 .....	(195)
6.6 侧向扰动运动的模态 .....	(204)
思考题 .....	(212)
附录 .....	(213)
参考文献 .....	(214)

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 飞行力学的研究对象与内容

### 1.1.1 飞行力学学科的定义和作用

#### 1. 飞行力学学科的定义

飞行力学学科的定义有不同的说法。最一般的说法是,飞行力学是研究飞行器运动规律的学科,是应用力学的一个新分支,是按照力学的基本原理结合具体对象——飞行器来分析、研究在有控制或无控制情况下飞行器运动特性的一门学科。

“飞行”一词定义为穿过流体介质或真空的运动,而“飞行器”一词是指由某种方式联结在一起的任一飞行的物体。若这样定义飞行和飞行器,则弹丸是最简单的飞行器,可视为一个理想刚体;而一架飞机可视为复杂的飞行器,它包含一个机体主体、旋转部分(喷气发动机)、操纵部分和液体部分。

按上述飞行器的定义,飞行器可分为四类:弹丸、飞机(又分为各种飞机,如直升机、歼击机、轰炸机、民用飞机等)、导弹(又细分为各种类型的导弹,如弹道导弹、战术导弹、地空导弹、巡航导弹等)和航天器(又细分为卫星、飞船、航天飞机、星际探测器等)。相应地有外弹道学、飞机飞行力学、导弹飞行力学和航天飞行动力学。在本书中飞行力学和飞行动力学无区别,只是习惯问题。不管飞行器种类多么复杂,除了弹丸的外弹道学外,可以统称上述各种飞行力学为飞行器飞行力学。

从力学观点来看,飞行器飞行力学与理论力学中的质点系动力学并没有本质区别。理论力学给出了一般力学对象做机械运动所应遵循的普遍规律,并描述了其运动的微分方程,而飞行器的运动只是飞行器所受的约束和外力性质方面存在某些特点。例如飞行器一般在三维空间内运动;飞行器所受的外力与运动状态、飞行器构造以及变形等有关;此外对有控飞行器而言,人们可以通过控制改变飞行器的受力情况,进而改变它的运动规律。所以飞行力学是根据力学



的普遍规律,深入分析飞行器这一特定对象做机械运动时的特殊规律,建立描述其运动的微分方程,揭示飞行器运动的客观规律,并用这些规律来解决工程的实际问题。

飞行器的运动与飞行器所受的空气动力、发动机推力、飞行器弹性变形以及改变其运动规律的控制力有密切的关系,因此飞行力学与许多学科发生着联系。这些学科包括:空气动力学、结构力学、推进技术、现代控制工程、经典力学、应用数学和计算机技术等等。其中计算机技术的发展,为飞行力学研究提供了有效快速的手段,促进了飞行仿真技术的发展。所有这些,都大大丰富了飞行器飞行力学的研究内容。

随着航空航天技术和精确制导武器技术的发展,飞行力学已经不单纯是一个力学学科的分支,它与控制发生着密不可分的联系,因此也可以这样来定义飞行力学:飞行力学是研究飞行器运动和引起运动的作用力之间相互关系的学科。飞行力学与飞行器的工程设计和实际应用有着非常密切的关系。飞行力学是武器系统型号设计、飞行器性能和使用条件、武器系统的可靠性、精度、攻防对抗、飞行仿真、飞行试验和战斗使用的理论基础,它已经发展成为一门多学科交叉的综合性学科。从广义上来讲,可以认为飞行力学是研究飞行器在气动力、惯性力、弹性力和控制力作用下的运动规律以及这四种力之间相互关系的学科。也有人简单地定义飞行力学是研究飞行器运动规律及其伴随发生现象的学科。为了突出控制对飞行力学的作用,也可以定义飞行力学是一门研究飞行器运动、控制以及外力相互作用的学科。

由于飞行器是一个复杂的系统,描述其运动的微分方程组十分复杂。如果不进行适当的简化,研究问题将十分不方便。根据飞行器的运动特点,在工程上常将飞行器的运动分成质心运动和绕质心运动两部分进行研究,相应地各种飞行器飞行力学也分为两部分,但名称各异。

例如,飞机飞行力学将分析质心运动规律,确定飞机基本飞行性能、续航性能、机动性能、起落性能和设计合理的飞行剖面称为飞机飞行性能计算。而将研究飞机绕质心运动称为飞机飞行动力学——飞机的稳定性和操纵性,着重分析在外界扰动和操纵作用下飞机(刚体、质点系)的运动特性,即所谓飞机的飞行品质,包括如何实现各种平衡飞行,平衡飞行状态受外界扰动后所呈现的运动稳定性以及飞机对于控制的反应等。

导弹飞行力学将分析导弹质心运动规律的学科称为弹道学,此时将导弹运动看作可控制质点的运动,即假定控制系统工作是理想的,导弹的质量集中在质心上,在飞行的任一瞬间作用在导弹上的所有外力的合力矩为零,即“瞬时平衡”假设。这样,研究作用在导弹上的力和运动之间的关系,就可以求出质心运动轨

迹,得到飞行速度、位置和过载等飞行参数。而将研究导弹绕质心运动规律的学科称为导弹动态特性,也有其他称呼,如导弹姿态动力学、弹体稳定性和操纵性等。

此时将导弹当作质点系来研究其运动情况,不仅要考虑作用在质心上的力,还要考虑绕质心作用的力矩,并把导弹看作控制系统的一个环节——控制对象,研究它的动态特性,即在干扰作用下,能否保持原来的飞行状态;在操纵机构作用下,导弹改变飞行状态的能力如何,也就是研究稳定性与操纵性问题。因此,导弹的动态分析也可称为导弹质点系动力学。导弹的动态特性如果只考虑导弹弹体本身的动态特性,认为舵固定或者以某种形式输入飞行器运动参数变化,称为弹体的动态性或弹体的稳定性和操纵性。

如果考虑控制系统工作,研究导弹对干扰的反应和有误差输入时的响应,称为导弹的动态特性或导弹的稳定性和操纵性,此时更多的是分析其落点精度或命中点精度,即精度分析。

航天器飞行动力学还有其他名称,如航天器运动理论、航天动力学,但更多的是称为航天动力学。研究航天器质心运动的学科称为轨道力学,其主要研究内容有轨道确定、轨道摄动、轨道设计及优化、轨道测量、变轨控制、轨道机动、轨道保持、交会对接、再入和着陆轨道等。研究航天器绕质心运动的学科称为航天器姿态动力学,实际上也可以称为航天器稳定性和操纵性,其主要研究内容有姿态确定、姿态保持和姿态控制等。在航天动力学和控制书刊中有自己的一套专用术语,如轨道控制和姿态控制,简称为轨控和姿控。其中:姿态控制是对航天器绕其质心的转动角和转动角速度的控制;轨道控制是对航天器质心位置和速度的控制。轨道控制又可以分为导航和制导两部分,导航的任务是确定航天器在飞行轨迹上的位置和速度,制导的任务是按一定的制导规律控制航天器按要求的飞行轨迹运动。

## 2. 飞行力学的作用

飞行力学作为研究飞行器运动规律的学科,与飞行器的工程设计和实际应用有着非常密切的关系:

(1) 飞行力学是型号设计的重要理论基础;

(2) 飞行力学决定飞行器的飞行性能、使用条件,与飞行器的总体设计、制导和控制系统设计、结构设计有着密切关系,是新型号设计和改进飞行器性能的关键技术之一;

(3) 飞行力学是研究飞行器的可靠性、精度、攻防对抗、作战效能和飞行规划的理论基础;

(4) 飞行力学是飞行器 CAD、飞行仿真和飞行试验的理论基础;

(5) 飞行力学是研究飞行器作为武器战斗使用问题的理论基础。

关于飞行力学的作用,中国科学院和工程院院士顾诵芬总结为:飞行器能否达到预期的战术技术性能、能否易于操作和安全使用,其评定最直接的手段是靠飞行力学的研究。

飞行力学与其他学科的关系和作用如图 1-1 所示。

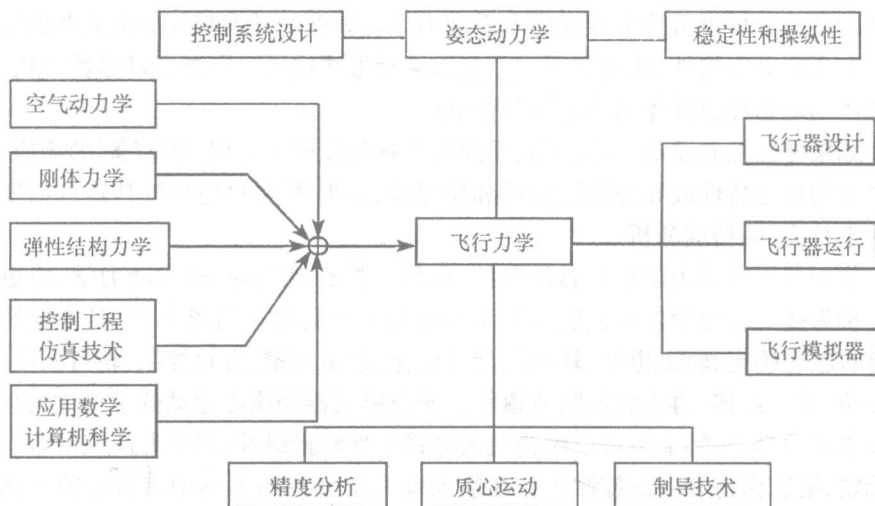


图 1-1 飞行力学与其他学科的关系示意图

### 1.1.2 导弹飞行力学的研究内容

导弹是依靠自身动力装置推进,带有制导控制系统,将弹头送到预定目标完成作战任务的武器。根据发射点和落点的不同,导弹可分为四类:

(1) 从地面或海面上发射,用以摧毁地面及海面上目标的弹道式导弹,亦称“面对面”导弹;

(2) 从地面或海面上发射,用以摧毁各种高度上空中目标(包括弹道式导弹弹头)的防空导弹,亦称“面对空”导弹;

(3) 从飞机上发射,用以摧毁地面及海面上目标的机载导弹,亦称“空对面”导弹;

(4) 从空中发射,用以摧毁空中目标的机载导弹,亦称“空对空”导弹。

根据射程的不同,导弹也可分为四类:

- (1) 近程导弹, 射程小于 1000km;
- (2) 中程导弹, 射程大于 1000km 而小于 3000km;
- (3) 远程导弹, 射程大于 3000km 而小于 8000km;
- (4) 洲际导弹, 射程大于 8000km。

根据作战使命的不同, 导弹又可分为两类: 战略导弹和战术导弹。战略导弹用于打击纵深战略目标, 射程远, 威力大, 通常射程大于 1000km。战术导弹用于战场直接支援部队的战斗行动, 导弹的尺寸小, 机动性能好, 射程比较小, 通常射程小于 1000km。

导弹飞行力学是研究导弹在飞行过程中, 在各种力作用下运动规律的一门学科。导弹属于无人驾驶的有控飞行器, 为了完成飞行任务的要求, 就需要按照一定的控制规律控制导弹的运动方向和速度。因此, 导弹飞行力学是在考虑导弹的气动特性、控制系统特性、推进系统特性、结构特性和环境特性条件下的运动学和动力学。

导弹飞行力学, 首先研究作用在导弹上的各种力和力矩在运动过程中的变化特性, 然后研究在这些力和力矩作用下导弹的运动学特性和动力学特性。

导弹的运动学和动力学特性按照其特点可以分为两种类型:

- (1) 导弹的整体运动, 即导弹的质心运动和导弹绕质心转动的姿态运动;
- (2) 导弹的局部运动, 如操纵面运动、弹性结构变形和振动、贮箱内液体晃动等, 这些局部运动的特性对导弹的整体运动会产生一定的影响。

研究导弹运动学、动力学及其有关的热力学、运动环境条件等交联问题, 为导弹控制系统设计、结构设计、导弹系统总体以及武器系统总体设计等提供数据, 是导弹研制的重要依据。

研究导弹飞行力学需要掌握数学、物理等基础理论, 以及空气动力学、控制理论、计算机技术、导弹系统总体设计、计算方法等方面的专业知识, 正确理解导弹在飞行过程中各种力的基本含义及其相互作用, 精确地建立各项数学模型, 并根据条件进行分析求解。

## 1.2 导弹飞行力学的研究方法

### 1.2.1 导弹飞行力学的研究特点

导弹的种类很多, 其飞行特性也有很大差异。如上文所述根据作战使命的不同, 导弹可分为战略导弹和战术导弹。由于战略导弹和战术导弹的作战任务、作战要求和应用环境有较大差别, 其战术技术指标也有很大不同。并且, 导弹在

飞行过程中,主要作战应用空域不同带来的飞行力学问题也是不一样的。

导弹飞行力学的主要特点有:

(1)不论是战略导弹还是战术导弹,主动段弹道是在大气层内,随着高度的剧烈变化,大气参数以及作用在导弹上的空气动力也有较大的变化,因而对导弹的性能带来较大影响,这是飞行力学研究十分关心的问题。

(2)由于导弹是无人驾驶飞行器,必须研究有控制系统的飞行力学问题。

(3)为了保证导弹能够精确命中目标,导弹常常使用复合制导方法,在不同的飞行阶段采用不同的控制和制导规律,以便实现精确打击。如何进行制导方法和控制系统设计,以提高制导精度,保证控制系统的稳定裕度,是飞行力学研究的重要问题。

(4)导弹在攻击机动目标时要求其自身具有较大的机动能力,特别是在接近目标时,可能出现大攻角飞行,造成导弹控制的非线性和交叉耦合(运动、惯性、控制系统、气动力)影响,这是飞行力学研究的重要课题。

(5)通常导弹在大气层中运动时气动载荷较大,气动引起的加热效应、结构弹性变形与控制回路的耦合,即伺服气动(热)弹性稳定性,是飞行控制系统设计时必须考虑的主要内容。

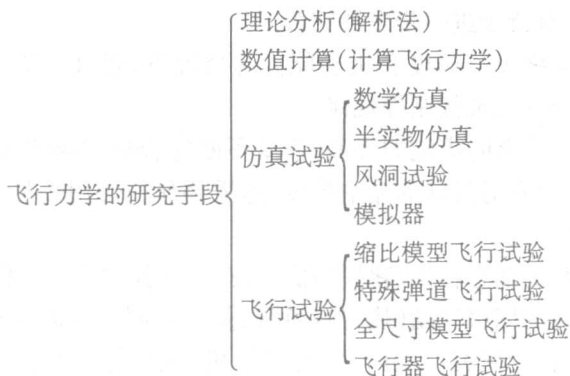
### 1.2.2 飞行力学的主要研究手段

研究导弹飞行力学的一般方法是理论与试验相结合的方法,即应用现有的知识,将所研究导弹的状态和过程用数学模型的形式加以表达,可以是代数方程、微分方程或统计数学方程等。方程的数量决定于所研究导弹武器系统的复杂程度以及要求的精确程度。要研究的问题越复杂、要求越精确,则所采用的模型就越复杂,这些方程组的求解就越困难。

一般来说,采用十分完整和精确的数学方程来描述研究大系统的困难极大,通常进行一定程度的简化处理,以能够满足实际设计工作需要为标准。但是这样的简化与实际有出入,有时采用地面试验数据或飞行试验数据并加以修正。为了验证数学模型的真实性和准确的置信度,需要进行计算机仿真、地面试验和飞行试验,用试验数据或统计模型与简化的数学方程进行比较。

飞行力学在解决飞行器设计、工程实施和模拟训练方面所用的研究手段归纳起来有四种:理论分析(解析法)、数值计算、仿真试验和飞行试验。

以上四种研究手段细分如下:



理论分析所应用的理论除理论力学外,主要有应用数学中的系统理论,特别是其中的随机过程和最佳估计理论。

数值计算这一研究手段随着计算机技术的发展,得到了迅速发展,甚至有人称之为计算飞行力学,它改变了人们过去为得到解析解而把问题加以简化的做法,因为目前计算速度可以使以前认为无法解决的优化弹道问题、系统设计问题变成十分简单的事情。

计算机技术和仿真的发展为导弹飞行力学提供了强有力的研究设计手段,使得在实验室里对导弹进行实时的六自由度数学仿真、半实物仿真成为可能,改变了过去主要依靠飞行试验的情况。利用计算机和仿真技术,飞行模拟训练和工程模拟为人员的培训、飞行品质的研究提供了有力的研究工具。

与此同时,飞行试验技术也有很大的发展,大容量的遥测设备、高精度遥测传感器和光测、雷测设备以及自动化数据处理技术,大大地提高了飞行数据的数量和质量,这就可以在仿真系统中建立飞行试验数据库,并在参数辨识和模型验证的基础上完成弹道重构,实现飞行试验和仿真试验的一体化,大大地改进导弹系统的试验和鉴定工作。

### 1.2.3 导弹飞行力学研究的发展方向

随着科学技术的发展,军事装备的性能不断提高,对导弹的性能提出了许多新的要求,特别是战术导弹的战技指标。当前对战术导弹的主要要求是提高飞行速度、增大有效射程、小型化、高机动、隐形性能好、突防能力强、精确制导和发射后自动寻的等,因而也给飞行力学研究提出了许多新的研究课题:

(1)超低空、掠海、掠地飞行有很好的突防能力,是战术导弹发展的重要方向,但是区域不稳定气流,海面的风场和导弹的击水、撞地等是超低空飞行中要解决的重要问题。

(2)垂直发射具有较好的全方位机动能力,能快速接近目标,但全方位机动

的最优制导方法有待于进一步发展完善。

(3)在提高导弹飞行速度和机动能力的情况下,要进一步深入研究拦截高速、高机动能力导弹的最优制导规律。

(4)随着对方反突防措施的提高,需要不断完善战术导弹飞行性能,提高战术导弹的突防能力和对目标的命中精度,这需要作战使用人员与飞行力学工作者密切配合开展研究。

当然,在导弹的动态特性、建模与仿真技术、试验方法与参数辨识、稳定特性与控制方法、导弹的伺服气动(热)弹性特性及其控制等方面也有大量问题需要飞行力学工作者进行研究。同时,随着计算机、飞行仿真和自动控制技术的发展,应当大力开展飞行力学的相关课题研究。

## 第 2 章 基本知识

### 2.1 天球的基本定义

球面天文学是天文学的一个分支,主要任务是研究天体的视位置和视运动,因而也是研究天体(包括人造天体,如人造地球卫星等)实际运动的重要基础。

当我们站在地球上观测天空时,总有一种感觉,天空仿佛是一个巨大的半球高耸在大地上,而我们所站立的位置就是球心,无论是白天的太阳还是夜晚的繁星和明月,我们分辨不出它们与我们之间的距离,似乎它们都位于天空这个巨大圆球的内壁上。并且不管我们站在地面上任何地方,总好像是站在这个圆球的中心。

实际上,这个圆球并不存在,我们之所以会产生这种感觉,是由于天体距离我们是极其遥远的,致使我们的眼睛给不出天体与我们之间距离的任何信息,从而造成一切天体都与我们等距离的错觉。而天体到观测者的距离与观测者在地球上移动的距离相比要大得多,因此不论在地球上任何地方观测,似乎总是站在圆球的中心。

虽然现在已经知道各个天体并不在同一球面上,而且到地球上观测者的距离彼此相差很大,但由于在球面上引入一些假想的点和弧段以后,利用它们来确定天体的视位置比在空间处理视线方向之间的角度要简便得多,为此在天文学中保留了这个假想圆球,并引入天球的概念:即以空间任意一点为中心,以任意长为半径(或把半径看作数学上的无穷大)做成的圆球称为天球。

天体在天球上的投影,即天球中心和天体的连线与天球相交的点,称为天体在天球上的位置,或称为天体的视位置。例如在图 2-1 中,天体  $A_1$  与  $A_2$ 、 $B$  和  $C$  在天球上的位置分别为  $a$ 、 $b$  和  $c$ 。

一般将天球中心设置在地面观测点上。

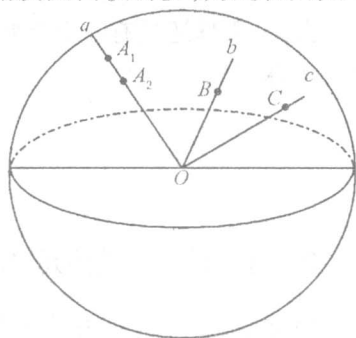


图 2-1 天体在天球上的位置



有时为了研究问题方便,将天球中心设置在地球中心或太阳中心,相应的天球分别称为地心天球或日心天球。

球面天文学的基础是球面几何学,天球具有圆球的一切几何特性,即:

(1)通过球心的任一平面,划分该球为两个半球,与球表面相交所得的圆称为大圆,大圆半径等于球半径,而球心就是大圆的圆心。若该平面不通过球心,则与球表面相交所得的圆称为小圆,显然,小圆的圆心就不可能是球心,小圆半径小于球半径。

(2)通过球面上不在同一直径的两点只能做出一个大圆,它的较小弧段就是球面上所有连接该两点诸线中的最短线。

(3)两个大圆必定相交,相交而成的角称为球面角;而交点是同一直径的两个端点,称为球面角的顶点;大圆弧本身称为球面角的边。在球面角的顶点分别作两个大圆弧的切线,球面角的大小就等于两条切线的夹角。

(4)如图 2-2 所示,球面上任意一个圆  $ABC$  (不论大圆或小圆),通过其圆心  $O_1$  作一条垂直于该圆平面的垂线,则该垂线必经过球心  $O$  并与球表面交于直径的两端点  $P$  和  $P'$ ,两端点  $P$  和  $P'$  称为圆  $ABC$  的极,极到该圆上任意一点的角距称为极距,显然在圆上任一点的极距都相等。

(5)大圆的极距为 1 象限( $90^\circ$ )。反之,如果球面上一点至其他两点(不是直径的两端点)的角距都是 1 象限,则前一点必为通过后两点的大圆的极。

(6)大圆的极到该大圆上任意一点的大圆弧必与该大圆正交。

此外,天球还具有一个重要性质:所有互相平行的直线向同一方向延伸时,将与天球相交于一点。

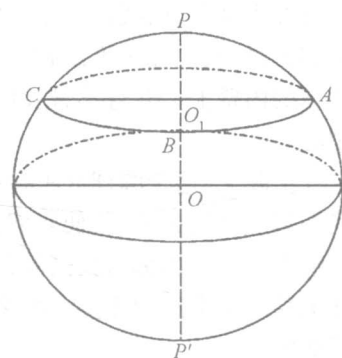


图 2-2 天球和天球的极

## 2.2 球面三角形

### 2.2.1 球面三角形的定义

将球面上的三个点用大圆弧连接起来所围成的图形称为球面三角形,这三个点称为球面三角形的顶点,三个大圆弧称为球面三角形的边,球面三角形的角就是三个大圆弧两两相交而成的球面角。