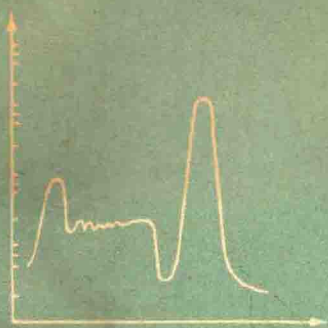
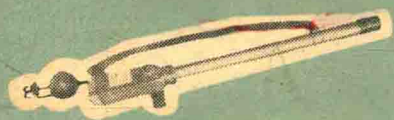




北京第三研究所编著

野外 γ 能谱测量



原子能出版社

野外 γ 能谱测量

北京第三研究所编著

原子能出版社

内 容 简 介

本书介绍了野外 γ 能谱测量的原理和测量仪器，主要叙述了地面 γ 能谱测量、 γ 能谱测井、 γ 能谱取样方法及其应用等。

本书搜集资料较多，内容深入浅出，文字比较通俗易懂，既有理论又有实际。可供铀矿地质系统及其他部门地质系统从事 γ 能谱测量的工作人员和其他物探技术人员参考，对地质院校物探专业的师生亦有参考价值。

野 外 γ 能 谱 测 量

北京第三研究所编著

原子能出版社出版

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

(限国内发行)

☆

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ · 印张 $9^{3/8}$ · 字数 250 千字

1977年12月北京第一版·1977年12月北京第一次印刷

统一书号: 15175·109

定 价: 0.88 元

前 言

野外 γ 能谱测量是近十多年来,在 γ 测量方法基础上发展起来的一项新技术。由于它可以在野外分别测定矿石(岩石)中铀(镭)、钍、钾三种放射性元素的含量,因而可以为放射性矿床的普查和勘探工作直接提供更多的地质信息。随着国家对铀资源需要量的不断增加, γ 能谱测量正在铀矿地质普查和勘探工作中得到广泛地应用。

遵照伟大领袖毛主席关于“我们必须打破常规,尽量采用先进技术,在一个不太长的历史时期内,把我国建设成为一个社会主义的现代化的强国”的教导,根据野外地质队的建议和要求,在主管部门的支持下,我们编写了此书。本书侧重于总结了我们自己的一些经验,并参考了国外某些新资料,力求做到深入浅出、通俗易懂、理论联系实际、适合于野外队实际应用。

本书由我所卢贤栋、唐声喆、陆士立、李家俊等同志分章执笔编写。书稿写成后,曾广泛征求了野外队、团、地质院、校等有关部门的意见。最后由卢贤栋、唐声喆两同志负责定稿。

由于我们水平有限,书中难免有不少错误和缺点,欢迎读者批评指正。

目 录

第一章 野外 γ 能谱测量的原理	1
一、天然放射性元素的 γ 射线谱	1
(一) 平衡铀系(铀-238 系)	1
(二) 钍铀系(铀-235 系)	1
(三) 平衡钍系(钍-232 系)	4
(四) 钾-40	4
二、 γ 射线与物质的相互作用	7
(一) 光电效应	7
(二) 康普顿-吴有训散射	8
(三) 形成电子对	10
三、窄束 γ 射线通过物质的吸收	11
(一) 窄束 γ 射线的吸收规律	11
(二) 三种效应的原子截面	14
(三) 三种效应的线吸收系数 τ 、 σ 、 π	15
(四) 总的质量吸收系数 μ/ρ	17
四、宽束 γ 射线通过物质的吸收	20
(一) 增长系数 D 法	21
(二) 有效吸收系数 μ_x 法	24
五、 γ 射线通过物质时谱成分的变化	26
(一) γ 射线仪器谱	26
(二) 铀、钍系元素的 γ 射线仪器谱	30
(三) γ 射线通过物质时谱成分的变化	35
(四) 饱和铀、钍矿层 γ 射线仪器谱	37
六、大体积矿石 γ 场的理论计算	51
(一) γ 测井的情况	51
(二) γ 普查、 γ 取样的情况	62

七、大体积铀、钍矿石有效质量吸收系数 μ/ρ

值的测定67

(一) 半无限大铀、钍矿石平板吸收 μ/ρ 的测定68

(二) γ 测井情况下, 大体积铀、钍矿石 γ 射线

$\mu/\rho(E)$ 的测定78

第二章 野外 γ 能谱测量仪器83

一、野外 γ 谱仪的主要技术指标83

(一) 稳定性83

(二) 线性88

(三) 能量分辨率90

二、脉冲幅度分析器和自稳装置92

(一) 脉冲幅度分析器92

(二) 自稳装置95

三、常用的野外 γ 谱仪及其调整方法99

(一) 常用的野外 γ 谱仪 100

(二) 野外 γ 谱仪的调整方法 104

四、半导体探测器和多道脉冲幅度分析器 117

(一) 半导体探测器 117

(二) 多道脉冲幅度分析器 124

第三章 地面 γ 能谱测量 128

一、地面 γ 能谱测量的地质基础 128

(一) 放射性元素在岩石中的分布 129

(二) 天然水中放射性元素的含量 132

(三) 土壤及大气中放射性元素的分布 133

(四) 铀和钍的某些地球化学特点 134

二、地面 γ 能谱测量方法原理 136

(一) 概述 136

(二) 矿石(或岩石)中铀(钍)、钍含量的分别测定 139

(三) 矿石和岩石中钍铀比值(Th/U)的测定 141

(四) 岩石和土壤中铀(钍)、钍、钾含量的测定 142

(五) 地面 γ 能谱测量道谱段的选择 144

(六) 地面 γ 能谱测量的有效探测体积 147

三、地面 γ 能谱测量的工作方法	149
(一) 地面 γ 谱仪的基本要求	149
(二) 地面 γ 谱仪的标定	150
(三) γ 谱仪的“三性”检查	160
(四) 地面 γ 能谱测量计数时间的确定原则	167
(五) 地面 γ 能谱测量野外工作方法简述	168
四、地面 γ 能谱测量的影响因素	169
(一) 探测立体角的影响	169
(二) 岩石射气作用及大气中射气的影响	170
(三) 放射性元素分布不均匀的影响	171
五、 γ 能谱测量在地质找矿工作中的应用	173
(一) 普查锆分散晕	173
(二) 均质花岗岩中研究铀、钍、钾含量的空间分布	176
(三) 圈定成矿远景区	178
(四) 研究侵入体形成的条件	180
(五) 研究岩浆岩、变质岩成因问题	183
(六) 研究沉积岩	187
(七) 研究沉积环境	189
(八) 在地质填图中的应用	191
(九) 研究热液蚀变	194
(十) 寻找非放射性元素矿产	196
第四章 γ 能谱测井	198
一、 γ 能谱测井原理	198
(一) 概述	198
(二) γ 能谱测井时铀、钍含量的分别测定	198
(三) γ 能谱测井仪测量道谱段的选择	200
二、 γ 能谱测井的工作方法	203
(一) γ 能谱测井仪的标定	203
(二) γ 能谱测井测量时间的选择	210
(三) γ 能谱测井曲线的定量解释方法	215
(四) γ 能谱测井铁、水的吸收修正	217
(五) γ 能谱测井的影响因素	227

(六) γ 能谱测井工作方法 & 质量评价	231
三、 γ 能谱测井在地质找矿工作中的应用实例	235
(一) 在铀、钍矿床勘探中的应用	235
(二) γ 能谱测井在钻孔间岩层对比中的应用	237
(三) 用矿石的 Th/U 比值规律研究矿床成因	238
(四) 对某古砾岩沉积环境的研究	240
(五) 钾盐矿床的勘探	242
四、 γ 能谱测井的发展及动向	243
(一) 选择性天然 γ 测井	243
(二) 利用半导体 Ge(Li) 探测器的能谱测井	245
(三) 用电子计算机作分层解释	247
(四) 用电子计算机进行 γ 能谱测井定量解释的可能性	252
第五章 γ 能谱取样	255
一、差值法 γ 能谱取样的方法原理	255
(一) 基本原理	255
(二) 基础理论	256
二、差值法 γ 能谱取样的工作方法	259
(一) 仪器装置	259
(二) γ 能谱取样仪的标定	261
(三) 测量剖面线距、点距及测量时间的选择	263
(四) 确定矿体厚度与品位	264
(五) γ 能谱取样的影响因素	266
(六) γ 能谱取样的工作方法 & 质量评价	268
三、差值法 γ 能谱取样的应用实例	270
附录 1 $F(x)$ 函数表	274
附录 2 $G(x, y, u)$ 、 I_M/I_∞ 、 s/S 函数表	276
附录 3 专用函数表	288

第一章 野外 γ 能谱测量的原理

一、天然放射性元素的 γ 射线谱

(一) 平衡铀系(铀-238系)

在平衡铀系 γ 射线的总能量中, 铀组元素及其衰变产物(包括 I_0 , 即 Th^{230})的 γ 光子之和只占1.5%左右。例如 UX_1 , 即 Th^{234} 在0.064 MeV能量处, 每次衰变的光子数平均为0.065, 其相应总能量为0.0041 MeV。而在0.093 MeV能量处, 每次衰变的光子数平均为0.148, 其相应总能量为0.0137 MeV。众所周知, 整个平衡铀系一次衰变的 γ 光子数平均为2.658, 其相应总能量为1.84 MeV。而镭组元素一次衰变的 γ 光子数平均为2.184, 其相应总能量为1.80 MeV。平衡铀系的主要 γ 辐射体是氡的短寿命衰变产物 RaB (即 Pb^{214})及 RaC (即 Bi^{214})。在铀系一次衰变的 γ 射线总能量1.84 MeV中, Pb^{214} 占了0.228 MeV, 而 Bi^{214} 的 γ 光子占了1.574 MeV。它们的 γ 射线能谱成分, 包括从188 KeV到2446 KeV的整个谱段, 占整个平衡铀系 γ 光子数的80%以上, 总能量(总强度)的98%。表1.1列出了平衡铀系 γ 射线谱的成分。对于野外能谱测量来说, 铀组元素的 γ 射线总能量之和只占整个平衡铀系的1.5%左右, 因此可以忽略不计。

表1.2列出了在各能区中平衡铀系的 γ 光子所占的比例。从表1.2可见, 在野外 γ 能谱测量常用的谱段(1.0—1.5 MeV或1.5—2.0 MeV), γ 光子相对强度占平衡铀系 γ 光子总强度各约占四分之一; 而在2.0 MeV以上的谱段, 相应仅占十分之一。

(二) 钍铀系(铀-235系)

在钍铀系的 γ 射线谱中, 可以分辨出 U^{235} 的特征 γ 谱线

表 1.1 平衡铀系 γ 射线谱的成分^[1]

核 素	γ 光子 能 量 E_γ, MeV	一 次 衰 变 的		核 素	γ 光子 能 量 E_γ, MeV	一 次 衰 变 的	
		光子数 n	总 能 量 nE_γ, MeV			光子数 n	总 能 量 nE_γ, MeV
1	2	3	4	1	2	3	4
^{238}U (UI)	0.112	0.00023	0.00003	^{214}Pb (RaB)	0.352	0.377	0.132
	0.048	0.187	0.0089		0.295	0.189	0.0557
	总 计	0.1872	0.0090		0.285	0.052	0.014
^{234}Th (UX ₁)	0.093	0.148	0.0137		0.242	0.105	0.0254
	0.064	0.065	0.0041		总 计	0.723	0.228
	0.029	0.065	0.0018	^{214}Bi (RaC)	2.466	0.016	0.039
	总 计	0.278	0.0197		2.410	0.002	0.00482
^{234}Pa (UX ₂ + UZ)	0.250	0.0019	0.00047		2.297	0.004	0.00919
	0.750	0.0012	0.00090		2.204	0.052	0.11
	0.760	0.0060	0.0045		2.117	0.014	0.029
	0.910	0.0007	0.00064		2.090	0.001	0.002
	1.000	0.0037	0.0037		2.017	0.001	0.002
	1.680	0.0002	0.00034		1.900	0.004	0.007
	1.810	0.0004	0.00072		1.862	0.008	0.014
	总 计	0.0141	0.011		1.848	0.020	0.036
^{234}U (U II)	0.121	0.0003	0.00004		1.764	0.163	0.287
	总 计	0.0003	0.00004		1.728	0.024	0.041
^{230}Th (Io)	0.253	0.00017	0.00004		1.668	0.010	0.016
	0.184	0.00014	0.00003		1.605	0.004	0.006
	0.142	0.0007	0.00010		1.583	0.011	0.017
	0.068	0.0059	0.00040		1.541	0.008	0.012
	总 计	0.00691	0.00057		1.509	0.022	0.033
^{226}Ra (Ra)	0.184	0.012	0.0022		1.403	0.040	0.056
	总 计	0.012	0.0022		1.378	0.048	0.066
^{222}Rn (Rn)	0.51	0.00064	0.00032		1.281	0.017	0.021
	总 计	0.00064	0.00032		1.238	0.060	0.074
					1.207	0.006	0.007
					1.155	0.018	0.020
					1.120	0.166	0.185
					1.050	0.005	0.0052

续表

核素	γ 光子 能 量	一 次 衰 变 的		核素	γ 光子 能 量	一 次 衰 变 的		
	E_{γ}, MeV	光子数 n	总 能 量 nE_{γ}, MeV		E_{γ}, MeV	光子数 n	总 能 量 nE_{γ}, MeV	
1	2	3	4	1	2	3	4	
	0.960	0.005	0.0048		0.465	0.010	0.0046	
	0.935	0.033	0.0308		0.450	0.010	0.0045	
	0.885	0.004	0.0035		0.417	0.008	0.0033	
	0.837	0.009	0.0075		0.395	0.013	0.0051	
	0.806	0.015	0.012		总 计	1.446	1.574	
	0.787	0.012	0.0094	$^{82}\text{Pb}^{210}$ (RaD)		0.047	0.0025	0.00012
	0.769	0.053	0.040			总 计	0.0025	0.00012
	0.740	0.004	0.00296		铀 组 元 素 总 计		0.474	0.04
	0.721	0.007	0.005	镭 组 元 素 总 计		2.184	1.80	
	0.703	0.008	0.005		整 个 铀 系 总 计	2.658	1.84	
	0.666	0.023	0.0153					
	0.609	0.471	0.286					
	0.535	0.009	0.0048					
0.509	0.013	0.0066						
0.485	0.015	0.0072						

表 1.2

γ 光子能量, MeV	γ 光子百分数, %	相 对 强 度, %
0.5 以下	46.5	16.3
0.5—1.0	26.2	24.0
1.0—1.5	13.5	23.3
1.5—2.0	10.3	25.7
2.0 以上	3.5	10.7
总 计	100	100

0.185 MeV。它按一次衰变的 γ 光子数占整个铀系的十分之一，而按一次衰变的总能量则占 11.4%。天然混合物中的 U^{238} 和 U^{235} 的比值是恒定的， U^{235} 约占 0.7205%。因此，0.185 MeV γ 谱线可以在铀、镭平衡破坏的情况下，用来直接测定铀含量。

但是，这只有在采用高分辨率的半导体探测器时才能实现。

铀系 γ 光子能量分布在几十 KeV 至 0.89 MeV 能区内。能量为 0.185、0.35、和 0.829 MeV 的 γ 光子，是该系中主要的特征 γ 谱线。天然混合物中铀系的总 γ 光子数只占铀系元素总 γ 光子数的 1.7%，按 γ 光子总能量之比约为五分之一。而且铀系 γ 射线的能量都小于 0.89 MeV。因此，当野外 γ 能谱测量只测量大于 1 MeV 的 γ 射线时，可以完全忽略铀系 γ 射线的影响。

(三) 平衡钍系(钍-232 系)

对钍系的 γ 射线谱研究不够，表 1.3 列出了平衡钍系的 γ 射线谱成分的近似值。

钍系 γ 光子能量分布在数十 KeV 至 2.62 MeV 能区内。主要 γ 光子能量为 0.239、0.583、0.908、0.960 和 2.62 MeV。这些 γ 光子的总能量约占整个钍系 γ 光子能量的 70%。钍系中近 85% 的 γ 射线能量是由两个同位素放出的： Th^{232} (ThG'') 约占 60% 和 Ac^{228} (MsTh_2) 约占 25%。

表 1.4 列出了在各能区中平衡钍系的 γ 射线所占的比例。从表 1.4 可见，野外 γ 能谱测量常用的谱段，在 1.0—2.0 MeV 范围内， γ 光子相对强度约占钍系总强度的二十分之一；而在大于 2.0 MeV 的能区(仅包含 2.62 MeV 能量的 γ 光子)其 γ 光子相对强度竟占钍系总强度的 46%。因此，2.62 MeV 往往被用来作为区分钍矿石的特征 γ 峰。

(四) 钾-40

K^{40} 是天然放射性同位素。 K^{40} 经 β 衰变成为 Ca^{40} 的占了 88%。而 12% 则经过 K 电子俘获成为 Ar^{40} 。这时，同时发出能量为 1.46 MeV 的 γ 射线。一次衰变平均的 γ 光子数为 0.11 个，其总能量为 0.16 MeV。

K^{40} 的半衰期是 1.26×10^9 年。在天然钾中，同位素 K^{40} 的丰度为 0.012%。因此，只要知道岩石中钾的百分含量，便可计算

表 1.3 平衡钍系的 γ 射线谱的成分^[1]

核 素	γ 光子 能 量 E_γ, MeV	一 次 衰 变 的		核 素	γ 光子 能 量 E_γ, MeV	一 次 衰 变 的	
		光子数 n	总能量 nE_γ, MeV			光子数 n	总能量 nE_γ, MeV
1	2	3	4	1	2	3	4
^{232}Th	0.060	0.197	0.011		0.115	0.0066	0.00076
^{228}Ac (MsTh_2)	0.960	0.100	0.0960		总 计	0.5126	0.1151
	0.908	0.250	0.277	^{212}Bi (ThC)	1.620	0.01680	0.02722
	0.831	0.016	0.013		1.073	0.00648	0.00695
	0.790	0.045	0.035		0.953	0.00389	0.00371
	0.779	0.008	0.0062		0.893	0.00389	0.00347
	0.338	0.095	0.032		0.786	0.01040	0.00817
	0.328	0.033	0.0108		0.727	0.06600	0.04798
	0.270	0.031	0.0083		0.513	0.00454	0.00233
	0.209	0.040	0.0083		0.493	0.00127	0.00063
	0.129	0.106	0.0136		0.453	0.00370	0.00168
	0.058	0.700	0.0406		0.328	0.00151	0.00050
	总 计	1.424	0.492		0.288	0.00366	0.00105
^{228}Th (RdTh)	0.217	0.0027	0.00059		0.040	0.0105	0.00042
	0.205	0.0003	0.00006		总 计	0.13264	0.10411
	0.169	0.0012	0.00021	^{208}Tl (ThC^*)	2.620	0.337	0.881
	0.133	0.0023	0.00031		0.860	0.0404	0.0347
	0.084	0.0160	0.00134		0.763	0.0067	0.0051
	总 计	0.0225	0.00251		0.583	0.2932	0.1709
^{224}Ra (ThX)	0.241	0.0303	0.00748		0.511	0.0842	0.0430
^{220}Rn (Th)	0.542	0.0003	0.00016		0.486	0.0017	0.00082
^{212}Pb (ThB)	0.415	0.0016	0.00066		0.277	0.0377	0.00933
	0.300	0.0320	0.00960		0.252	0.0034	0.00086
	0.239	0.4700	0.11233		0.233	0.0010	0.00023
	0.177	0.0024	0.00042		总 计	0.8013	1.1464
				钍 系	总 计	3.121	1.8796

表 1.4

γ 光子能量, MeV	γ 光子百分数, %	相 对 强 度, %
1.0 以下	85	50
1.0—2.0	7	4
2.62	8	46

出一克岩石中 K^{40} 放出的 γ 射线强度。

在野外 γ 能谱测量中, 遇到的天然放射性核素主要是 U^{238} 、 U^{235} 、 Th^{232} 三个放射性系列, 及放射性同位素 K^{40} 。在自然界, 一克岩石(放射性元素为克拉克值含量的岩石圈)放出的 γ 射线能量及其所占的比例列于表 1.5。从表 1.5 可见, 在放射性元素含量接近克拉克值的岩石中, K^{40} 的 γ 射线能量占全部 γ 射线总能量的 42%, 平衡钍系占 32%, 平衡铀系和锕铀系共占 25%, 其它天然放射性元素仅占 1%。

表 1.5 一克岩石放出的 γ 射线能量^[1]

核 素	平均含量, %	能量, $10^{-2} \frac{\text{MeV}}{\text{秒}}$	能量比例, %
U^{238} (与衰变产物平衡)	2.98×10^{-4}	6.82	24.8
U^{235} (与衰变产物平衡)	0.02×10^{-4}	0.153	0.6
Th^{232} (与衰变产物平衡)	11.4×10^{-4}	8.78	32.0
K^{40}	3.0	11.4	41.6
其它元素	—	0.27	1.0
总 计		27.423	100

综上所述, 对比铀系、锕铀系、钍系、钾的主要 γ 射线谱, 可以发现它们是有明显区别的。

一般野外 γ 能谱测量中, 在常称作镭道(主要测量镭组元素, 当铀-镭平衡时, 有时也称作铀道)的能量范围内 (1.0—2.0 MeV), 镭组元素 γ 射线的能量占整个铀系的二分之一; 而钍系元素的 γ 射线在该能量范围, 相应仅占整个钍系 γ 射线能量的二

十分之一。而在常称作钍道（主要测量钍）的能量范围内（大于 2.0 MeV），则反过来，镭组元素 γ 射线占铀系总能量的十分之一，而钍系元素在该能量范围内的 γ 射线能量，占整个钍系 γ 射线能量的近二分之一。 K^{40} 的 γ 射线是单色谱，其能量为 1.46 MeV。因此，可以根据天然放射性元素 γ 射线谱的区别，用 γ 能谱仪来分别测定并研究复杂矿石或岩石中的镭、钍、钾的组分及其含量。这就是野外 γ 能谱测量的物理基础。

二、 γ 射线与物质的相互作用

γ 光子与物质的相互作用，实际上就是指与物质原子的相互作用。主要的作用有三种：光电效应，它在 γ 光子能量较低时占优势；康普顿-吴有训散射，它在 γ 光子具有中间能量时占优势；形成电子对，它在 γ 光子具有高能时占优势。

（一）光电效应

当 γ 光子与物质原子相互作用时，它的能量全部转换为原子中某些电子的能量，从而使这些电子逃离原子，并具有一定的动能，这种现象称为“光电效应”。光电效应只能发生在壳层电子上，而不能和自由电子产生光电效应。当电子处于不同壳层（K、L、M...）时，由于其位能不同，所以要逃离原子，所需的能量是不一样的。在 M 层中的电子，由于本身能量较大，所以要逃离原子所需的电离能（记为 E_M ）较小；而 L 层中的电子所需电离能（ E_L ）次之；K 层中的电子所需电离能 E_K 最大。当能量为 $h\nu$ 的 γ 光子打到原子上而发生光电效应时，一部分能量（即电离能）使电子逃离原子，其余的能量转换成电子的动能。光电效应产生的电子称为“光电子”。光电子所具有的能量由下式决定：

$$E_e = h\nu - E_i \quad (i = K, L, M \dots) \quad (1.1)$$

(1.1) 式中， h 是普朗克常数， ν 是 γ 光子频率， $h\nu$ 即入射 γ 光子的能量 E_γ ， E_i 为 i 层电子的电离能。当光电效应发生时，一个 γ

光子被吸收后,由原子放出一个具有动能 E_e 的光电子。当入射 γ 光子能量足够大时,理论和实验都证实,它从原子内层(如K层)打出电子的几率最大。当内层电子被打出后,内层壳上产生空缺。这时,外层电子将向内层跃迁,且把多余的能量(二个能级之差)以X射线的形式释放出来。由于每一个元素产生的X射线的能量是特定的,因而称为特征X射线。

(二) 康普顿-吴有训散射

这是 γ 光子与原子相互作用的另一种情况。对野外 γ 能谱测量来说,这也是最重要的一种效应。当发生康普顿-吴有训散射时,入射 γ 光子不仅打出一个反冲电子,而且产生一个能量比入射 γ 光子低的散射 γ 光子。

康普顿-吴有训散射可以这样来理解:在这个过程中,入射 γ 光子不象光电效应那样,把全部能量都给了电子,而只是损失掉一部分能量,损失掉的能量就是给反冲电子的能量。因此,在康普顿-吴有训散射过程中, γ 光子本身并不消失,这一点和光电效应完全不一样。也正是因为这个原因,在康普顿-吴有训散射中,打出来的电子多半是原子中外壳层的电子。甚至 γ 光子打在自由电子上,也可以产生康普顿-吴有训散射。下面,我们列出康普顿-吴有训散射过程中的能量、动量守恒关系式:

$$\text{能量守恒: } h\nu = h\nu' + (mc^2 - m_0c^2) \quad (1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{动量守恒: } \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + mv \cos \varphi \\ \frac{h\nu'}{c} \sin \theta &= mv \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

式中 ν, ν' 分别表示入射 γ 光子和散射 γ 光子的频率; m_0 是

电子的静止质量, m 是电子以速度 v 运动时的质量: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$,

$\beta = \frac{v}{c}$ 。 θ 与 φ 表示散射 γ 光子和反冲电子飞出的角度 (都相对

入射 γ 光子方向而言)。求解上面的方程组，可得出下列结果：
 散射 γ 光子的能量：

$$E'_\gamma = h\nu' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.4)$$

反冲电子的能量：

$$E_e = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.5)$$

θ 与 φ 的关系：

$$\operatorname{ctg} \varphi = \left(1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (1.6)$$

上述各式中， $E_\gamma = h\nu$ 表示入射 γ 光子的能量。 $m_0 c^2 = 0.51$ MeV。 c 为光速。从公式中可见：

(1) 当散射 γ 光子的散射角 $\theta = 0^\circ$ 时， $E'_\gamma = E_\gamma$ ，达到最大值。此时，反冲电子的能量 $E_e = 0$ 。这就是说，在这种情况下，入射 γ 光子并没有和电子发生作用，散射 γ 光子就是入射 γ 光子本身。

(2) 由(1.6)式可以看到，只有 $\theta \leq 180^\circ$ (即 $\frac{\theta}{2} \leq 90^\circ$)，式子右边为正值，此时 $\operatorname{ctg} \varphi > 0$ 。这说明反冲电子的出射角 φ 不可能大于 90° 。

(3) 当散射 γ 光子的散射角 $\theta = 180^\circ$ 时，即向后散射时，散射 γ 光子的能量达到最小值，

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_0 c^2}}$$

与此同时，反冲电子的能量达到最大值，