



21世纪经济与管理规划教材

经济数学系列

2nd edition

微积分

(第二版)

Calculus

金路 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



博雅

微积分

(第二版)

Calculus

金路 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

微积分/金路编著. —2 版. —北京:北京大学出版社,2015. 10

(21 世纪经济与管理规划教材·经济数学系列)

ISBN 978-7-301-26319-8

I. ①微… II. ①金… III. ①微积分—高等学校—教材 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 229376 号

- 书 名 微积分(第二版)
Weijifen
- 著作责任者 金 路 编著
- 责任编辑 赵学秀
- 标准书号 ISBN 978-7-301-26319-8
- 出版发行 北京大学出版社
- 地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871
- 网 址 <http://www.pup.cn>
- 电子信箱 em@pup.cn QQ:552063295
- 新浪微博 @北京大学出版社 @北京大学出版社经管图书
- 电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926
- 印刷者 三河市博文印刷有限公司
- 经 销 者 新华书店
- 787 毫米×1092 毫米 16 开本 30.25 印张 693 千字
- 2015 年 10 月第 1 版 2015 年 10 月第 1 次印刷
- 印 数 0001—4000 册
- 定 价 58.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

图书如有印装质量问题,请与出版部联系,电话:010-62756370

丛书学术顾问

陈继勇	武汉大学经济与管理学院
刘 伟	北京大学经济学院
刘志彪	南京大学商学院
杨瑞龙	中国人民大学经济学院
袁志刚	复旦大学经济学院
张 馨	厦门大学经济学院
周立群	南开大学经济学院

丛书执行主编

李军林	中国人民大学经济学院
林君秀	北京大学出版社

丛 书 编 委

蔡海鸥	中国人民大学信息学院
陈 莉	北京大学出版社
何 耀	武汉大学经济与管理学院
金 路	复旦大学数学科学学院
李军林	中国人民大学经济学院
李晓春	南京大学商学院
林君秀	北京大学出版社
文志雄	华中科技大学数学系

(以上姓名均按汉语拼音排序)

在最近二十多年中,我国社会生活的各个方面发生了巨大变化,经济建设取得了令世人瞩目的奇迹,经济体制正在全面地向市场经济体制转轨。经济与社会的全面转型产生了对市场经济知识的巨大需求,这又极大地推动了我国经济学教育水平的整体提高与进步。

今天,我国大学里的经济学教育已经越来越趋向规范化与国际化,一种更加有利于经济学理论发展的学术氛围已经形成,一大批拥有现代经济学知识与新型经济学理念的崭新人才正在脱颖而出。但是,不可否认的是,我国经济学教育和研究的整体水平与世界一流大学相比还有比较大的差距。突出表现在,我们自己培养的经济学博士很少能够在欧美一流大学任教;在国际著名的经济学期刊上,特别是顶级的经济学期刊上也不多见纯粹由国内经济学家完成的研究成果发表。这些都说明,要想提高我国经济学教育和研究的水平并缩短这些差距,我们要走的路仍然很长!

近五十年来,经济学的研究与其成果越来越呈现出科学化的态势,其中一个突出的表现形式就是数学理论与经济学研究的紧密结合。具有严密逻辑的数学方法彻底改变了以往经济学分析中存在的一些缺点,如论证缺乏逻辑一致性以及所得出结论的模糊性。同时,随着数学方法在经济学中的广泛应用,不论是经济学研究方法还是经济学的研究成果,都越来越具有科学的特征。而且经济学家们所构建的经济学理论在很大程度上具有可检验性,这就避免了我们接受那些似是而非、模棱两可的结论。应该说,这是一种对传统社会科学,尤其是对经济学研究理念的根本性突破。随之而来的就是许多经济学领域的研究成果也逐渐被科学界所认可,一个最突出的现象就是,瑞典皇家科学院从1969年开始,特别为经济学领域内的那些具有开创性

的成果设立了诺贝尔经济科学纪念奖,使经济学这一最具科学特征的社会科学也跻身于科学行列之中。

经济学在近半个世纪已经取得了一大批突破性的研究成果,这些成果不仅加深了人类对现实经济问题的洞察,而且也影响着人类社会的进一步向前发展。几乎所有这些成果都是用数学方法或数学语言所完成的,它们的核心内容都是建立在完备的数学模型与严密的数学论证的基础之上的,而且相当数量的成果本身就是由优秀数学家取得的。尤其是获得诺贝尔经济学奖的重大研究成果,更是如此。从最早获奖的计量经济学理论、一般均衡理论,到最近获奖的资产定价理论、信息经济学理论与博弈理论,其分析方法与内容都是建立在数学理论与方法的基础之上的。近十年来两度获得诺贝尔经济学奖的博弈理论的主要贡献者纳什(Nash)与奥曼(Aumman)就是出色的数学家。因此,从某种意义上讲,这些成果在经济学理论上的突破,其实就是数学理论的研究应用及其分析方法的拓展。今天,数学已经融入经济学之中,成为现代经济学最重要的分析工具与研究方法。

事实上,在人类文明的发展进程中,数学一直占据核心的位置,许多推动人类文明发展并影响人类生活的重大科学发现与科学理论,都离不开数学所起到的奠基性贡献。今天,不仅是在自然科学,而且在人文社会科学的诸多学科中,使用数学语言或数学模型进行理论分析和观点阐述的现象也非常普遍。而一些社会科学中的许多重大发展也源于数学工具的改进与数学思想的发展。因此,我们可以这样说,数学知识的进步在很大程度上是人类文明进步的一个重要标志。

在整个社会科学中,经济学应该说最具有科学的特征,这主要归功于数学在经济学中的广泛应用,我们相信,数学必将继续推动经济学理论不断地向前发展。因此,掌握现代经济学的一个必要前提条件就是要先学好数学的基础知识。

当前,国内许多高校的经济学院系也都根据现代经济学发展的需要,调整、修订并实施了新的数学教学计划,加大了数学课的教学时数,加深了数学课的难度,这就对经济管理专业学生的数学水平提出了更高的要求。正是在这种背景下,北京大学出版社策划出版了“21世纪经济与管理规划教材·经济数学系列”丛书。

本丛书主要是针对高等院校的经济学、管理学各专业学生所编写的。丛书的编著者分别是中国人民大学、复旦大学、南京大学、武汉大学和华中科技大学等著名高校的教师,他们中的多数都同时具有数学与经济学硕士以上的学位,他们不仅有深厚的数学功底,而且深谙现代经济学理论,所研究的课题也在经济学的前沿领域内。他们有多年为经济与管理专业本科生、研究生讲授微积分、线性代数、运筹学、概率论与数理统计等多门课程的教学经验,目前又承担着本科生、研究生的中高级微观经济学、中高级宏观经济学、计量经济学、数理经济学、金融经济学、博弈论与信息经济学等经济学理论课的教学工作。这是一支知识结构合理、教学经验丰富的写作团队。

在内容的选择上,每本教材都尽量考虑到不同层次、不同专业的教学需要,尽可能地使本系列教材在教学过程中为任课教师提供一个合理的选择空间。当然,不足之处难免存在,希望广大师生不吝赐教,以便本丛书今后不断修订完善。

在本丛书的策划、出版过程中,经北京大学中国经济研究中心姚洋老师推荐,中国人民大学经济学院的李军林老师做了大量的组织协调工作。丛书编委会在此对他们表示诚挚的感谢!

丛书编委会

2006年6月

第二版前言

本书第一版出版以来,受到了同行的普遍关注,也取得了良好的教学效果,使我倍感欣慰。同时,我在教学过程中也收到了大量的信息反馈,许多教学经验丰富的教师提供了中肯的意见和建议,学生们也常谈及他们的使用体会,促使我对本书作进一步的修改与完善。

在基本保持原书的编写宗旨和结构框架的基础上,这次修订对全书整体上作了全面梳理,并作了适当的增删,重点在如下几个方面作了修改:

1. 注重展现数学的思想方法和精神实质,适当调整了基础题材的内容和表述,并注意拓展知识面,希望能与后续专业课程的衔接更加密切。

2. 对全书从整体叙述上作了进一步的加工,使之更确切、科学和规范。同时对一些内容进行了细致的补充和修改,力争使内容表述更加简单易懂。

3. 补充了一些数学的应用内容,希望能为读者提供更多的数学建模信息,适当展示数学技术在现代科学中的重要作用。

4. 调整并增加了例题和习题,在重视拓展知识面的同时,注意联系已学过的内容,提高理论知识的运用水平,增强数学能力的科学训练效果。

在本书的编写过程中,复旦大学数学科学学院和教务处给予了大力支持,数学科学学院的各位教师也提供了各种建议、支持和帮助,在此表示衷心的感谢。同时,感谢北京大学出版社刘誉阳和赵学秀编辑的大力支持和鼓励,由于她的辛勤工作和热情帮助,本书才得以顺利出版。

我深知一本成熟的教材须久经锤炼,因而仍然热切期望广大读者和同行提出宝贵的批评和建议,以期通过进一步努力,使本书的质量提升到一个新的台阶。

编者

2015年9月于复旦大学

第一版前言

高等数学(微积分)是经济类、管理类等专业的重要基础课。随着科学技术的迅速发展和计算机技术的广泛应用,数学的思想、方法和技术不但在自然科学、工程技术等领域发挥着越来越重要的作用,而且已经广泛深入社会科学的各个领域,特别是在经济学和管理学方面,这也对高等数学的教学提出了更高的要求。大学数学的教学要能够在不增加或少增加教学学时的前提下,使学生学到更丰富、更有用的现代数学知识,具有更强的运用数学工具和技术的能力,以适应时代发展的需要。本教材就是在这种形势之下,广泛征求了我校教师和兄弟院校同行的意见,查阅了大量资料,并结合自己的教学经验编写的。

本教材在教学内容的深度与广度上与经济类、管理类等专业的微积分课程教学基本要求相当,并与教育部颁布的研究生入学考试数学三和数学四的考试大纲中的微积分内容相衔接。

我们认为,大学数学教育的目标不但在于为学生提供学习专业知识的基础和工具,而且在于引导学生掌握一种现代科学的语言,学到一种理性思维的模式,接受包括归纳、分析、演绎等各项数学素质的训练。根据这一理解,我们在编写过程中特别注意了以下几点:

1. 继承和保持传统的微积分知识体系,力求做到线索清楚、组织科学、叙述准确、详简适当。同时更加重视数学的系统性和科学性,注意恰当地运用严格的数学语言与推理,使学生有机会适度接触精彩的数学抽象,积累逻辑思维的经验,锻炼理性思维和科学辨析能力,这是提高学生数学素质的重要环节。

2. 注重数学概念的物理学等背景以及几何的直观引入,把形式逻辑推导所掩盖的背景来源,解决问题的思想方法,以及所讲授的内容与其他内容、概念之间的内在联系等生动而又直接地揭示出来,强调数学思想的发展线索、来龙去脉,引导学生逐步理解数学的本质和发展规律,

力求避免刻板枯燥讲授数学的教学方式。

3. 强调数学在经济学等领域的应用,更加注重后继课程中的数学准备。增加应用实例一方面在于提高学生的学习兴趣,另一方面在于使学生初步具备数学来自实践、用于实践的认识。虽然由于课程性质的限制,教材中的例子并不能全面反映数学在经济学等领域应用的广泛性与深入性,但本教材对于这些例子的讲述方式,更加强调数学建模的思想和方法,注重培养学生的实际应用能力和创新意识。教学实践证明这是增强高等数学课程活力的有效途径。

4. 在每章最后一节增加了综合性例题,试图帮助学生复习、联系已学过的内容,提高知识的应用水平,增强学生融会贯通地分析问题、解决问题的能力。本教材还兼顾了各个层次学生的不同需要,将习题分为 A、B 两类,A 类相对容易,符合教学大纲对学生的基本要求;B 类相对难一些,适合有兴趣的学生深入学习。

我们认为,大学教材并非教师照本宣科的脚本。同一本教材可以使用于不同的对象,教出不同的风格。由于各高校、各专业方向对数学基础的要求有一定差异,有关教师可根据不同情况,对教学内容进行适当取舍。

在本教材的编写过程中,得到了复旦大学数学科学学院教学指导委员会主任童裕孙教授、全国普通高校教学名师陈纪修教授的支持、鼓励和帮助;武汉大学的何耀教授、中国人民大学的李军林和蔡海鸥教授、南京大学的李晓春教授与作者共同讨论了编写计划,提出了宝贵意见,在此表示衷心的感谢。同时,感谢北京大学出版社林君秀、陈莉和张迎新编辑的大力支持和帮助,由于她们的辛勤工作,本书才得以尽快与读者见面。

囿于学识,本书不妥和谬误之处在所难免,殷切期望专家、同行和广大读者提出宝贵的批评和建议。

编者

2005 年 6 月于复旦大学

第一章 极限与连续	1
§ 1 函数	2
区间和邻域	2
函数的概念	3
函数的分段表示、隐式表示和参数表示	4
反函数	6
复合函数	7
函数的简单特性	8
初等函数	10
经济学中常用的函数	13
§ 2 数列的极限	15
数列极限的概念	15
数列极限的性质与四则运算法则	19
单调有界数列	23
数列的子列	25
§ 3 函数的极限	26
自变量趋于有限值时函数的极限	26
函数极限的性质与四则运算法则	29
单侧极限	34
自变量趋于无限时函数的极限	34
无穷小量	38
无穷大量	40
§ 4 连续函数	41
连续函数的概念	41
函数的间断点	43
连续函数的性质	44

闭区间上连续函数的性质	47
连续复利	49
§ 5 综合型例题	49
习题一	53
第二章 导数与微分	59
§ 1 导数的概念	59
两个实例	59
导数的概念	60
导数的几何意义	61
单侧导数	61
可导性与连续性的关系	62
导函数	63
§ 2 求导法则	65
求导的四则运算法则	65
反函数求导法	68
复合函数求导法	69
对数求导法	72
隐函数求导法	72
参数形式的函数的求导法	73
§ 3 高阶导数	74
高阶导数的概念	74
高阶导数的运算法则	77
§ 4 微分	79
微分的概念	79
微分的几何意义	81
基本初等函数的微分公式	81
微分的四则运算法则	82
一阶微分的形式不变性	82
微分在近似计算中的应用	83
§ 5 边际与弹性	84
边际的概念	84
弹性的概念	86
常见函数的弹性公式	88
弹性的四则运算法则	89
§ 6 综合型例题	90
习题二	93

第三章 微分中值定理及其应用	99
§ 1 微分中值定理	99
费马(Fermat)定理	99
罗尔(Rolle)定理	101
拉格朗日(Lagrange)中值定理	102
柯西(Cauchy)中值定理	104
§ 2 洛必达法则	105
$\frac{0}{0}$ 待定型的洛必达法则	105
$\frac{\infty}{\infty}$ 待定型的洛必达法则	107
其他待定型的极限	108
§ 3 利用导数研究函数性态	111
函数的单调性	111
函数的极值	112
函数的最值	114
函数的凸性	116
曲线的拐点	119
§ 4 函数作图	120
曲线的渐近线	120
函数作图	122
§ 5 泰勒公式	125
带佩亚诺(Peano)余项的泰勒公式	125
带拉格朗日余项的泰勒公式	127
几个常见初等函数的泰勒公式	128
泰勒公式的应用	132
函数方程的近似求解	134
§ 6 导数在经济学中的应用举例	136
需求弹性与总收益	136
利润最大化问题	138
库存问题	139
§ 7 综合型例题	140
习题三	145
第四章 不定积分	151
§ 1 不定积分的概念和运算法则	151
不定积分的概念	151
基本不定积分公式	153
不定积分的线性性质	154

§ 2	换元积分法和分部积分法	156
	第一类换元积分法	156
	第二类换元积分法	159
	分部积分法	163
§ 3	有理函数和三角函数有理式的不定积分	166
	有理函数的积分	167
	一些无理函数的积分	170
	三角函数有理式的积分	171
§ 4	综合型例题	173
习题四		178
第五章	定积分	183
§ 1	定积分的概念和性质	183
	两个实例	183
	定积分的概念	185
	定积分的性质	187
§ 2	微积分基本定理	189
	变限积分	189
	微积分基本定理	191
§ 3	定积分的计算	192
	换元积分法	192
	分部积分法	196
	定积分的数值计算	198
§ 4	定积分的应用	200
	微元法	200
	平面图形的面积	201
	已知截面面积的立体的体积	203
	旋转体的体积	204
	定积分的经济学应用	205
§ 5	广义积分	209
	无限区间上的广义积分	210
	无界函数的广义积分	216
	Γ 函数和B函数	219
§ 6	综合型例题	220
习题五		226
第六章	空间解析几何	233
§ 1	向量的数量积和向量积	233
	空间直角坐标系	233

向量	235
向量的线性运算	236
向量的数量积	238
向量的向量积	239
§ 2 曲面和曲线	240
曲面	240
曲线	245
§ 3 二次曲面	249
椭球面	250
双曲面	250
抛物面	252
§ 4 综合型例题	253
习题六	257
第七章 多元函数的微积分学	259
§ 1 多元函数的极限与连续	259
n 维空间	259
多元函数	262
多元函数的极限	263
多元函数的连续性	265
有界闭区域上连续函数的性质	266
§ 2 偏导数与全微分	266
偏导数	266
全微分	269
高阶偏导数	272
边际与偏弹性	274
§ 3 多元复合函数和隐函数的求导法则	277
复合函数的求导法则	277
全微分的形式不变性	280
隐函数的存在定理与求导法则	281
函数方程组的隐函数存在定理与求导法则	285
§ 4 中值定理和泰勒公式	287
中值定理	287
泰勒公式	288
§ 5 极值问题	291
无条件极值	291
函数的最值	295
条件极值	296
最小二乘法	301

利用极值原理建立经济模型举例	303
§ 6 二重积分	306
二重积分的概念	306
二重积分的性质	307
二重积分的计算	308
利用极坐标变换计算二重积分	312
二重积分的换元法	314
无界区域上的广义二重积分	316
§ 7 综合型例题	318
习题七	326
第八章 无穷级数	333
§ 1 级数的概念和性质	333
级数的概念	333
级数的性质	336
§ 2 正项级数	338
正项级数的收敛原理	338
正项级数的比较判别法	339
柯西判别法与达朗贝尔(D'Alembert)判别法	342
积分判别法	344
§ 3 任意项级数	345
交错级数	346
绝对收敛与条件收敛	347
更序级数	349
§ 4 幂级数	351
函数项级数	351
幂级数	352
幂级数的性质	355
幂级数的乘法	359
§ 5 函数的幂级数展开及其应用	359
函数的泰勒级数	359
初等函数的泰勒展开式	361
幂级数的应用	365
§ 6 综合型例题	367
习题八	372
第九章 常微分方程与差分方程	377
§ 1 常微分方程的概念	378
常微分方程的概念	378

线性常微分方程的概念	379
§ 2 一阶常微分方程	380
变量可分离方程	380
齐次方程	382
一阶线性方程	385
伯努利(Bernoulli)方程	386
解的存在与唯一性定理	387
可降阶的二阶微分方程	389
§ 3 二阶线性微分方程	390
定解问题的存在性与唯一性	390
线性微分方程解的结构	392
二阶常系数齐次线性微分方程	394
二阶常系数非齐次线性微分方程	396
常数变易法	399
欧拉(Euler)方程	400
高阶线性微分方程简介	401
§ 4 差分方程的概念	403
差分	403
差分方程的概念	405
§ 5 一阶常系数线性差分方程	406
一阶常系数齐次线性差分方程	406
一阶常系数非齐次线性差分方程	407
§ 6 二阶常系数线性差分方程	410
线性差分方程解的结构	411
二阶常系数齐次线性差分方程	411
二阶常系数非齐次线性差分方程	413
高阶常系数线性差分方程简介	415
§ 7 常微分方程与差分方程的应用举例	417
价格与需求量和供给量关系模型	417
人口模型	419
分期付款模型	420
国民收入和支出模型	422
§ 8 综合型例题	423
习题九	430
答案与提示	437
索引	456
参考文献	464