

# 材料力学

王笃之 主编

## 内 容 简 介

本书共分十一章。除第十章是供教师选讲的专题材料外，其余各章均为基础知识，内容有：绪论、材料的机械性质、杆件的内力分析、杆件的应力分析、应力状态理论和强度理论、杆件的变形和简单静不定问题、能量原理及应用、压杆的稳定性、疲劳问题和材料力学的基本实验等。专题内容为：有限差分法计算梁的挠度、厚壁圆筒、薄壁容器和应力分析电测法。各章均附有思考题，除第十、十一章外均附有较多的习题和答案。

本书可作为三年制专科学校机械类专业的教材，也可供机械专业工程技术人员参考。

石油化工大专院校统编教材

材 料 力 学

王笃之 主编

烃加工出版社出版

同兴印刷厂排版

同兴印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米16开本17<sup>1</sup>/<sub>2</sub>印张 442千字 印1—3000

1990年3月北京第1版 1990年3月北京第1次印刷

ISBN 7-80043-071-5/TH·007 定价：3.60元

## 前　　言

本教材是根据中国石油化工总公司1985年在北京召开的教材工作会议的决定编写的。主要是为本系统的三年制专科学校机械专业学生提供适用的教材。

本书在编写上主要参考了原教育部颁布的工科成人教育（三年制）材料力学教学大纲（92学时）和现行的本科四年制材料力学教学大纲（120学时）。根据三年制大专的教学特点，我们在内容上稍多于前者而少于后者，约需100学时。

本书的编写意图主要是突出概念，注重实用。为此，本书把课程的重要内容如内力、应力和变形都集中起来专章编写并附有大量例题，力求使学生能充分掌握这些概念并能应用于实际。此外，鉴于电子计算机的应用日益普及，本书对此也适当编入一些内容。

参加本书编写的同志有北京石油化工专科学校的王笃之（第一章、第十章）、王宏文（习题）、王增庄（第十一章），上海石油化工专科学校的柴仁宇（第四章），广东石油化工专科学校的伍清珊（第二章）、陈喜东（第五章），辽阳石油化工专科学校的黄咸华（第七章）、张成礼（第八章）、孙昌（第九章），抚顺石油学院的张子栋（第六章），抚顺石油化工公司职工大学的刘青峰（第三章、附录），最后由王笃之总成。本书定稿后由哈尔滨工业大学顾震隆教授、哈尔滨科技大学翁兆祥教授和哈尔滨建筑工程学院干光瑜教授进行了详细的审阅。作者对此表示诚挚的谢意。

本书在编写过程中参考了国内外的有关教材和专著，从中吸取了许多有价值的观念、方法和例题，在此也向有关书籍的著作者致意。

由于我们水平有限，书中的缺点和错误在所难免。诚恳希望各位先辈和同行们不吝指正。

编者

1987.5

# 目 录

<b>第一章 绪论</b>	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 基本假设	2
§ 1-3 内力、截面法和内力分量	3
§ 1-4 应力和应力分量	5
§ 1-5 变形和应变——虎克定律	6
<b>第二章 材料的机械性质</b>	10
§ 2-1 金属材料的机械性质	10
§ 2-2 温度、时间对材料机械性质的影响	14
§ 2-3 许用应力和安全系数	16
§ 2-4 一些非金属材料机械性质介绍	17
<b>第三章 杆件的内力分析和内力图</b>	22
§ 3-1 拉、压杆的内力分析	22
§ 3-2 扭杆的内力分析	25
§ 3-3 平面弯曲和梁的简化	28
§ 3-4 梁在指定截面上的剪力和弯矩	30
§ 3-5 梁的剪力图和弯矩图	33
§ 3-6 直梁的剪力、弯矩与载荷集度间的关系	41
§ 3-7 组合受力杆的内力分析	44
<b>第四章 杆件的应力分析和简单的强度计算</b>	54
§ 4-1 直杆轴向拉伸或压缩时的应力分析和强度计算	54
§ 4-2 圆轴扭转时的应力分析和强度计算	58
§ 4-3 平面弯曲时梁的正应力分析和强度条件	64
§ 4-4 平面弯曲时梁的剪应力分析和强度条件	72
§ 4-5 开口薄壁截面的弯曲中心概念	75
§ 4-6 组合变形的应力分析	76
§ 4-7 较复杂的应力分析简介	80
<b>第五章 应力状态理论和强度理论</b>	94
§ 5-1 应力状态的概念	94
§ 5-2 平面应力状态分析——解析法	96
§ 5-3 平面应力状态分析——图解法	98
§ 5-4 三向应力状态	101
§ 5-5 强度理论	102
§ 5-6 弯曲与扭转组合变形时的强度计算	105

<b>第六章 变形和静不定问题</b>	.....	112
§ 6-1 杆件的拉伸(压缩)变形	.....	112
§ 6-2 拉压静不定问题	.....	115
§ 6-3 等直圆杆的扭转变形及刚度计算	.....	117
§ 6-4 梁的弯曲变形——用积分法求梁的位移	.....	122
§ 6-5 用叠加法求梁的位移	.....	128
§ 6-6 用奇异函数求梁的位移	.....	131
§ 6-7 梁的刚度校核	.....	135
§ 6-8 静不定梁和变形比较法	.....	137
<b>第七章 能量原理与应用</b>	.....	148
§ 7-1 外力功与应变能	.....	148
§ 7-2 杆件变形能的计算	.....	151
§ 7-3 卡氏定理及其应用	.....	154
§ 7-4 能量原理在冲击问题上的应用	.....	161
<b>第八章 压杆的稳定性</b>	.....	174
§ 8-1 压杆稳定的概念	.....	174
§ 8-2 临界力的计算	.....	175
§ 8-3 临界应力、欧拉公式的适用范围、临界应力总图	.....	177
§ 8-4 压杆的稳定条件及应用	.....	179
§ 8-5 提高构件稳定性的措施	.....	182
<b>第九章 交变应力下的强度计算</b>	.....	187
§ 9-1 疲劳破坏的概念	.....	187
§ 9-2 交变应力的基本参数	.....	188
§ 9-3 材料的持久极限与持久极限曲线	.....	190
§ 9-4 疲劳强度公式	.....	191
§ 9-5 影响构件持久极限的主要因素	.....	193
§ 9-6 构件疲劳强度的计算	.....	198
§ 9-7 提高构件疲劳强度的措施	.....	203
<b>第十章 专题</b>	.....	208
§ 10-1 有限差分法	.....	208
§ 10-2 厚壁圆筒的强度计算	.....	214
§ 10-3 薄壁容器的应力分析	.....	220
§ 10-4 应力分析的电测法	.....	224
<b>第十一章 材料力学实验</b>	.....	234
§ 11-1 概述	.....	234
§ 11-2 试验机介绍	.....	234
§ 11-3 测量仪器	.....	237
§ 11-4 基本实验指导	.....	239
<b>附录 I 平面图形的几何性质</b>	.....	252
<b>附录 II 型钢表</b>	.....	256

附录Ⅲ 单位换算 .....	269
附录Ⅳ 用于构成十进倍数和分数单位的词头 .....	270
参考文献 .....	270

# 第一章 绪 论

## § 1-1 材料力学的任务

材料力学是研究受力构件的强度、刚度和稳定性的科学。为了说明问题，我们举一个实例。图1-1(a)是一台往复式压缩机，它是由许多构件（轴、飞轮、连杆等）组成的。当原动机带动轴旋转时，轴上的飞轮就带动连杆使活塞作往复运动而作功。在此过程中，机器中的每一构件都承受着一定的作用力（载荷）。由于构件在机器中的作用不同，它们的受力形式也各不相同。图1-1(b)、(c)、(d)、(e)、(f) 各件均有各自的受力特点，依次被称为：

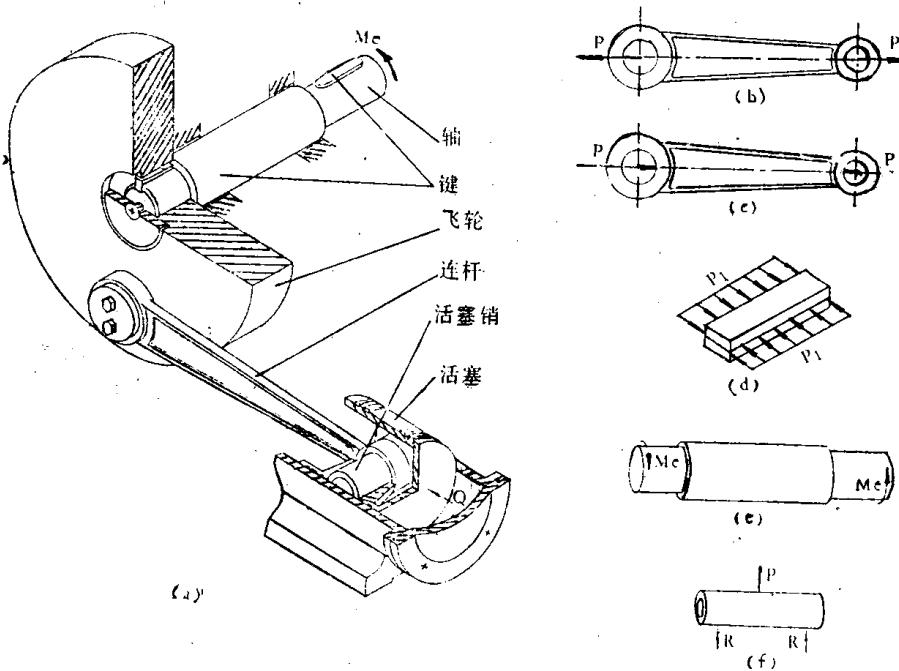


图 1-1

轴向拉伸、轴向压缩、剪切、扭转和弯曲。这五种情况（拉、压、剪、扭、弯）称为杆件的基本受力形式。所谓杆件是指长度远远大于宽度和厚度的构件。材料力学中主要考虑杆的问题。至于非杆构件，例如飞轮、活塞等，则一般不在材料力学范围内讨论。由上述分析可知，机器中的受力杆件，其受力形式无非是拉、压、剪、扭、弯五者之一，或者是组合形式（进一步分析表明，轴的受力形式是扭转和弯曲的组合）。

杆件在特定的受力形式下，均将发生相应的变形（五种变形）。图1-2表示了每一种受力形式所引起的相应的变形。但当受力过大时还会引起破坏。在设计一台机器时，一般都应保证所有受力构件既不被破坏也不发生过大的变形。因此，设计者必须考虑以下问题：

1. 强度问题 即构件抵抗破坏的能力问题；
2. 刚度问题 即构件抵抗变形的能力问题；

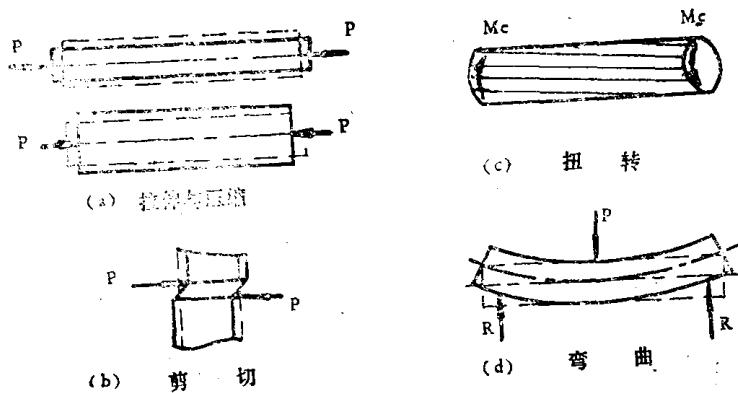


图 1-2

### 3. 稳定性问题 即构件保持其原有平衡形式的能力问题(详见第八章)。

材料力学就是为了研究上述问题而产生和发展的。它的主要工作包括两个方面：一是研究常用工程材料的机械性质，二是研究杆件在外力作用下，内部的受力情况和整体的变形情况。掌握了这两方面的知识，人们就有可能为受力构件选用合适的材料和设计出合理的尺寸，使其能安全而经济地承担特定的工作载荷。

还应注意，在实际工作中，人们对构件强度、刚度和稳定性三项要求往往根据具体情况而有所侧重。例如，对压力容器是以强度要求为主，而对车床主轴则特别重视刚度要求，至于对受压的细长杆则以稳定性要求为主。此外，还有些构件，人们不是要求它们具有较高的强度和刚度，而是希望它们易于破坏和易于变形。例如，化工装置中的防爆膜，在压力过大时，要求它首先破裂以保护整个装置或某些重要部件不受损伤。又如各种设备上的减震弹簧，为了起到减震作用，必须要求它们在受力时产生足够的变形。

以上种种要求说明，为了正确地进行设计，人们必须建立一套关于受力构件的强度、刚度和稳定性的分析和计算方法。这就是材料力学的任务。

## § 1-2 基本假设

### 一、关于变形固体的假设

一切构件均可视为变形固体。为了便于研究，我们假设，该固体是连续的、均匀的和各向同性的。即认为整个固体内部毫无空隙地充满着物质，而且，任何一部分，任何方向上其物理性质都完全相同。实际情况当然不尽如此，有些材料，例如各种碳钢、有色金属、玻璃等大体上符合这一假设。而有些材料例如木材、纤维织物、复合材料等则明显地具有不均匀和各向异性的特点。对于由这些材料制成的构件，在本教材中不予讨论。

### 二、关于小变形的假设

构件在外力作用下，均将发生变形。如图1-3所示，在载荷P的作用下，杆件AB和AC的长度均将发生或多或少的改变，从而使夹角 $\alpha$ 也发生变化。为了便于分析，我们假设，外力所引起的变形在数值上与构件的原始尺寸相比极其微小，可以忽略不计。因而在研究构件的平

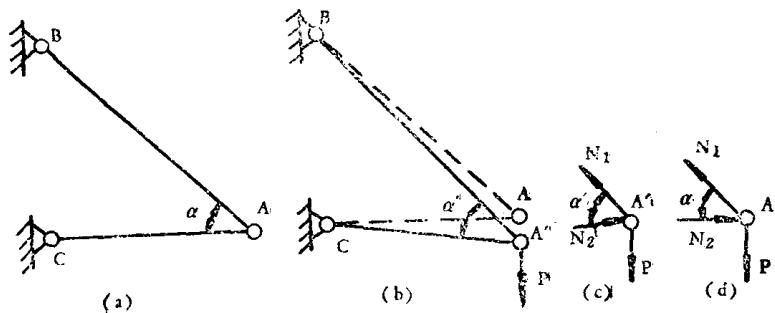


图 1-3

衡时，可以忽略它们的变形。据此，在分析上述结构时，我们所根据的尺寸是受力前的原始尺寸AB和AC，而不是变形后的实际尺寸A'B和A'C。

在实际工程中，相当多的构件在受力后变形量确实非常小，很难用肉眼观察到。上述假设是合理的，但也确有某些构件象弹簧片，受力后的变形很明显，不能忽视。这种情况属于“大变形”问题，也不在本教材中讨论。

上述假设实际上为材料力学的研究划定了一个范围，即限于由理想（连续、均匀和各向同性）的材料制成并且变形非常微小的杆状构件。可以设想，随着材料的性质的差异和变形量的大小，我们所得结论的近似程度也将会有所不同。

### § 1-3 内力、截面法和内力分量

物体因受力而变形，其任意两部分之间必因相对位置的改变而引起相互的作用（牵拉、挤压或错动），这种作用就称为内力。

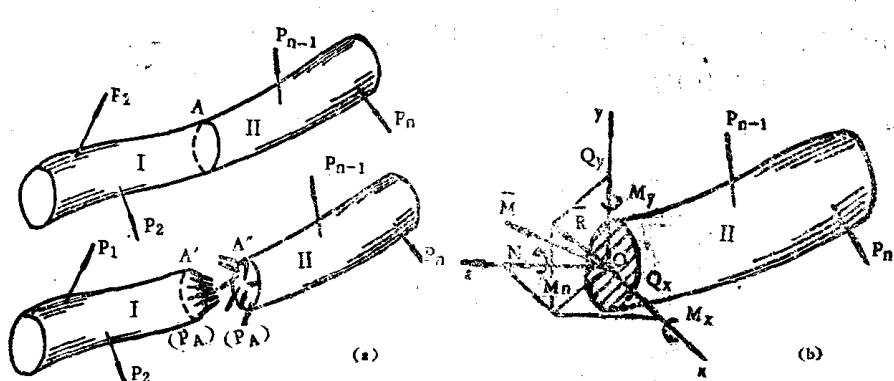


图 1-4

如图1-4(a)所示，设有一物体在平衡力系作用之下，物体的一部分Ⅰ必有相对于另一部分Ⅱ移动的趋势。作为一个整体，Ⅰ和Ⅱ之间必将发生相互的约束来抵抗这种趋势。这种相互的约束力就是内力。显然，我们所说的内力决不是物体内各质点之间原来就有的内聚力，而是指在外力作用下，物体的任何两部分在相邻截面上的相互作用力，是原有内聚力之外的附加内力。这种内力随外力的增大而增大，在超过一定限度时就使受力物体破坏。

为了定量地求出任一截面上的内力的大小和方向，通常采用截面法。其步骤如下：

**1. 截取分离体：**在图1-4(a)中，在Ⅰ、Ⅱ两部分之间用一假想的截面A将受力物体截开，舍去一部分Ⅰ，保留另一部分Ⅱ，则Ⅰ对Ⅱ的作用就以分布力的形式作用在Ⅱ的整个截面上。于是在Ⅱ上除了原有的作用力 $\bar{P}_{a-1}$ 、 $\bar{P}_o$ (已知外力)外，还有一组未知的作用于其截面上的分布力。根据已学过的力系简化方法，作用在截面内任一点上的力均可向截面上某一点O(此点一般定在截面的形心上)简化为一个力和一个力偶。于是，整个截面所受的力最终可以等效地表示为一个主矢 $\bar{R}$ 和一个主矩 $\bar{M}$ [图1-4(b)]。 $\bar{R}$ 和 $\bar{M}$ 就是Ⅰ部分对Ⅱ部分的作用力，亦即所考虑的截面上的内力的合力。显而易见，我们也可以舍去Ⅱ而保留Ⅰ，结果可以得到Ⅱ对Ⅰ的在同一截面上的作用力 $\bar{R}'$ 和 $\bar{M}'$ 。它们必然分别和 $\bar{R}$ 和 $\bar{M}$ 大小相等，方向相反，作用在Ⅰ上。由此可知，当假想地截开后，无论保留哪一部分都是可以的。我们称保留部分为**分离体**

**2. 研究分离体的平衡：**图1-4(a)所示之物体在原有外力作用下处于平衡状态。当假设截为两部分之后，每一部分也必须处于平衡状态。因此，在我们所保留的分离体上，所有的作用力和力偶 $\bar{P}_{a-1}$ 、 $\bar{P}_o$ 、 $\bar{R}$ 和 $\bar{M}$ 就必然构成一个空间平衡力系，从而可由平衡方程解出未知的 $\bar{R}$ 、 $\bar{M}$ 。为此，先以截面上的O点作为原点建立一个直角坐标系 $Ox$ 、 $Oy$ 、 $Oz$ 并设 $Oz$ 轴与截面垂直。再将矢量 $\bar{R}$ 和 $\bar{M}$ 分别向三个坐标轴投影，得出六个分量，其大小分别表示为：

$$N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$$

即称为截面上的六个内力分量[图1-4(b)]。再将外力 $P_{a-1}$ 、 $P_o$ 也在坐标轴方向上分解，根据平衡方程

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0, \quad \Sigma Y = 0, \quad \Sigma Z = 0 \\ \Sigma M_x &= 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0 \end{aligned} \quad (1-1)$$

即可求出上述六个内力分量。它们分别表示舍去部分对保留部分的作用力或力偶，统称为截面A上的内力。

内力的单位用牛顿N、千牛kN或兆牛MN。

力偶矩的单位用牛·米N·m、千牛·米kN·m或兆牛·米MN·m。

**例1-1 钻床如图1-5(a)所示，钻头上受向上的推力为P，钻头中心线距立柱中心线为a，不计自重，求截面m-m上的内力分量。**

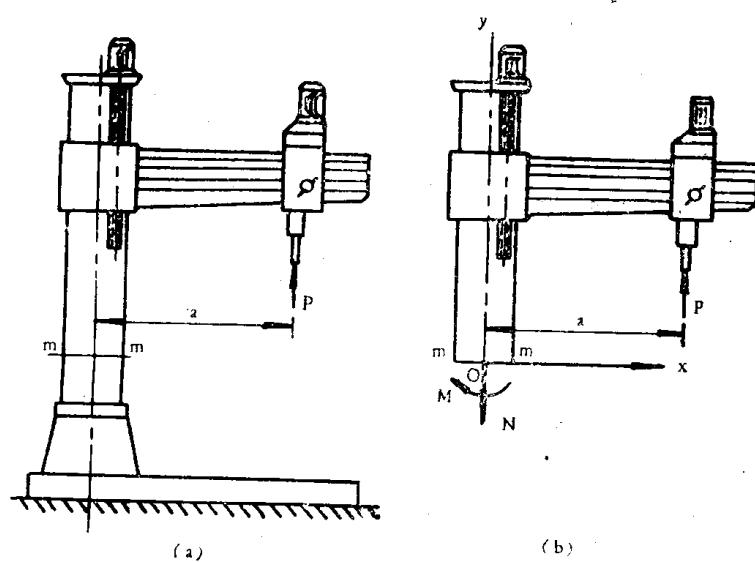


图 1-5

解 沿截面m-m假想地分为两部分，保留上半部分为分离体（图1-5（b））。取截面形心O为原点定坐标系Oxy。由于是平面力系，截面上的内力分量只有N和M，它们的方向假设如图。由公式（1-1）有

$$\sum Y = 0, \quad \sum M_o = 0$$

即

$$P - N = 0 \quad (a)$$

$$Pa - M = 0 \quad (b)$$

解(a)、(b)式，得

$$N = P(\downarrow), \quad M = Pa(\curvearrowright)$$

由于解得的结果是正值，故原来假设的N和M的方向是正确的。

请读者自己思考，如果保留下半部分为分离体，结果会如何？

## § 1-4 应力和应力分量

内力在截面上的分布一般是不均匀的。

构件的破坏往往发生在内力密度最大的地方，称为危险点（区）。为了解决强度问题，人们建立了应力的概念。所谓应力是指一点处的内力密度，它是物体内一点处受力程度的度量。

如图1-6所示，在承受内力的截面上任取一点K，其坐标为(z, y)。围绕K点作一元面积 $\Delta A$ ，设在此 $\Delta A$ 上内力的合力为 $\bar{R}$ ，则K点处的应力可定义为：

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\bar{R}}{\Delta A} \quad (1-2)$$

$\bar{p}$ 是一个矢量。它在三个坐标轴上的分量的大小分别以 $\sigma$ 、 $\tau_{xz}$ 、 $\tau_{yz}$ 表示。其中， $\sigma$ 的方向与截面垂直称为正（法向）应力，它表示截面在K点处在法线方向上受到的拉或压的应力； $\tau_{xz}$ 、 $\tau_{yz}$ 的方向与截面平行均称为剪（切）应力，它们表示K点处沿着截面受到的滑移或错动的应力。 $\sigma$ 和 $\tau$ 是与构件的破坏密切相关的两个物理量，它们定量地说明了构件内一点处的受力程度亦即危险程度。

在国际制单位中，应力的单位用牛/米<sup>2</sup>(N/m<sup>2</sup>)，称为帕斯卡或简称为帕(Pa)。或用兆牛/米<sup>2</sup>，称为兆帕(MPa=10<sup>6</sup>Pa)。

$$1 \text{ MPa} = 10.20 \text{ kgf/cm}^2$$

应力分量与内力分量之间有如下关系（图1-6）：

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A \sigma dA & M_x &= \int_A (\tau_{xz}y - \tau_{yz}z) dA \\ Q_z &= \int_A \tau_{xz} dA & M_y &= \int_A \sigma z dA \\ Q_y &= \int_A \tau_{yz} dA & M_z &= - \int_A \sigma y dA \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

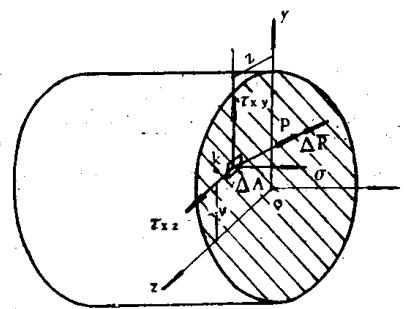


图 1-6

## § 1-5 变形和应变——虎克定律

### 一、弹性变形和塑性变形

变形固体在外力作用下均将发生形状的改变。当外力的大小不超过某一限度时，它所引起的变形是可恢复的，即卸荷后物体可恢复原状。这种变形称为弹性变形。而当外力的大小超过这一限度时，它所引起的变形将不能完全恢复，即卸荷后物体将保留下或多或少的残余变形，此残余变形称为塑性变形。弹性和塑性是固体在不同的受力（变形）阶段内所呈现出的两性特性。在弹性阶段内固体表现为弹性，而在塑性阶段内则表现出塑性。这两阶段的划分对各种材料来说是各不相同的。

### 二、变形的度量——应变

杆件的变形形式从整体看可分为拉伸、压缩、剪切、扭转、弯曲五种（图1-2），称为五种基本变形。但应指出，每一杆件均可分割为无限个单元体（直角六面体如图1-7所示），从每个单元体来看则只有长度的改变和角度的改变两种变形。杆的整体变形实际上是单元体变形积累的结果。因此，单元体的两种变形才是最本质的变形。为了度量单元体的变形程度，

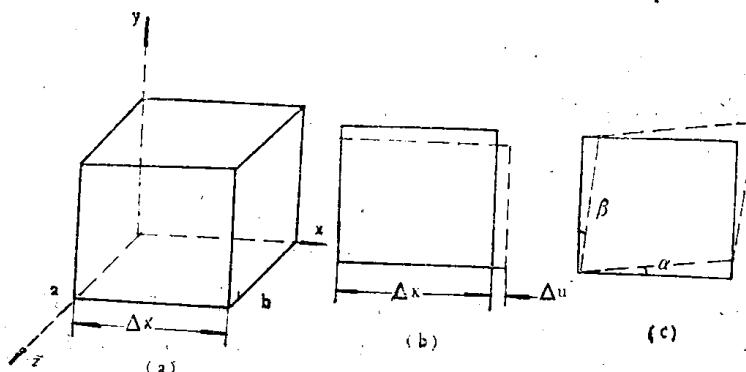


图 1-7

人们定义出两个物理量线应变和角应变，分别用 $\epsilon$ 和 $\gamma$ 表示。所谓线应变，是指单元体的棱边长度的相对变化量。如图1-7(b)所示，有

$$\epsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-4)$$

$\epsilon$ 表示单元体棱边 $\Delta x$ 的平均线应变。若令 $\Delta x \rightarrow 0$ ，则有

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-5)$$

$\epsilon$ 表示一点处的线应变。所谓角应变是指单元体两棱边的夹角( $90^\circ$ )的绝对变化量。如图1-7(c)所示，有

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (1-6)$$

同样，当单元体无限缩小时， $\gamma$ 即表示一点处的角应变。

本书中，线应变也称为应变，角应变也称为剪应变。

此外，根据图1-7(b)，当单元体在x方向伸长(缩短)时，在y、z方向上必然同时引起

缩短(伸长),即同时出现三个方向的应变 $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$ 、 $\epsilon_z$ 。如果单元体只在x方向受力(单向应力),则 $\epsilon_x$ 称为纵向(即沿受力方向)应变,而 $\epsilon_y$ 和 $\epsilon_z$ 称为横向应变。实验证明,对各向同性材料有

$$|\epsilon_y|=|\epsilon_z|=\mu|\epsilon_x| \quad (1-7)$$

式中 $\mu$ 称为材料的泊松系数或泊松比。常见材料的 $\mu$ 值见表1-1。

$\epsilon$ 、 $\gamma$ 和 $\mu$ 均为无量纲, $\epsilon$ 常以%表示, $\gamma$ 以弧度表示。

### 三、弹性限度内应力和应变的关系——虎克定律

实验指出,多数金属材料在弹性限度内,应力和应变成正比,即

$$\sigma=E\epsilon \quad \tau=G\gamma \quad (1-8)$$

E称为材料的弹性模量,G称为材料的剪切弹性模量。E和G的物理意义是当 $\epsilon$ 或 $\gamma$ 的值为1时所需要的应力( $\sigma$ 或 $\tau$ )的大小,它们反映了材料所具有的抵抗变形的能力,亦即材料的刚度。可以证明,E和G有如下关系:

$$G=\frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1-9)$$

由此可知,E、G和 $\mu$ 三个材料常数中只有两个是独立的。(1-8)称为虎克定律。

E和G的量纲与应力的量纲相同。常用单位为吉牛/米<sup>2</sup>(GN/m<sup>2</sup>),1GN/m<sup>2</sup>=10<sup>9</sup>N/m<sup>2</sup>。E的数值见表1-1。

表 1-1 弹性模量和泊松比的约值

材料名称	牌号	E		$\mu$
		(10 <sup>6</sup> kg/cm <sup>2</sup> )	(10 <sup>6</sup> MPa)	
低碳钢		2.0~2.1	2.0~2.1	0.24~0.28
中碳钢	45	2.09	2.05	
低合金钢	16Mn	2.0	2.0	0.25~0.30
合金钢	40CrNiMoA	2.1	2.1	
灰口铸铁		0.6~1.65	0.6~1.62	0.23~0.27
球墨铸铁		1.5~1.8	1.5~1.8	
铝合金	LY12	0.72	0.71	0.33
硬质合金		3.9	3.8	
混凝土		0.152~0.37	0.152~0.36	0.16~0.18
木材(顺纹)		0.09~0.12	0.09~0.12	

注:本表摘自孙训方等编《材料力学》。

例1-2 空心圆管在均匀内压力P作用下,内孔的半径由 $r$ 变为 $r+dr$ (图1-8)。试求内孔边缘的线应变。

解 设内孔圆周的原长度为 $l_0=2\pi r$ ,则

被扩大后的圆周长度变为 $l=2\pi(r+dr)$

圆周长度的改变量为 $\Delta l=l-l_0=2\pi dr$

内孔边缘的平均线应变 $\epsilon'=\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{dr}{r}$

● 在本书中弹性极限和比例极限不作严格区分。

在内孔均匀扩大的情况下  $\epsilon = \epsilon' = \frac{dr}{r}$  为边缘上所有各点处的线应变。

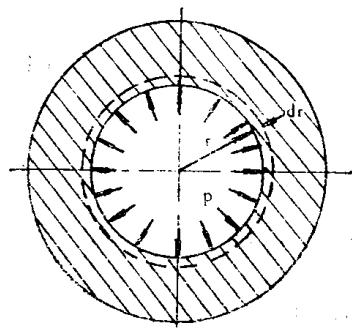


图 1-8

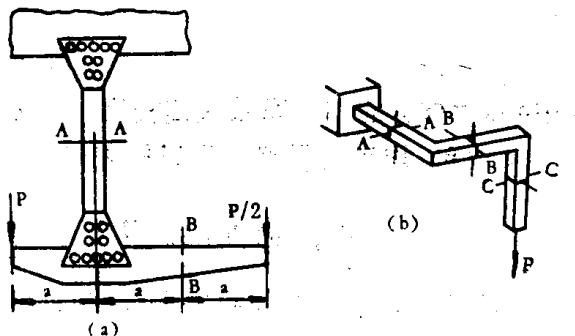


图 1-9

### 思 考 题

1-1 在图1-9中, 求A-A, B-B, C-C各截面上的内力。

1-2 图1-10所示为一自动夹钳, 设已知夹起的重量为Q, 试分析各杆件的受力形式(不计各杆自重), 并求横杆AB的内力。

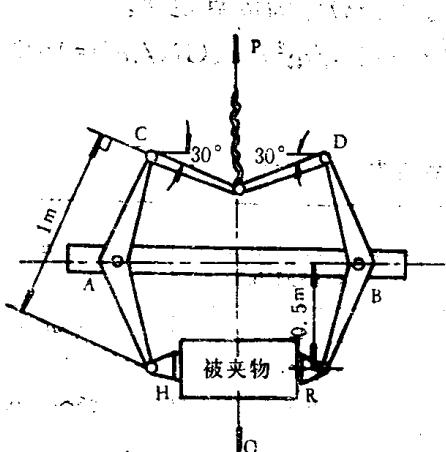


图 1-10

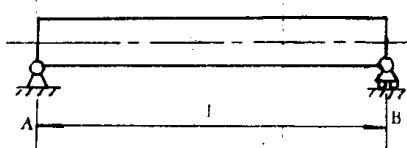


图 1-11

1-3 一钢柱横放在支座A、B上(图1-11)。设钢柱每单位长度的重量为q, 钢柱的长度为l。求此柱正中间横截面上的内力。

1-4 圆截面的钢柱, 半径为R, 长度为l, 左端固定不动, 右端受一力偶M<sub>c</sub>的作用(图1-12)。我们观察到, 在M<sub>c</sub>的作用下, 柱的右端面转了一个角度, 并经测定此角为φ弧度。柱的母线均发生偏转使表面上的小矩形abcd变形为平行四边形。试求abcd的剪应变。

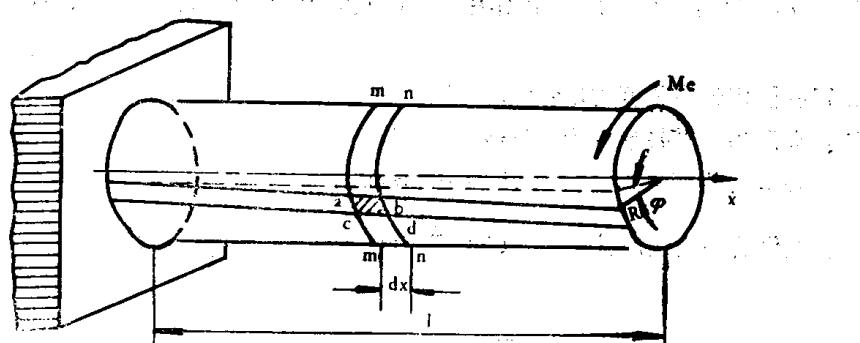
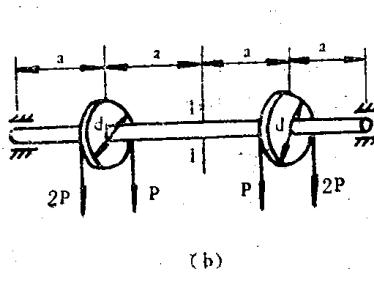
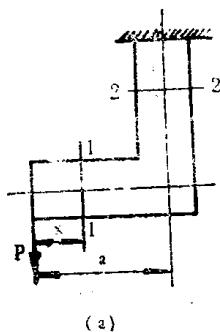


图 1-12

# 习 题

1-1 试求下图所示各杆指定截面的内力。



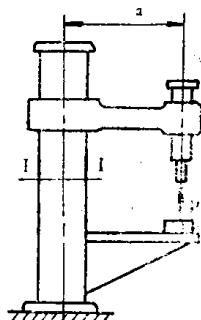
题 1-1图

1-2 在零件上钻孔时，钻杆受到钻头传来的轴向力 $P=15\text{ kN}$ ，钻杆至立柱中心的距离 $a=400\text{ mm}$ ，试求钻床立柱1-1截面上的内力，并分析立柱产生什么样的变形。

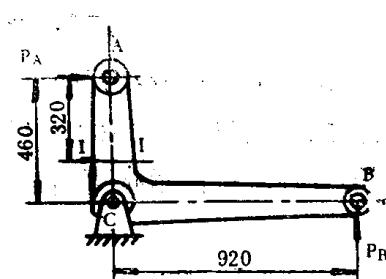
答： $N_1 = 15\text{ kN}$        $M_1 = 6\text{ kN}\cdot\text{m}$

1-3 操纵杆尺寸如图所示，右端受力 $P_B = 8.5\text{ kN}$ ，试求1-1截面上的内力。

答： $Q_1 = 17\text{ kN}$        $M_1 = 5.44\text{ kN}\cdot\text{m}$



题 1-2图



题 1-3图

## 第二章 材料的机械性质

前面在虎克定律中提到的常数  $E$ ，是材料机械性质的一个重要指标。所谓材料**机械性质**（或**力学性质**），主要是指材料在外力作用下，受力和变形之间的关系。要解决工程构件的强度和刚度问题，必须对材料机械性质进行研究。

目前在石油化工机器和设备中，应用最广泛的还是金属材料。但随着科学技术高速发展，对材料的性能、使用效率、寿命等提出越来越高的要求。人工合成高分子材料因其良好的使用性能和经济效益正在逐步取代一部分金属材料；而复合材料具有单一材料无法比拟的优点和综合性能，也已成为用途广泛的新型材料。本章在重点叙述金属材料机械性质之后，将对非金属材料中的工程塑料和复合材料的机械性质作简单介绍。

材料的机械性质可由实验测定，其中拉伸和压缩试验是研究材料机械性质中最常用、最基本的实验。所以，以下对材料机械性质的研究是通过拉伸和压缩试验进行的。

### § 2-1 金属材料的机械性质

低碳钢和铸铁是工程上使用较广泛的两种金属材料，它们的机械性质比较典型。本节主要介绍这两种材料在常温、静载条件下的机械性质。

#### 一、低碳钢拉伸时的机械性质

材料的拉伸试验一般在万能材料试验机上进行。为了使不同材料的试验结果能相互比较，国家标准《金属拉力试验法》（GB228-76）规定了标准试件的形状和尺寸（图2-1）。试件中段为等直杆，截面形状有圆形和矩形两种。试件中段用来测量变形的长度  $l$  称为标距。对

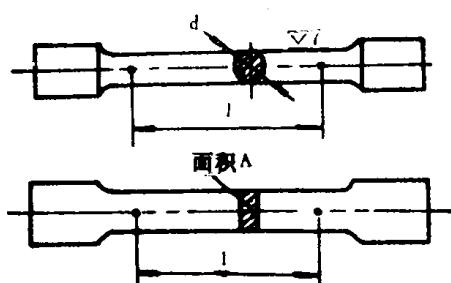


图 2-1

圆试件  $l = 10d$  或  $l = 5d$ 。对矩形试件， $l = 11.3\sqrt{A}$  或  $l = 5.66\sqrt{A}$ ， $A$  为试件中段横截面面积。

将低碳钢试件装在试验机上，缓慢加载，记录各时刻的拉力  $P$ ，并测出与拉力  $P$  对应的标距伸长量  $\Delta l$ ，直至拉断为止。如以拉力  $P$  为纵坐标，伸长量  $\Delta l$  为横坐标，则可以画出  $P$  与  $\Delta l$  的关系曲线（图2-2），即试件的拉伸图或  $P-\Delta l$  曲线。一般试验机上都备有自动绘图装置，在拉伸过程中可以自动绘出拉伸图。

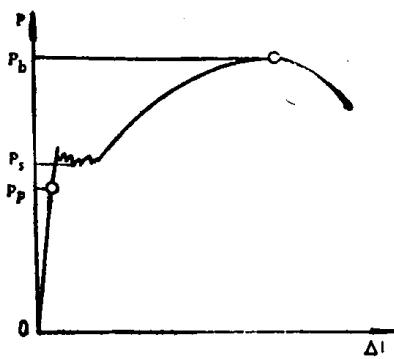


图 2-2

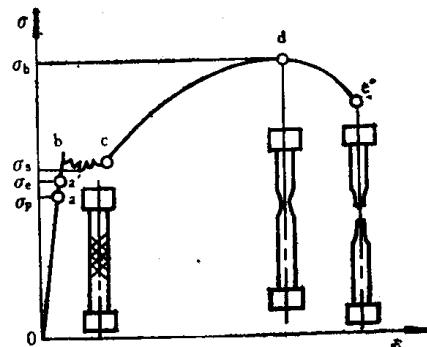


图 2-3

为了消除试件尺寸的影响，以反映材料本身的性质，将拉伸图上纵坐标  $P$  除以试件原始横截面面积  $A$ ，即  $\frac{P}{A} = \sigma$ ，称为**名义应力**；横坐标  $\Delta l$  除以试件标距  $l$ ，即  $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ ，称为**平均应变**，于是得到  $\sigma-\varepsilon$  曲线（图 2-3 所示），称为**应力-应变图**。

从图 2-3 可以看出，低碳钢整个拉伸过程可以分成以下四个阶段：

**1. 弹性阶段 (oa)** 在拉伸初始阶段， $\sigma$  与  $\varepsilon$  关系为直线  $oa$ ，在这一阶段  $\sigma$  与  $\varepsilon$  成正比。直线  $oa$  的最高点  $a$  所对应的应力称为材料的比例极限，用  $\sigma_p$  表示。A3 钢  $\sigma_p \approx 200 \text{ MPa}$ 。可见，当应力不超过比例极限时，应力与应变成正比。即

$$\sigma = E\varepsilon$$

这就是前面所述的虎克定律。

当应力超过比例极限后，图上  $aa'$  已不是直线，说明应力与应变不再成正比关系。但是变形仍然是弹性的，即拉力全部卸除后，变形也随之消失。如应力超过  $a'$  点，即使把拉力全部卸除，试件仍保留有残余变形，即塑性变形。 $a'$  点对应的应力是材料只出现弹性变形的极限值，称为材料的**弹性极限**，用  $\sigma_e$  表示。A3 钢  $\sigma_e$  也近似等于  $200 \text{ MPa}$ 。实际上  $a$ 、 $a'$  两点非常接近，应用时比例极限和弹性极限通常不作严格区分。

**2. 屈服阶段 (bc)** 当应力超过弹性极限后，图上出现了一段接近水平线的小锯齿形线段  $bc$ ，说明这个阶段应力虽有波动，但几乎没有增加，而应变却增加得很快，材料好象失去了对变形的抵抗能力。这种应力变化不大而应变显著增加的现象称为屈服或流动。屈服阶段内最低的应力称为材料的**屈服极限**或**流动极限**，用  $\sigma_s$  表示。A3 钢的屈服极限  $\sigma_s = (216 \sim 235) \text{ MPa}$ 。当材料屈服时，在磨光的试件上可以看到一些与轴线约成  $45^\circ$  角的条纹线（图 2-3）。这种条纹线是由于材料内部晶格之间产生相对滑移而形成的，称为滑移线。晶格之间相对滑移是发生塑性变形的根本原因。

应力达到屈服极限时，材料将出现显著的塑性变形，这样将影响机器零件、工程构件的正常工作，所以屈服极限是衡量材料强度的重要指标。

**3. 强化阶段 (cd)** 过屈服极限后，图上向上的凸曲线  $cd$  说明要使试件继续变形，必须增加拉力，即材料又恢复了抵抗变形的能力，这种现象称为材料的**强化**。强化阶段最高点  $d$  所对应的应力，是试件按原横截面积算得的最大名义应力，称为材料的**强度极限**，用  $\sigma_b$  表示。A3 钢  $\sigma_b \approx 400 \text{ MPa}$ 。

**4. 颈缩阶段 (de)** 从  $d$  点开始，在试件某一局部范围内，横向尺寸将突然急剧缩小，出现颈缩现象（图 2-3）。由于试件在颈缩处横截面积迅速减小，继续拉伸所需的拉力也相