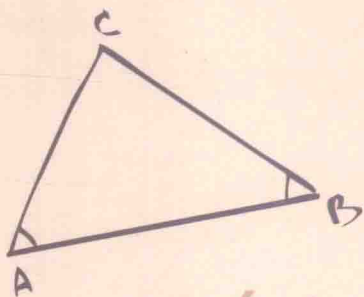


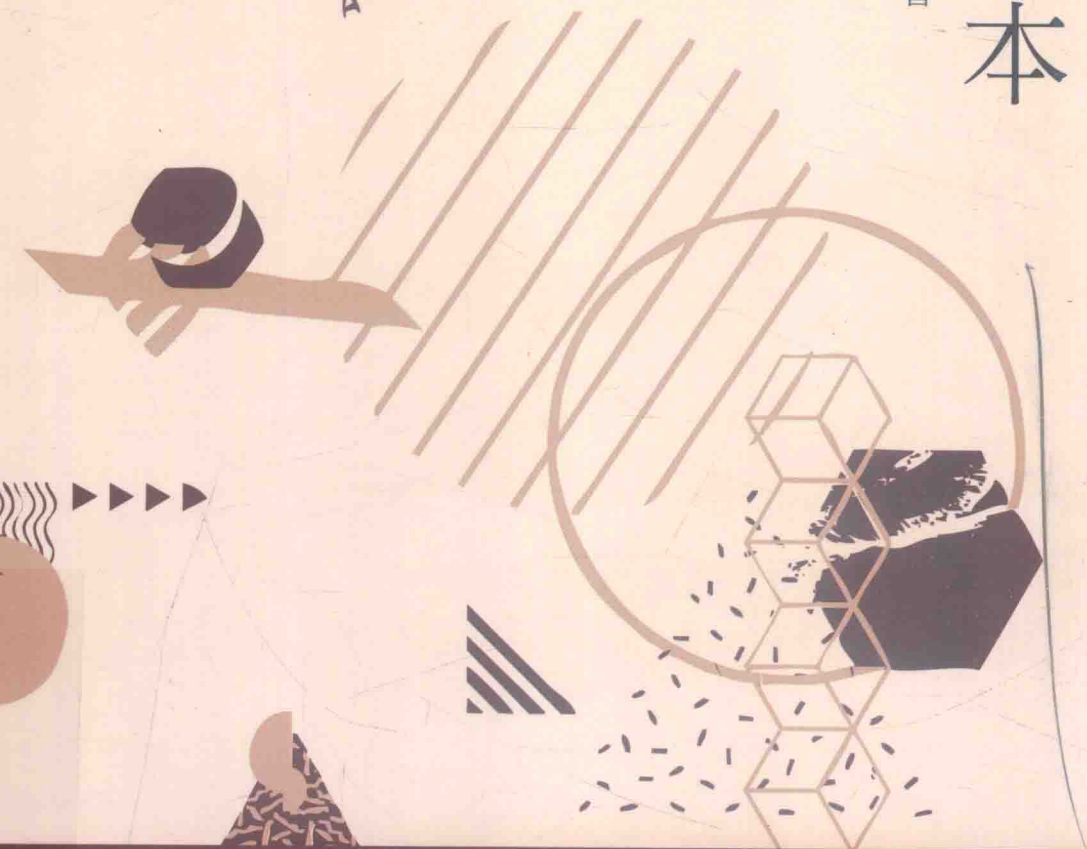
门外汉都可以看懂的教科书式的科普读物

Euclid's
Elements



「古希腊」欧几里得著
Euclid

几何原本



欧式几何的奠基之作

集整个古希腊数学成果和精神于一体的不朽经典

对自然科学的发展做出重大贡献的科学著作

如果欧几里得未激发你少年时代的科学热情，那你肯定不是天才科学家。——爱因斯坦

台海出版社

几何原本

[古希腊] 欧几里得 著
桂金 译

台海出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

几何原本 / (古希腊) 欧几里得著 ; 桂金译 . -- 北京 : 台海出版社 , 2017.12
ISBN 978-7-5168-1643-1

I . ①几… II . ①欧… ②桂… III . ①欧氏几何
IV . ①O181

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 276127 号

几何原本

著 者 : [古希腊] 欧几里得

责任编辑 : 高惠娟

责任印制 : 蔡 旭

出版发行 : 台海出版社

地 址 : 北京市东城区景山东街 20 号 邮政编码 : 100009

电 话 : 010 - 64041652 (发行 , 邮购)

传 真 : 010 - 84045799 (总编室)

网 址 : www.taimeng.org.cn/thcbs/default.htm

E - mail : thcbs@126.com

印 刷 : 大厂回族自治县彩虹印刷有限公司

开 本 : 710 毫米 × 1000 毫米 1/16

字 数 : 500 千字

印 张 : 29.5

版 次 : 2018 年 8 月第 1 版

印 次 : 2018 年 8 月第 1 次印刷

书 号 : ISBN 978-7-5168-1643-1

定 价 : 69.80 元

版权所有 侵权必究



第1章 几何基础



定义 I	001	命题 I .18	012
公设 I	002	命题 I .19	013
公理 I	002	命题 I .20	013
命题 I .1	002	命题 I .21	014
命题 I .2	003	命题 I .22	015
命题 I .3	004	命题 I .23	015
命题 I .4	004	命题 I .24	016
命题 I .5	005	命题 I .25	017
命题 I .6	006	命题 I .26	017
命题 I .7	006	命题 I .27	018
命题 I .8	007	命题 I .28	019
命题 I .9	007	命题 I .29	019
命题 I .10	008	命题 I .30	020
命题 I .11	008	命题 I .31	021
命题 I .12	009	命题 I .32	021
命题 I .13	009	命题 I .33	022
命题 I .14	010	命题 I .34	022
命题 I .15	011	命题 I .35	023
命题 I .16	011	命题 I .36	024
命题 I .17	012	命题 I .37	024

命题 I.38	025	命题 I.44	028
命题 I.39	025	命题 I.45	029
命题 I.40	026	命题 I.46	030
命题 I.41	026	命题 I.47	031
命题 I.42	027	命题 I.48	032
命题 I.43	028		

第2章 几何与代数



定义 II	034	命题 II.8	039
命题 II.1	034	命题 II.9	040
命题 II.2	035	命题 II.10	042
命题 II.3	035	命题 II.11	043
命题 II.4	036	命题 II.12	044
命题 II.5	037	命题 II.13	045
命题 II.6	038	命题 II.14	046
命题 II.7	038		

第3章 圆与角



定义 III	047	命题 III.9	053
命题 III.1	047	命题 III.10	054
命题 III.2	048	命题 III.11	054
命题 III.3	049	命题 III.12	055
命题 III.4	049	命题 III.13	055
命题 III.5	050	命题 III.14	056
命题 III.6	050	命题 III.15	057
命题 III.7	051	命题 III.16	058
命题 III.8	052	命题 III.17	059

命题Ⅲ.18	059	命题Ⅲ.28	065
命题Ⅲ.19	060	命题Ⅲ.29	066
命题Ⅲ.20	060	命题Ⅲ.30	066
命题Ⅲ.21	061	命题Ⅲ.31	067
命题Ⅲ.22	061	命题Ⅲ.32	068
命题Ⅲ.23	062	命题Ⅲ.33	068
命题Ⅲ.24	062	命题Ⅲ.34	070
命题Ⅲ.25	063	命题Ⅲ.35	071
命题Ⅲ.26	064	命题Ⅲ.36	072
命题Ⅲ.27	064	命题Ⅲ.37	073

第4章 圆与正多边形



定义Ⅳ	075	命题Ⅳ.9	082
命题Ⅳ.1	075	命题Ⅳ.10	082
命题Ⅳ.2	076	命题Ⅳ.11	083
命题Ⅳ.3	076	命题Ⅳ.12	084
命题Ⅳ.4	077	命题Ⅳ.13	086
命题Ⅳ.5	078	命题Ⅳ.14	087
命题Ⅳ.6	079	命题Ⅳ.15	088
命题Ⅳ.7	080	命题Ⅳ.16	089
命题Ⅳ.8	081		

第5章 比例



定义Ⅴ	090	命题Ⅴ.4	093
命题Ⅴ.1	091	命题Ⅴ.5	094
命题Ⅴ.2	091	命题Ⅴ.6	095
命题Ⅴ.3	092	命题Ⅴ.7	096

命题 V.8	096	命题 V.17	104
命题 V.9	098	命题 V.18	106
命题 V.10	098	命题 V.19	106
命题 V.11	099	命题 V.20	107
命题 V.12	100	命题 V.21	108
命题 V.13	101	命题 V.22	109
命题 V.14	102	命题 V.23	110
命题 V.15	103	命题 V.24	111
命题 V.16	103	命题 V.25	112

第6章 相似



定义 VI	113	命题 VI.17	127
命题 VI.1	113	命题 VI.18	128
命题 VI.2	114	命题 VI.19	129
命题 VI.3	115	命题 VI.20	130
命题 VI.4	116	命题 VI.21	132
命题 VI.5	117	命题 VI.22	133
命题 VI.6	118	命题 VI.23	134
命题 VI.7	119	命题 VI.24	135
命题 VI.8	120	命题 VI.25	136
命题 VI.9	121	命题 VI.26	137
命题 VI.10	122	命题 VI.27	138
命题 VI.11	123	命题 VI.28	138
命题 VI.12	123	命题 VI.29	140
命题 VI.13	124	命题 VI.30	141
命题 VI.14	124	命题 VI.31	142
命题 VI.15	125	命题 VI.32	143
命题 VI.16	126	命题 VI.33	144

第7章 数论[一]



定义 VII	145	命题 VII.20	161
命题 VII.1	146	命题 VII.21	161
命题 VII.2	146	命题 VII.22	162
命题 VII.3	148	命题 VII.23	163
命题 VII.4	149	命题 VII.24	163
命题 VII.5	150	命题 VII.25	164
命题 VII.6	151	命题 VII.26	164
命题 VII.7	152	命题 VII.27	165
命题 VII.8	152	命题 VII.28	166
命题 VII.9	153	命题 VII.29	166
命题 VII.10	154	命题 VII.30	167
命题 VII.11	155	命题 VII.31	168
命题 VII.12	156	命题 VII.32	168
命题 VII.13	156	命题 VII.33	169
命题 VII.14	157	命题 VII.34	170
命题 VII.15	157	命题 VII.35	172
命题 VII.16	158	命题 VII.36	172
命题 VII.17	159	命题 VII.37	173
命题 VII.18	159	命题 VII.38	174
命题 VII.19	160	命题 VII.39	174

第8章 数论[二]



命题 VIII.1	176	命题 VIII.5	181
命题 VIII.2	177	命题 VIII.6	181
命题 VIII.3	178	命题 VIII.7	182
命题 VIII.4	179	命题 VIII.8	183

命题VIII.9	184	命题VIII.19	193
命题VIII.10	185	命题VIII.20	194
命题VIII.11	186	命题VIII.21	195
命题VIII.12	187	命题VIII.22	196
命题VIII.13	188	命题VIII.23	197
命题VIII.14	189	命题VIII.24	197
命题VIII.15	190	命题VIII.25	198
命题VIII.16	190	命题VIII.26	198
命题VIII.17	191	命题VIII.27	199
命题VIII.18	192		

第9章 数论[三]



命题IX.1	200	命题IX.19	215
命题IX.2	200	命题IX.20	217
命题IX.3	201	命题IX.21	218
命题IX.4	202	命题IX.22	218
命题IX.5	203	命题IX.23	218
命题IX.6	203	命题IX.24	219
命题IX.7	204	命题IX.25	219
命题IX.8	204	命题IX.26	220
命题IX.9	205	命题IX.27	220
命题IX.10	206	命题IX.28	221
命题IX.11	208	命题IX.29	221
命题IX.12	208	命题IX.30	221
命题IX.13	210	命题IX.31	222
命题IX.14	212	命题IX.32	223
命题IX.15	212	命题IX.33	223
命题IX.16	213	命题IX.34	224
命题IX.17	214	命题IX.35	224
命题IX.18	215	命题IX.36	225

第10章 无理量



定义 X	228	命题 X.28	254
命题 X.1	229	命题 X.29	257
命题 X.2	230	命题 X.30	258
命题 X.3	231	命题 X.31	259
命题 X.4	232	命题 X.32	260
命题 X.5	233	命题 X.33	262
命题 X.6	234	命题 X.34	263
命题 X.7	235	命题 X.35	264
命题 X.8	235	命题 X.36	265
命题 X.9	236	命题 X.37	266
命题 X.10	237	命题 X.38	266
命题 X.11	238	命题 X.39	267
命题 X.12	239	命题 X.40	268
命题 X.13	239	命题 X.41	269
命题 X.14	240	命题 X.42	269
命题 X.15	241	命题 X.43	270
命题 X.16	242	命题 X.44	271
命题 X.17	243	命题 X.45	273
命题 X.18	245	命题 X.46	273
命题 X.19	247	命题 X.47	274
命题 X.20	247	命题 X.48	275
命题 X.21	248	命题 X.49	276
命题 X.22	249	命题 X.50	277
命题 X.23	250	命题 X.51	278
命题 X.24	251	命题 X.52	279
命题 X.25	251	命题 X.53	280
命题 X.26	253	命题 X.54	282
命题 X.27	254	命题 X.55	284

命题 X.56	286	命题 X.86	318
命题 X.57	287	命题 X.87	319
命题 X.58	288	命题 X.88	321
命题 X.59	289	命题 X.89	322
命题 X.60	290	命题 X.90	323
命题 X.61	292	命题 X.91	324
命题 X.62	293	命题 X.92	327
命题 X.63	295	命题 X.93	328
命题 X.64	296	命题 X.94	331
命题 X.65	297	命题 X.95	332
命题 X.66	298	命题 X.96	334
命题 X.67	299	命题 X.97	335
命题 X.68	300	命题 X.98	337
命题 X.69	301	命题 X.99	339
命题 X.70	302	命题 X.100	340
命题 X.71	303	命题 X.101	342
命题 X.72	305	命题 X.102	344
命题 X.73	307	命题 X.103	345
命题 X.74	307	命题 X.104	346
命题 X.75	308	命题 X.105	347
命题 X.76	309	命题 X.106	348
命题 X.77	310	命题 X.107	348
命题 X.78	311	命题 X.108	349
命题 X.79	312	命题 X.109	350
命题 X.80	312	命题 X.110	351
命题 X.81	313	命题 X.111	352
命题 X.82	315	命题 X.112	354
命题 X.83	315	命题 X.113	356
命题 X.84	316	命题 X.114	358
命题 X.85	317	命题 X.115	359

第11章 立体几何



定义 XI	360	命题 XI.20	376
命题 XI.1	361	命题 XI.21	377
命题 XI.2	362	命题 XI.22	377
命题 XI.3	362	命题 XI.23	379
命题 XI.4	363	命题 XI.24	381
命题 XI.5	364	命题 XI.25	382
命题 XI.6	365	命题 XI.26	383
命题 XI.7	366	命题 XI.27	384
命题 XI.8	366	命题 XI.28	385
命题 XI.9	368	命题 XI.29	386
命题 XI.10	368	命题 XI.30	387
命题 XI.11	369	命题 XI.31	387
命题 XI.12	370	命题 XI.32	389
命题 XI.13	370	命题 XI.33	390
命题 XI.14	371	命题 XI.34	391
命题 XI.15	372	命题 XI.35	394
命题 XI.16	373	命题 XI.36	396
命题 XI.17	373	命题 XI.37	397
命题 XI.18	374	命题 XI.38	398
命题 XI.19	375	命题 XI.39	399

第12章 立体的测量



命题 XII.1	400	命题 XII.5	407
命题 XII.2	401	命题 XII.6	409
命题 XII.3	403	命题 XII.7	410
命题 XII.4	405	命题 XII.8	411

命题 XII.9	412	命题 XII.14	422
命题 XII.10	414	命题 XII.15	423
命题 XII.11	416	命题 XII.16	425
命题 XII.12	418	命题 XII.17	425
命题 XII.13	421	命题 XII.18	429

第13章 建正多面体



命题 XIII.1	431	命题 XIII.10	440
命题 XIII.2	432	命题 XIII.11	442
命题 XIII.3	433	命题 XIII.12	444
命题 XIII.4	434	命题 XIII.13	445
命题 XIII.5	435	命题 XIII.14	447
命题 XIII.6	436	命题 XIII.15	449
命题 XIII.7	437	命题 XIII.16	450
命题 XIII.8	438	命题 XIII.17	453
命题 XIII.9	439	命题 XIII.18	457

第1章 几何基础

定义 I

定义 I.1 点：不能分成其他部分的。

定义 I.2 线：只有长度而没有宽度。

定义 I.3 线：不一定是直线，两端是点。

定义 I.4 直线：无数个点沿着一定方向组成的线。

定义 I.5 面：只有长度和宽度。

定义 I.6 面的边缘是线。

定义 I.7 平面：由无数直线平放着的面。

定义 I.8 平面角：一平面内且不在一条直线上的两条线相交时的倾斜度。

定义 I.9 直线角：包含角的两条线都是直线的角。

定义 I.10 线的垂直：两条直线相互交成的邻角彼此相等时，这些角的每一个角被叫作直角，且称一条直线垂直于另一条直线。

定义 I.11 钝角：大于直角的角。

定义 I.12 锐角：小于直角的角。

定义 I.13 边界：是指物体的边缘。

定义 I.14 图形：由一个边界或几个边界所围成的形状。

定义 I.15 圆：由一条线包围成的平面图形，其内有一点至这条线上的点的距离都相等。

定义 I.16 圆心：圆中到圆上所有点的距离相等的点。

定义 I.17 直径：任一条经过圆心的直线在圆内截得的线段，它把圆等分成两半。

定义 I.18 半圆：由直径把圆等分成两半中的其中一半，且半圆的心和整圆的心相同。

定义 I.19 直线形：由直线围成的图形；三角形：由三条直线围成的；四边

形：由四条直线围成的；多边形：由四条以上直线围成的。

定义 I.20 等边三角形：三条边都相等的三角形；等腰三角形：只有两条边相等的三角形；不等边三角形：三条边都不相等的三角形。

定义 I.21 直角三角形：有一个角是直角的三角形；钝角三角形：有一个角是钝角的三角形；锐角三角形：三个角是锐角的三角形。

定义 I.22 正方形：四条边都相等且四个角全是直角的四边形；长方形：四个角都是直角的四边形；菱形：四条边相等的四边形；平行四边形：对角相等且对边也相等的四边形；不规则四边形：除正方形、长方形、菱形和平行四边形之外的四边形。

定义 I.23 平行的直线：在同一平面内的向两个方向无限延长，且永远不会相交的直线。

公设 I

公设 I.1 任意两个点之间可以穿过一条直线。

公设 I.2 直线可以无限延伸。

公设 I.3 以任意点为圆心及至任意的距离[半径]，可以画圆。

公设 I.4 所有的直角都是彼此相等的。

公设 I.5 同一平面内一条直线和另外两条直线相交，若在某一侧的两个内角的和小于二直角的和，则这一直线经无限延伸后在这一侧相交。

公理 I

公理 I.1 等于同量的量彼此相等。

公理 I.2 等量加等量，其和仍相等。

公理 I.3 等量减等量，其差仍相等。

公理 I.4 彼此能重合的物体是全等的。

公理 I.5 整体大于部分。

命题 I.1

在一个已知线段上可以作一个等边三角形。

设, AB 是已知的线段。

求证: 在线段 AB 上可以作一个等边三角形。

证明: 先以 A 点为圆心, 并以 AB 为半径画圆 BCD [公设 I.3]。

接着以 B 点为圆心, 且以 BA 为半径画圆 ACE [公设 I.3]。

再画由两圆的交点 C 到 A 、 B 的连线, 即 CA 、 CB [公设 I.1]。

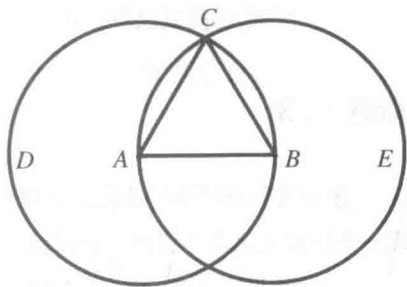
因为, 点 A 是圆 CDB 的圆心, $AC=AB$ [定义 I.15]。

又点 B 是圆 CAE 的圆心, $BC=BA$ [定义 I.15]。

但是, 已证明了 CA 等于 AB ; 所以线段 CA 、 CB 都等于 AB , 而且等于同量的量彼此相等 [公理 I.1]。

即三条线段: $CA=AB=BC$,

所以, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 即在已知线段 AB 上作出了这个三角形。



命题 I.2

将一个已知的点设为端点, 可以作一线段等于已知的线段。

设, 已知点 A 和线段 BC 。

求证: 以点 A 为端点, 可以作一线段等于已知的线段 BC 。

证明: 连接 A 、 B 两点, 组成线段 AB [公设 I.1]。

将 AB 作为底边, 作等边三角形 DAB [命题 I.1]。

将 DA 、 DB 延长, 得直线 AE 、 BF [公设 I.1]。

画以 B 为圆心, BC 为半径的圆 CGH [公设 I.3]。

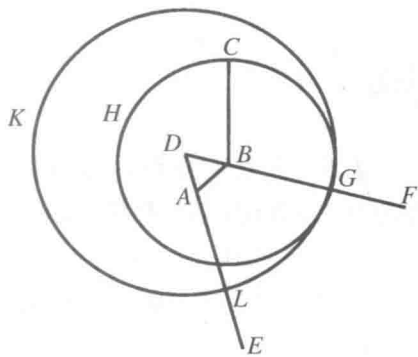
接着画以 D 为圆心, DG 为半径的圆 GKL [公设 I.3]。

因 BC 、 BG 都是圆 CGH 的半径, 故 $BC=BG$ [定义 I.15]。

又因 DL 、 DG 都是圆 GKL 的半径, 故 $DL=DG$ [定义 I.15]。

由等边三角形 DAB , 可知 $DA=DB$, 所以 $AL=BG$ [公理 I.3]。

前已证明 $BC=BG$, 故 $AL=BC$ [公理 I.1]。



即，线段 AL 就以已知点 A 为端点且和已知线段 BC 相等。

命题 I.3

已知两条不相等的线段，可以从大边上截取一条线段使之等于另外一条线段。

设，两条不相等的线段 AB 和 C ，且线段 AB 大于线段 C 。

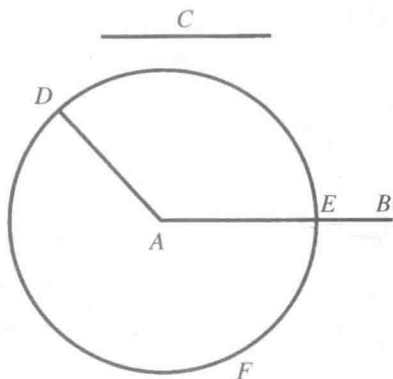
求证：从线段 AB 上可以截取线段等于线段 C 。

证明：过点 A 作 AD ，使线段 AD 等于线段 C [命题 I.2]。画以 A 为圆心， AD 为半径的圆 DEF [公设 I.3]。

因为， A 是圆 DEF 的圆心，故 $AE=AD$ [定义 I.5]。

因为， $C=AD$ ，又因已证 $AE=AD$ ，故 $AE=C$ 。

所以，已知两条不相等线段 AB 、 C ，可以从大边 AB 上作出等于 C 的线段 AE 。



命题 I.4

若两个三角形的两边分别相等，且两边所夹的角也相等，那么，这两个三角形的第三条边也相等，且两个三角形全等，各边所对应的角也相等。

设：已知两个三角形 ABC 、 DEF ， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ，且角 BAC =角 EDF 。

求证：三角形 ABC 与三角形 DEF 全等，它们对应的边、角都相等，即角 ABC 等于角 DEF ，且角 ACB 等于角 DFE ；两底边相等，即 $BC=EF$ 。

证明：将三角形 ABC 移至三角形 DEF 上，点 A 落在点 D 上，线段 AB 落在线段 DE 上，因为，这两条线段相等，说明点 B 和点 E 重合。

又因为， AB 与 DE 重合，角 BAC 等于角 EDF ，故线段 AC 也与 DF 重合。

