

高等学校教材

# 材料力学

(第三版)

殷有泉 励 争 编著



北京大学出版社  
BEIJING UNIVERSITY PRESS

# 材料力学

(第三版)

殷有泉 励 争 编著



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/殷有泉, 励争编著. —3 版. —北京: 北京大学出版社, 2017. 7

ISBN 978-7-301-27911-3

I. ①材… II. ①殷… ②励… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 004797 号

书 名 材料力学(第三版)

CAILIAO LIXUE

著作责任者 殷有泉 励争 编著

责任编辑 邱淑清 王剑飞

标准书号 ISBN 978-7-301-27911-3

出版发行 北京大学出版社

地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址 <http://www.pup.cn>

电子信箱 [zpup@pup.cn](mailto:zpup@pup.cn)

新浪微博 @北京大学出版社

电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765014

印 刷 者 北京大学印刷厂

经 销 者 新华书店

890 毫米×1240 毫米 A5 12.625 印张 326 千字

1992 年 8 月第 1 版 2006 年 2 月第 2 版

2017 年 7 月第 3 版 2017 年 7 月第 1 次印刷

定 价 35.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: [fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

图书如有印装质量问题, 请与出版部联系, 电话: 010-62756370

## 内 容 简 介

本书按照综合大学力学专业的教学要求,系统地介绍了材料力学的基本内容.本书以一维结构为纲,以弹性变形为主展开讨论,建立了一个在内容上少而精的材料力学体系.全书重点突出,层次清晰,基本概念叙述严格准确,理论推导严谨简练.

本书是作者在北京大学力学系多年教学经验的基础上并参照国内外优秀教材撰写而成的,它是读者掌握材料力学基本知识,进而学习固体力学的有关后续课程的一种极为有益的启蒙课本.

本书可作为综合大学力学专业本科生的教材,也可作为某些偏理的工科专业的教学参考书.

## 第三版前言

本版保留了前两版的基本体系和特色,它既是力学专业学生学习连续介质力学的启蒙课本,又是介绍工程设计基础知识的入门教材.本版在内容上做了如下的订正、增补和更新:

(1) 对全书在文字上做了修正,改正了病句、笔误和印刷错误.

(2) 在全书每章末都增加了一节内容,以概括和总结该章内容及其与前面各章的关联,起到开阔思路、提高认识和画龙点睛的作用.

(3) 对全书每章习题都进行了精选和重新编排,注重选择有工程背景的习题,以便联系实际和扩大读者的知识面.

(4) 第四章和第七章改动较大.其中,第四章增加了应变莫尔圆及其应用的内容;第七章增加了浅桁架的例子,介绍了分岔点失稳和临界点失稳,它们是结构稳定性的两种基本的失稳模式.

经过增补、修订的第三版教材在内容上更加翔实和完善,将更适于作为力学专业或其他偏理专业的教材和参考书.

感谢北京大学教材建设委员会出版基金的资助.

殷有泉 励 争

2015年11月于北京大学

## 第二版前言

本书第一版到现在已经 13 个年头了. 在这期间, 我们三人始终在教学第一线, 先后担任“材料力学”课的主讲, 在教学中又有了不少新的想法和经验. 在编写修订版过程中, 我们在保持原书风格的基础上, 还特别注重吸收国内外同行的教学和科研成果, 对第一版部分章节进行了必要的修改和补充, 以使本书更加完善和适用于理工科力学专业的教学需要.

这一版与第一版相比, 主要做了以下增删:

- (1) 在第一章增加了弹塑性介质以及黏弹性和蠕变的内容;
- (2) 在第二章删去了弹性波的内容, 充实了冲击应力的内容;
- (3) 在第八章删去了过临界性质一节, 调整了其他各节内容;
- (4) 在每章都增加了例题和习题, 全书习题共增加了近 250 题;
- (5) 作为附录, 增加了假定计算、平面图形的几何性质, 以及型钢规格表和名词索引等内容.

本修订版在内容上更加全面, 系统上更加完整. 但在教学中, 由于学时的限制, 我们仅采用了部分内容, 其余内容可供读者在课余和参加工作后进一步学习时参考.

作者们感谢北京大学教材建设委员会出版资金的资助.

殷有泉 励 争 邓成光

2005 年 7 月于北京大学

## 第一版前言

这是一本为北京大学力学系“材料力学”课编写的教材。由于理科大学力学专业的培养目标和课程设置与工科院校不同，材料力学课从内容到体系上都应具有自己的特点。

北京大学力学专业材料力学课仅有 70 余学时，这比工科院校要少得多，因而在内容安排上不能面面俱到。在本书中，动力学和塑性分析，以及材料力学实验等方面的内容几乎没有涉及。这是因为在力学专业的课程设置上，还有一系列的后续课，他们包括力学实验（包括材料力学实验内容）、高等材料力学、弹性力学和塑性力学等。这些后续课的某些内容就没有必要一定在材料力学课内不深不透地重复。因此，本书略去了一般材料力学繁杂的体系，突出重点，以一维结构为纲，以弹性变形为主展开讨论，力求建立一个在内容上少而精的材料力学体系框架。

理科大学力学专业的毕业生除了到生产设计的第一线工作外，还有相当数量的学生进一步攻读硕士学位，他们将充实到科研单位进行科学研究工作，或到高等院校做教学工作。因而在理科大学设置材料力学课程应有双重目的：一方面，理科力学专业学生通过材料力学的基本内容和处理问题方法的学习，了解到工程设计的一些基本知识，学到一些他们将来与工程技术人员协作和交流中必要的共同语言以及解决工程实际问题时所需的最基本的能力；另一方面，学生可以通过材料力学学习建立和了解固体力学的一些基本概念和研究方法，这些概念和方法对以后进一步学习其他力学后续课是十分重要的。在一定意义上讲，理科材料力学是力学专业学生的一个启蒙课，它具有固体力学引论的特性。本书在内容的选择上考虑了材料力学教学中上述双重目的，其主要内容可以从本书目录上看到。本书不仅介绍了弹性杆件和杆系在强度、刚度和稳定性方面的概念和计算方法等基础知识；还增加了某些现代的内容，例如弹性变形的热力学、压杆稳定的过临界性质；在材料力学一般原理讨论中引用了勒让德变换，对偶地介绍了广义力和广义位移空间的能量原理和应用等。以上这些内容都是一般材料力学教材所没有的，同时

它们也是更深入、更准确地掌握某些基本概念和方法从而为进一步学习后续课所必需的。

要学好材料力学课,不仅要求读者掌握正确的概念,熟悉理论公式的建立和推导过程以及它们的适用范围,还要求读者做一定数量的练习.清华大学编的《材料力学解题指导及习题集》是一本很好的书,特此推荐读者在此书中适当选择一些题目来做.

北京大学武际可教授阅读了本书原稿,并提出不少改进意见,在此表示感谢.

殷有泉 邓成光

1990年3月于北京大学力学系



# 目 录

<b>第一章 基本概念</b> .....	(1)
§ 1-1 材料力学的任务、研究对象和方法 .....	(1)
§ 1-2 外力 .....	(3)
§ 1-3 内力 .....	(6)
§ 1-4 应力 .....	(10)
§ 1-5 变形和应变 .....	(14)
§ 1-6 材料性质、应力-应变曲线 .....	(16)
§ 1-7 弹性材料、胡克定律 .....	(18)
§ 1-8 弹塑性材料 .....	(21)
§ 1-9 黏弹性材料 .....	(25)
§ 1-10 黏塑性材料 .....	(29)
§ 1-11 小结和讨论 .....	(33)
习题 .....	(34)
<b>第二章 拉伸和压缩</b> .....	(39)
§ 2-1 直杆的拉伸和压缩、圣维南原理 .....	(39)
§ 2-2 拉伸和压缩时杆内的应力和变形 .....	(41)
§ 2-3 拉伸和压缩时的简单静不定问题 .....	(51)
§ 2-4 简单桁架 .....	(59)
§ 2-5 拉伸和压缩时的强度计算和刚度计算 .....	(68)
§ 2-6 弹性变形能 .....	(74)
§ 2-7 弹性变形的热力学 .....	(78)
§ 2-8 弹性波在杆内的传播 .....	(81)
§ 2-9 冲击应力 .....	(85)

---

§ 2-10 小结和讨论 .....	(89)
习题 .....	(91)
<b>第三章 扭转 .....</b>	<b>(97)</b>
§ 3-1 圆截面直杆的扭转 .....	(97)
§ 3-2 截面的翘曲和刚周边假设 .....	(104)
§ 3-3 闭口薄壁截面直杆的扭转 .....	(105)
§ 3-4 开口薄壁截面直件的扭转 .....	(110)
§ 3-5 直杆扭转的强度和刚度计算 .....	(114)
§ 3-6 小结和讨论 .....	(118)
习题 .....	(118)
<b>第四章 应力应变分析和强度理论.....</b>	<b>(122)</b>
§ 4-1 平面应力状态 .....	(122)
§ 4-2 应力圆 .....	(127)
§ 4-3 空间应力状态 .....	(131)
§ 4-4 平面应变状态 .....	(138)
§ 4-5 空间应变状态和广义胡克定律 .....	(146)
§ 4-6 弹性变形能 .....	(150)
§ 4-7 强度理论 .....	(155)
§ 4-8 小结和讨论 .....	(167)
习题 .....	(169)
<b>第五章 弯曲内力和弯曲应力.....</b>	<b>(174)</b>
§ 5-1 弯曲内力-剪力和弯矩.....	(174)
§ 5-2 弯曲应力 .....	(186)
§ 5-3 梁的强度条件和梁的合理截面 .....	(192)
§ 5-4 两种材料的组合梁 .....	(198)
§ 5-5 非对称弯曲 .....	(202)

§ 5-6 偏心压缩和截面核心 .....	(205)
§ 5-7 小结和讨论 .....	(210)
习题 .....	(213)
<b>第六章 弯曲变形</b> .....	(220)
§ 6-1 挠曲轴的微分方程 .....	(220)
§ 6-2 弯曲方程的积分 .....	(224)
§ 6-3 简单的静不定问题 .....	(232)
§ 6-4 梁的刚度计算 .....	(235)
§ 6-5 常系数线性微分方程的初参数解法 .....	(239)
§ 6-6 纵-横弯曲 .....	(244)
§ 6-7 弹性基础上梁的弯曲 .....	(252)
§ 6-8 小结和讨论 .....	(257)
习题 .....	(258)
<b>第七章 开口薄壁杆件的弯曲和扭转</b> .....	(263)
§ 7-1 弯曲正应力和弯曲切应力 .....	(263)
§ 7-2 弯曲中心 .....	(267)
§ 7-3 扭转时的附加应力 .....	(270)
§ 7-4 约束扭转方程 .....	(275)
§ 7-5 承受双力矩的杆件 .....	(281)
§ 7-6 约束扭转的某些例子 .....	(285)
§ 7-7 小结和讨论 .....	(289)
习题 .....	(290)
<b>第八章 压杆的稳定性</b> .....	(294)
§ 8-1 稳定性问题的提法 .....	(294)
§ 8-2 按特征值方法给出的压杆临界力 .....	(295)
§ 8-3 欧拉弹性线 .....	(299)

---

§ 8-4 压杆直线形态的稳定性 .....	(303)
§ 8-5 压杆在其他支承条件下的临界力 .....	(305)
§ 8-6 压杆稳定性的工程计算 .....	(307)
§ 8-7 浅桁架的分岔点失稳和极值点失稳 .....	(312)
§ 8-8 小结和讨论 .....	(316)
习题 .....	(319)
<b>第九章 弹性杆系结构的一般性质</b> .....	<b>(324)</b>
§ 9-1 弹性结构、广义力和广义位移 .....	(324)
§ 9-2 拉格朗日定理和卡斯提也诺定理 .....	(326)
§ 9-3 线性弹性结构 .....	(329)
§ 9-4 位移积分 .....	(334)
§ 9-5 静不定杆系结构和最小值原理 .....	(338)
§ 9-6 杆系结构力学中的力法和位移法 .....	(345)
§ 9-7 小结和讨论 .....	(352)
习题 .....	(353)
<b>附录 A 连接件的假定计算</b> .....	<b>(356)</b>
习题 .....	(360)
<b>附录 B 平面图形的几何性质</b> .....	<b>(361)</b>
<b>附录 C 型钢规格表</b> .....	<b>(366)</b>
<b>附录 D 型钢截面的扇性几何特性</b> .....	<b>(374)</b>
<b>名词索引</b> .....	<b>(378)</b>
<b>主要参考书目</b> .....	<b>(383)</b>
<b>部分习题参考答案</b> .....	<b>(384)</b>

# 第一章 基本概念

## § 1-1 材料力学的任务、研究对象和方法

材料力学是固体力学的一个分支,是研究结构构件和机械零件承载能力的基础科学.它的基本任务是:将工程结构和机械中的简单构件简化为一维杆件,计算杆中的应力、变形并研究杆的稳定性,以保证结构能承受预定的载荷;选择适当的材料、截面形状和尺寸,以便设计出既安全又经济的结构构件和机械零件.因而对机械和结构设计人员来说,材料力学是不可缺少的重要基础知识.对于力学工作者来说,在解决实际问题时或与工程师共事中,只有掌握了材料力学才会有最基本的共同语言.

材料力学所采用的概念和方法是属于变形固体力学范围的,它是固体力学中最早发展起来的一个分支.材料力学中采用的最基本的假设是连续介质假设.它假设真实物体(构件和零件)是由连续介质构成,就是认为物体在变形前后整个体积被组成该结构的介质所填满,结构内部原来相邻近的点在外界作用下仍保持相邻近,不产生新的裂缝和空洞.在这样的假设下,物体内部的各种力学量都是连续变化的,以至能用坐标的连续函数来描述,能用无限小分析的数学方法来研究.

连续介质仅仅是一个模型.物质结构理论指出,物质是由分子构成的,分子是由原子构成的,在分子之间和原子之间都存在空隙.而在连续介质模型中,我们说的一个点应该是一个物质点,即是一个含有足够数量的分子和原子的体积微元,这个微元在宏观上是一个点,在微观上它包含很多分子和原子,以使得材料性质和各种力学量能有一个稳定的统计平均值.用这个统计值来代表物体上相应点的宏观性质,而且认为物体就是由这些质点组成的连

续介质. 连续介质的质点, 也称为典型体元. 由于不同材料的微观或细观的结构不同, 材料质点或典型体元有不同的尺寸量级, 如表 1-1-1 所示. 因此, 我们应该记住, 在后面使用数学分析的无限小概念时, 从物理观点来看, 仅相当于质点(典型体元)的尺度才有实际意义.

表 1-1-1

材料	体元尺寸的量级/mm <sup>3</sup>
金属和合金	0.5×0.5×0.5
聚合物	1×1×1
木材	10×10×10
混凝土	100×100×100

材料力学的主要研究对象是杆件, 有时也研究简单的杆系. 杆件和杆系都是由实际构件和结构简化而成的力学模型.

杆件有直杆和曲杆. 直杆的概念可用几何方法给出. 设想一个平面图形, 它平行于本身做平动, 其形心沿垂直于该图形平面的  $x$  轴移动. 这个平面图形的周边在空间就绘出一直杆的侧面,  $x$  轴叫做杆轴. 如果图形沿轴移动的同时, 自身的形状与面积也变化, 但其形心总保持在  $x$  轴上, 则我们就得到一个变截面的直杆. 如果平面图形沿一曲线移动, 其形心位于曲线上, 图形始终垂直曲线, 这样就得到一个曲杆. 杆件的几何特征是轴向尺寸远大于横向尺寸. 例如, 若用  $l$  表示轴向尺度, 用  $d$  和  $h$  表示两个横向特征尺寸, 对于杆件应有  $l \gg d, l \gg h$ . 在大多数情况中,  $d$  和  $h$  有相同的数量级, 也就是,  $h/d \sim 1$  (如图 1-1-1(a) 所示). 这时比值  $d/l$  是一个小参数,  $d/l \ll 1$  在评估理论精度时是一个重要依据. 如果杆件的两个横向尺寸明显不同, 比值  $h/d$  构成另一个小参数, 当  $h/d \ll 1$  时, 这种杆件称为薄壁杆件 (如图 1-1-1(b) 所示). 杆系是由若干杆件组成的系统, 在杆系 (有时也称为杆系结构) 中, 数根杆件的汇连接处称为节点 (又称结点). 在每一个节点处, 各杆端之间都不

得有相对位移. 节点分为铰节点和刚节点. 在铰节点处, 各杆之间的夹角可以自由改变, 故铰节点不能传递力矩; 在刚节点, 各杆件之间的夹角保持不变, 刚节点能传递力矩.

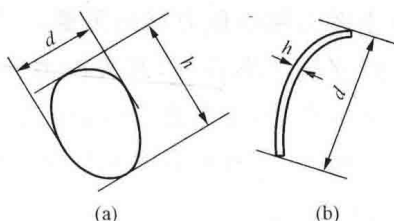


图 1-1-1

由于材料力学研究对象的特殊几何性质, 可以对它的变形特征做某些假设(例如**平截面假设**). 采用这种假设可使理论的表述和计算大为简化. 于是, 材料力学成为固体力学在数学上最为简单的一个分支. 正由于数学工具简单, 在材料力学中能够突出固体力学概念和方法的物理本质, 当读者学习固体力学时, 材料力学将成为一门具有启蒙性质的课程.

## § 1-2 外 力

对于一个我们所研究的具体物体(构件和零件, 或者结构和机械)来说, 外力与内力的区别是很明显的: **外力**是指其他物体的质点对所研究物质点的作用; **内力**是物体内部质点间的相互作用.

外力可以施加在物体的表面上, 这时称为**表面力**. 表面力是一种接触力, 例如, 水坝表面承受的水压力、烟筒承受的风压力、其他物体与所研究物体之间的接触压力和摩擦力等. 表面力用施加在物体单位面积上的力的大小和方向来表征, 这种单位面积上的力也称为表面力的**集度**, 其量纲是[力]/[长度]<sup>2</sup>, 具体的国际单位制单位是 Pa(帕). 外力也可以施加在物体的体积上或质量上, 这类

外力叫做**体积力**,例如重力、磁力和惯性力等. 体积力用单位体积上所受力的大小和方向来表征,这种单位体积上的力也称为**体积力的集度**,其量纲是[力]/[长度]<sup>3</sup>,具体单位是  $\text{N}/\text{m}^3$ . (当然,在定义表面力和体积力时所谓单位面积和单位体积等术语都是在极限意义下使用的.) 表面力和体积力都是矢量.

在材料力学中研究的是细长杆,其表面力和体积力在横向尺度上的分布可认为是不变的,仅考虑沿轴向的变化. 这种外力可简化为沿轴向变化的分布力,这种分布力的集度为单位长度上的力,通常用  $q(x)$  表示,它的量纲是[力]/[长度],具体单位是  $\text{N}/\text{m}$ . 例如,沿棱柱形长杆的侧面作用有分布面力  $p$ ,而它在横向是均布的(横向尺寸用  $b$  表示),那么它可简化为线分布力  $q(x) = bp(x)$ . 再如,沿  $x$  轴分布的重力  $\gamma$ ,杆的横截面面积为  $A$ ,这个体积力可简化为  $q(x) = A\gamma(x)$ .

当两个物体通过接触而相互作用时,相接触的部位通常不是一个点而是一个面. 然而,当接触面面积的大小与物体表面的尺寸相比非常小时,我们可以不考虑接触面面积的值,而以接触面上作用力(是一种表面力)的合力的形式作用在物体表面的相应点上. 这种作用在一点上的力称为**集中力**. 集中力的概念最初是在刚体力学中求物体的重心时引入的,在那里用一个假想的作用在重心上的集中力代替按体积分布的真实重力. 在材料力学中采用了连续介质模型,因而连续分布的分布力概念才是更基本的. 而集中力则是作用在某一小面积(或者小体积)上分布力的合力,当这个面积(或体积)不断缩小至某一点时合力的大小保持不变,面积(或体积)收缩到的点就是集中力的作用点,合力的大小就是集中力的大小. 集中力的量纲是[力],单位是  $\text{N}$ . 集中力是一个矢量. 集中力的引用为材料力学的理论计算带来了方便.

如果能将集中力写成分布力的形式,需要引用狄拉克(Dirac)  $\delta$  函数. 设有如下函数:



$$\delta_h(x-x_i) = \begin{cases} 0, & x < x_i, \\ 1/h, & x_i \leq x \leq x_i + h, \\ 0, & x > x_i + h, \end{cases} \quad (1-2-1)$$

其图形如图 1-2-1 所示.  $x_i$  是轴向某点坐标. 若令  $h=x-x_i$ , 则当  $h \rightarrow 0$  时, 上述函数的极限为

$$\lim_{h \rightarrow 0} \delta_h(x-x_i) = \begin{cases} 0, & x < x_i, \\ \infty, & x = x_i, \\ 0, & x > x_i. \end{cases} \quad (1-2-2)$$

现在引用算符  $\delta(x-x_i)$  来表示它, 称之为  $\delta$  函数,

$$\delta(x-x_i) = \begin{cases} 0, & x \neq x_i, \\ \infty, & x = x_i. \end{cases} \quad (1-2-3)$$

它是一广义函数, 显然它的积分是

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_i) dx = 1. \quad (1-2-4)$$

如果将积分上下限改为有限数值, 只要它们包含  $x_i$  点, 式(1-2-4) 仍然成立. 设有任意函数  $f(x)$  在  $x_i$  处连续, 容易证明有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-x_i) dx = f(x_i), \quad (1-2-5)$$

上式表示的性质称为筛选性质, 就是说可通过  $\delta$  函数积分将函数  $f(x)$  的某个点的值“筛选”出来.

如果在细长杆轴向某点  $x_i$  作用有集中力  $P$ , 其分布力的形式可用  $\delta$  函数表述为

$$q(x) = P\delta(x-x_i). \quad (1-2-6)$$

将上式在包含  $x_i$  点的某个小区间内积分, 按式(1-2-4), 它恰为  $P$ . 这与集中力的概念完全一致. 在本书以后各章可看到, 将集中力形式地表成分布力, 会给计算公式的统一表述带来方便.

一个物体在空间位置上受到其他物体的限制称为约束. 约束

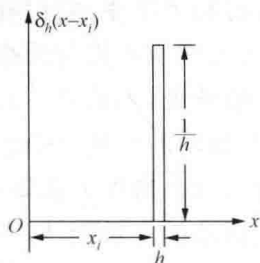


图 1-2-1