飞行器结构振动

50095
Y73

V214
1001 Y73

飞行器結构振

30268481

南京航空學院
藏書
圖書館

南京航空学院

1975.4.

3766

序　　言

伟大领袖毛主席教导我们：“**一个正确的认识，往往需要经过由物质到精神，由精神到物质，即由实践到认识，由认识到实践这样多次的反复，才能够完成。这就是马克思主义的认识论，就是辩证唯物论的认识论**”。

飞行器是一个复杂的弹性体，它在起飞、着陆、滑跑和整个飞行过程中，始终处于复杂的振动环境之中。据有关方面统计，在飞行器所发生的重大事故中，有40%是和振动有关的。人们在和事故作斗争的过程中，逐步认识了飞行器的振动环境、振动特性，找到了相应的解决办法。

对飞机来说，最早提出的振动问题还属于一般机械振动的问题，也就是说，主要在于避免共振。例如，大家知道，飞机所用的活塞式发动机及螺旋桨是一个振源。为了防止结构的共振，通常规定：操纵系统中元件的固有频率和发动机转速（及其倍数）应该错开；仪表设备必须采取隔振措施。

随着高速飞行器的发展，“颤振”成了严重的问题。颤振是一种自激振动，飞行器一旦发生了颤振，顷刻就会遭到破坏。飞行器发生颤振的飞行速度称为颤振临界速度。在飞行器研制过程中，要通过理论计算，地面试验和颤振试飞，确定颤振临界速度，保证飞行器飞行的安全。

此外，飞行器还有一系列其它的振动问题，如尾面的抖振，火炮的发射，遇到突风和着陆冲击时的动力响应等等，在飞行器设计过程中都要加以考虑和解决。

近十几年来，人们在飞行器结构疲劳和仪表电子设备失去正常工作能力的事故中，逐步认识到研究随机振动的重要性。飞行器在飞行中，大气紊流，附面层的压力脉动，大功率喷气发动机和火箭发动机的噪声，以及飞行器在地面滑行中（或运输中）的载荷，对飞行器所产生的振动均属于随机振动。在飞行器设计中，对结构和仪表无线电设备，都应进行随机振动分析和地面随机振动环境试验，以保证飞行的安全。

无论是避免共振，防止颤振或研究其他各种振动问题，都要求确定结构的固有频率和固有振型。为此，本书重点讲述固有频率和固有振型的计算，同时为共振试验提供一些基本的原理。至于全机共振试验和随机振动我们将分别在“飞行器共振试验的原理和技术”和“随机振动概论”中专门叙述。

本书按自由度数分成四章。第一章为单自由度系统，它是振动的入门，也是后面各章的基础，第二章为两自由度系统，它是引向多自由度系统的过渡，第三章对弹性体的振动作初步分析，因为实际结构都是弹性体，具有无限多自由度。由于结构刚度分布和质量分布往往比较复杂，能够进行精确分析计算的结构是不多的，一般都是把弹性体简化，由无限多自由度化为有限个自由度的系统，然后利用电子计算机，进行振动特性的计算，这就是我们第四章讲述的多自由度系统。所以第四章所讲述的计算方法是我们工程上实际应用的方法，亦是本书的重点。

本书作为“飞行器结构振动”课程的主要参考书。由于我们的水平所限，加上时间匆促，一定有许多缺点和错误，请同志们批评指正。

1001 Y73

目 录

南京航空学院 藏书 图书馆

298766

第四章　多自由度系统的振动

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第一章　单自由度系统的振动

§1—1　引　　言

毛主席教导我们：**"无论何人要认识什么事物，除了同那个事物接触，即生活于（实践于）那个事物的环境中，是没有法子解决的。"**我们要认识振动的客观规律，亦必须从接触振动实际着手。

让我们到试验室，先观察几种最简单的振动系统的运动情况。

1. 弹簧——质量系统的振动

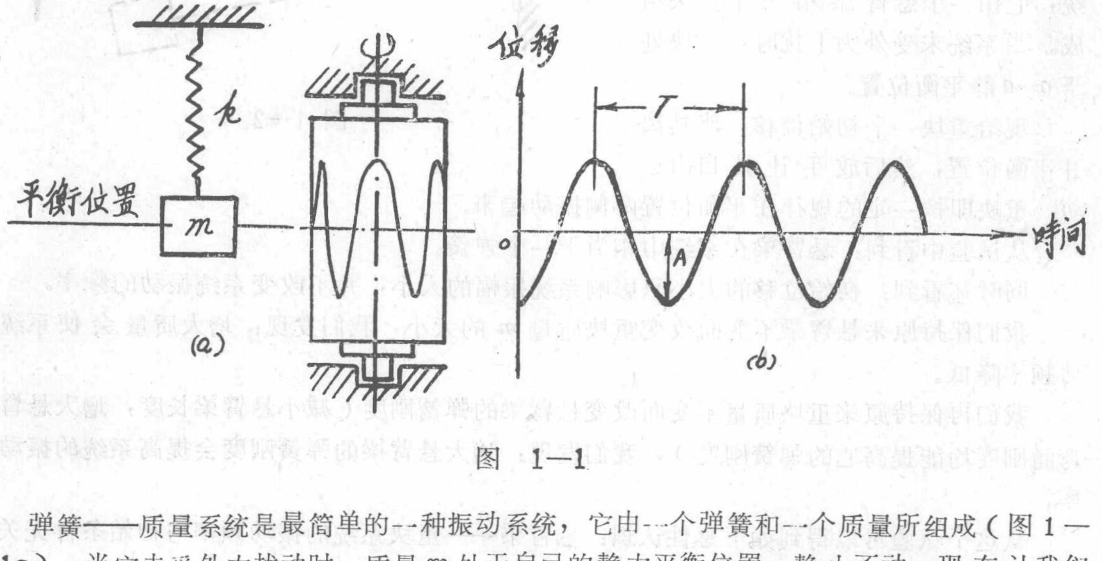


图　1—1

弹簧——质量系统是最简单的一种振动系统，它由一个弹簧和一个质量所组成（图1—1*a*），当它未受外力扰动时，质量 m 处于自已的静力平衡位置，静止不动。现在让我们按下列步骤来观察它的运动。

首先，把质量 m 向下拉，使其离开平衡位置一个距离（即给一个初始位移），然后放手让其自由运动，这时质量 m 即按照一定的节奏在原来平衡位置的二侧振动起来。

我们用标尺来测量它的振动大小，用秒表来测量它的振动快慢。振动的大小一般用"振幅"来表示，物体在振动过程中对静平衡位置的最大位移称为振幅。振动的快慢一般用"频率"来表示，物体在单位时间（1秒）内完成的振动次数称为振动频率。通常以 f 表示，单位用：周/秒或赫兹。

我们在质量 m 上装上一支记录笔，在它旁边竖一个匀速转动的滚筒，上面卷有坐标纸，用以记录质量 m 振动时位移随时间变化的波形。从记录中可以看出（图1—1*b*），它是一个

正弦（或余弦）曲线。图上的 A 表示“振幅”，T 表示“周期”。周期是指物体完成一次完整振动所需要的时间。单位用秒。它与频率之间互为倒数关系：

$$f=\frac{1}{T} \tag{1—1}$$

在试验过程中，我们可以发现：初始位移的大小直接影响系统振幅的大小，但它并不改变系统振动的频率。

如果我们保持原来的弹簧不变而改变质量 m 的大小，则可以发现，增大质量会使系统振动的频率降低。

如果我们保持质量不变而改变弹簧刚度 k（使弹簧产生单位位移所需要的力称为弹簧刚度或弹簧常数）的大小，则可以发现，增大弹簧刚度将使系统的振动频率提高。

通过以上初步观察，我们得到如下感性认识：一个系统的振动频率与初始条件无关，仅与系统的质量和弹簧刚度有关。

2. 悬臂梁——重块系统的振动

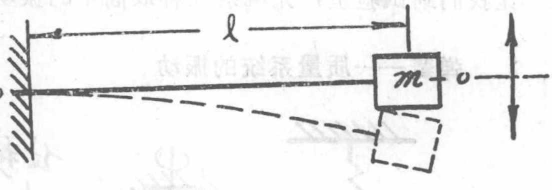


图 1—2

图 1—2 为一悬臂梁——重块系统，它由一个悬臂梁和一个重块组成。当系统未受外力干扰时，重块处于 o—o 静平衡位置。

现给重块一个初始位移，使其离开平衡位置，然后放手让其自由运动，重块即按一定的规律在平衡位置两侧振动起来。

从试验中看到：悬臂梁在系统中相当于一个弹簧。

同时还看到：初始位移的大小只影响系统振幅的大小，并不改变系统振动的频率。

我们保持原来悬臂梁不变而改变重块质量 m 的大小，我们发现：增大质量会使系统振动频率降低。

我们再保持原来重块质量不变而改变悬臂梁的弹簧刚度（减小悬臂梁长度，增大悬臂梁弯曲刚度均能提高它的弹簧刚度），我们发现：增大悬臂梁的弹簧刚度会提高系统的振动频率。

从这个试验可以得到如下感性认识：悬臂梁——重块系统的振动频率与初始条件无关，仅与系统的质量和弹簧刚度有关。

3. 弹性轴——转盘系统的扭转振动

图 1—3 为弹性轴——转盘系统。一根钢条做的弹性轴，一端与转盘相连，另一端固定。当系统未受外力干扰时，转盘处于 OA 静力平衡位置。如果我们给它一个初始角位移，然后放手让其自由运动，此时，转盘即按一定的规律在平衡位置 OA 两侧振动起来。

在实验中，我们发现初始角位移的大小直接影响系统振幅的大小，但不改变系统振动的频率。

我们保持原来弹性轴不变而改变转盘转动惯量 I 的大小，我们发现，增大转动惯量会使系统振动频率降低。

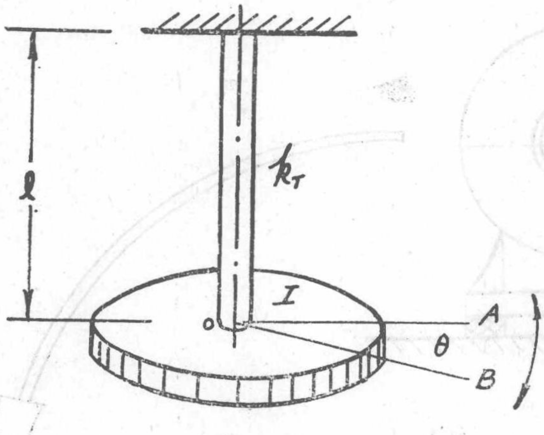


图 1—3

我们再保持原来的转盘不变而改变弹性轴的扭转刚度 k_T（使弹性轴产生单位扭角所需要的力矩称为扭转刚度），我们发现，增大 k_T 会使系统的扭转振动频率提高。

从这个试验中所得到的感性认识是：一个扭转振动系统的振动频率亦与振动初始条件无关，仅与系统的转动惯量和弹性轴的扭转刚度有关。

*　　*　　*　　*

总结对以上三个振动系统的观察，使我们初步认识到：系统自由振动的频率是系统本身的固有特性，它仅决定于系统本身的质量和弹簧刚度，而与外界条件无关。

§1—2　单自由度系统的自由振动

毛主席教导我们：“**理性认识依赖于感性认识，感性认识有待于发展到理性认识，这就是辩证唯物论的认识论。**”前面我们观察了三种振动系统的振动现象，获得了初步的感性认识，现在来进一步研究它们的运动规律。

一、实际振动系统的简化——计算模型

实际系统是很复杂的，完全按照系统的实际情况来进行振动计算是不可能的。因此，对实际系统进行计算时，必须抓住主要矛盾，略去次要因素，对它进行简化。计算模型就是进行振动计算时用以代表实际振动系统的经过简化了的模型。

计算模型应满足下列基本要求：

(1) 反映实际系统的基本振动特性；

(2) 便于计算。

图 1—4 所列举的按装在弹性支座上的动力机械、装在飞机上的仪表、机械振动台、电动激振器等都是实际的振动系统。在进行振动计算时，可以把它们简化成如图 1—4e 所示的计算模型，其中 m 代表振动系统可动部分的质量，k 代表振动系统支持可动部分弹簧的刚度，这二项是决定系统振动特性的基本因素。弹簧质量同可动部分质量相比很小，可以忽略

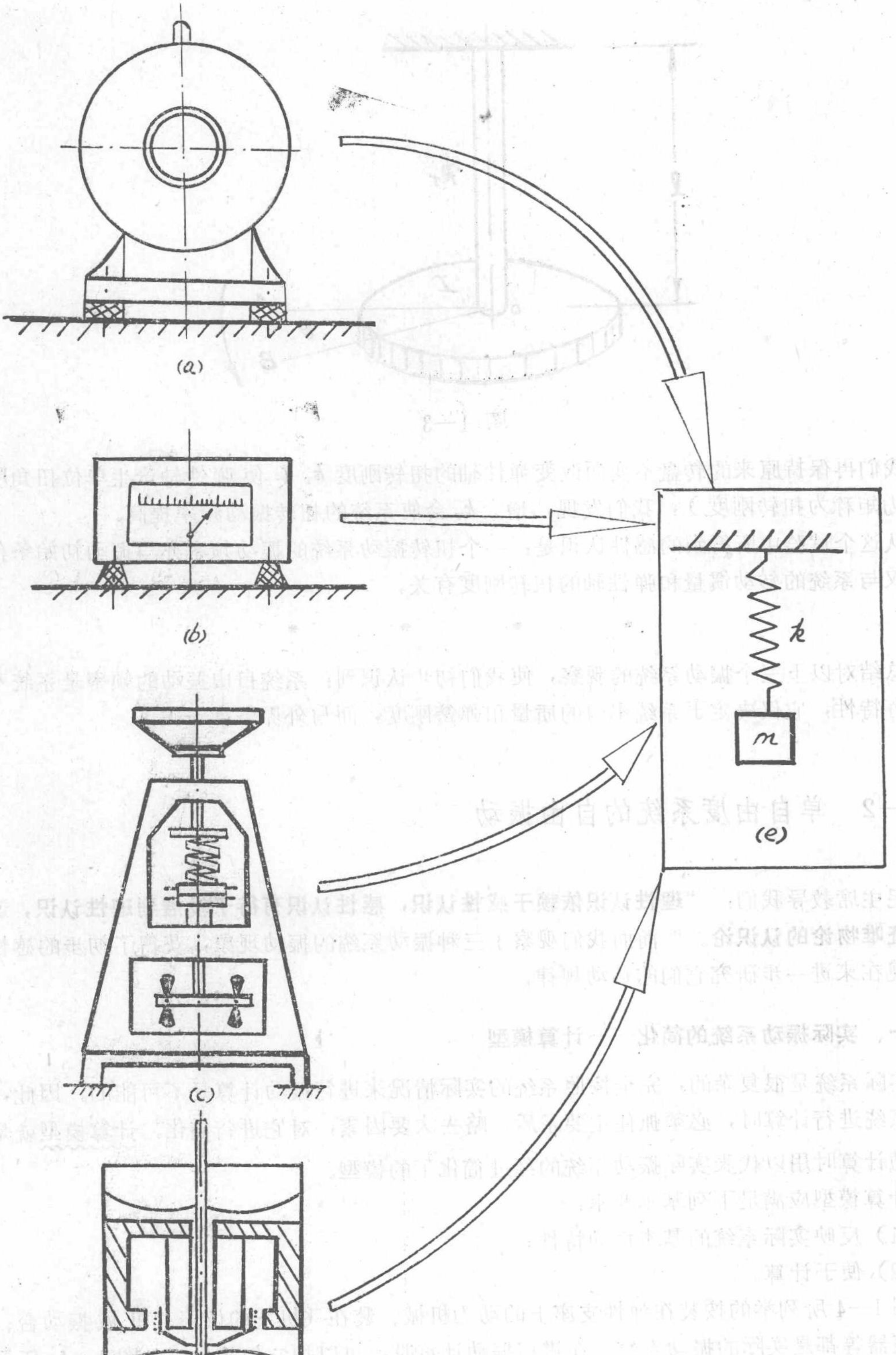


图 1—4

不计。经过简化后的系统是一个单自由度系统。所谓单自由度系统，就是它的运动状态用一个变量就可以描述的系统。

二、运动微分方程

有了计算模型，下一步就可以建立运动方程了。

我们现以图 1—4e 所示的弹簧——质量系统为计算模型来研究单自由度 系 统 的 自由振动。

我们假设：

(1) 系统的弹簧是线性的，即弹簧刚度 k 为常数；

(2) 弹簧质量相对较小，略去不计。

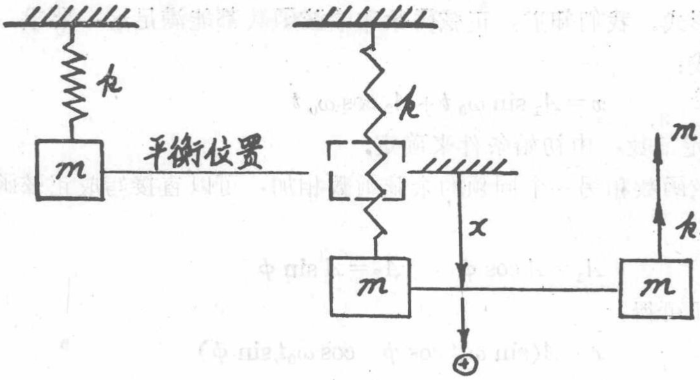


图 1—4 e

当系统未受外力干扰时，质量 m 处于静力平衡位置。以此平衡位置为起点取坐标 x，表示质量 m 对平衡位置的位移，并规定向下为正。接着给系统一个垂直方向的 扰 动，使其离开平衡位置，然后放手听其自由运动，此时系统即产生振动，这种振动叫自由振动。

把处于自由振动中的质量 m 取出来做分离体，设此时其离开平衡位置的距离为 x，则作用在它上面的力有：

弹性力 $=-kx$，方向与 x 方向相反；

惯性力 $=-m\ddot{x}$，方向与加速度方向相反。

有人可能会提出，作用在质量 m 上还有重力。然而我们讨论振动问题总是 在 静平衡的基础上进行的。当系统处于静平衡时，重力就被弹簧的静位移所产生的弹性力平衡了，因此在建立运动方程时，如果坐标以平衡位置为起点（像我们所取的那样），就不必再考虑重力了。

根据力学中的动静法原理，得到单自由度系统自由振动的微分方程：

$$m\ddot{x}+kx=0 \tag{1—3}$$

这是一个二阶常系数线性微分方程，它表示系统弹性力和惯性力在任何时刻总是相互平衡的这样一个规律。这是单自由度系统自由振动的基本规律。这是用微分方程的形式来表示的，它是本质的东西，但不够直观。为了找出 x 随时间 t 变化的具体运动形式，便于人们能直观地认识它的运动规律，就需要介出上述微分方程式。

三、微分方程的解

把方程（1—3）改写成下列形式

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0 \qquad (1\text{—}4)$$

或

$$\ddot{x}+\omega_0^2x=0 \qquad (1\text{—}5)$$

式中

$$\omega_0^2=\frac{k}{m} \qquad (1\text{—}6)$$

从方程（1—5）可以看出：位移 x 应当是这样的时间函数，当它对时间 t 两次微分后，又回到原来的函数形式。我们知道，正弦函数和余弦函数都能满足这一要求。因此它的一般解可以写成下列形成：

$$x=A_1\sin\omega_0 t+A_2\cos\omega_0 t \qquad (1\text{—}7)$$

式中 A_1 和 A_2 为待定常数，由初始条件来确定。

其实，一个正弦函数和另一个同频的余弦函数相加，可以直接写成正弦函数或余弦函数的形式。例如，设

$$A_1=A\cos\phi \qquad A_2=A\sin\phi \qquad (1\text{—}8)$$

代入（1—7）式，即可得：

$$\begin{aligned}x&=A(\sin\omega_0 t\cos\phi+\cos\omega_0 t\sin\phi)\\&=A\sin(\omega_0 t+\phi) \qquad (1\text{—}9)\end{aligned}$$

式中 A 和 ϕ 为新的待定常数，同样由初始条件确定，它们和原有待定常数 A_1 和 A_2 之间存在一定的关系，可由式（1—8）直接求得：

$$\left.\begin{aligned}A&=\sqrt{A_1^2+A_2^2}\\\phi&=\mathrm{tg}^{-1}\frac{A_2}{A_1}\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{—}10)$$

A 为振幅，ϕ 为初相位角。

对三角关系（1—8）的不同选择，可以得到类似解（1—9）的其他几种表达式。

$$\left.\begin{aligned}x&=B\sin(\omega_0 t-\alpha)\\&=C\cos(\omega_0 t+\beta)\\&=D\cos(\omega_0 t-\gamma)\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{—}11)$$

这四种解的形式，均能满足微分方程（1—5）。对于一定的初始条件，它们的结果是一致的。

四、解的讨论

回到（1—7）式，待定常数 A_1 和 A_2 由初始条件来确定，初始条件最一般的形式是质量 m 既具有初位移，又具有初速度，即

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

$$\text{当 } t=0 \text{ 时} \left\{ \begin{aligned} x &= x_0 \\ \dot{x} &= \dot{x}_0 \end{aligned} \right. \tag{1—12}$$

把它代入（1—7）式，可求得待定常数

$$A_1 = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0}, \qquad A_2 = x_0 \tag{1—13}$$

代回（1—7）式，即得

$$x = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t + x_0 \cos \omega_0 t \tag{1—14}$$

同样可以把解写成（1—9）的形式

$$x = A \sin(\omega_0 t + \phi) \tag{1—15}$$

式中：

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\right)^2 + x_0^2} \\ \phi &= \mathrm{tg}^{-1} \frac{x_0}{\dot{x}_0/\omega_0} \end{aligned} \right\} \tag{1—16}$$

由（1—14）和（1—15）式所描述的这种振动，因为它具有正弦（或余弦）函数的形式，一般称为简谐振动。简谐振动的周期可由式 $\omega_0 t = 2\pi$ 来确定，当 $\omega_0 t$ 变更 2π 时，振动来回一次，为一个周期。以 T_0 表示周期，替代式中的 t，即得：

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{1—17}$$

振动频率为周期的倒数：

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1—18}$$

ω_0 称为圆频率，单位为：弧度/秒。

以上求得的 T_0，f_0 和 ω_0 是在系统自由振动不计阻尼的情况下求得的，故把它们分别称为固有周期，固有频率和固有圆频率。

（1—14）或（1—15）式表示的是振动系统的位移，要求振动系统的速度和加速度，只要分别对位移表达式进行一次和二次微分就可得到：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{dx}{dt} \\ &= A\,\omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \\ &= A\,\omega_0 \sin\left(\omega_0 t + \phi + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= A_V \cos(\omega_0 t + \phi) \end{aligned} \tag{1—19}$$

式中 $A_V = A\omega_0$ 称为速度振幅；

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d^2x}{dt^2} \\ &= -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \phi) \\ &= A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \phi + \pi) \\ &= -A_g \sin(\omega_0 t + \phi) \end{aligned} \tag{1—20}$$

式中，$A_g = A\omega_0^2$，称为加速度振幅。

从式（1—15），（1—19）和（1—20）可以看出：速度是 ω_0 乘位移，并超前位移90°；加速度是 ω_0^2 乘位移，并超前位移180°。对于这一点，可以从位移、速度、加速度随时间变化的波形曲线（图1—5）中更清楚地看出来。

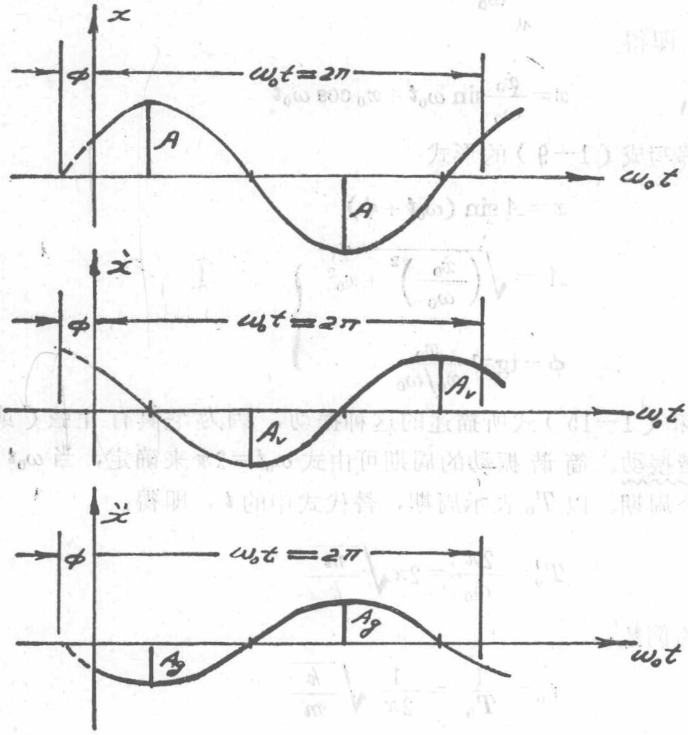


图 1—5

五、运动的矢量表示法

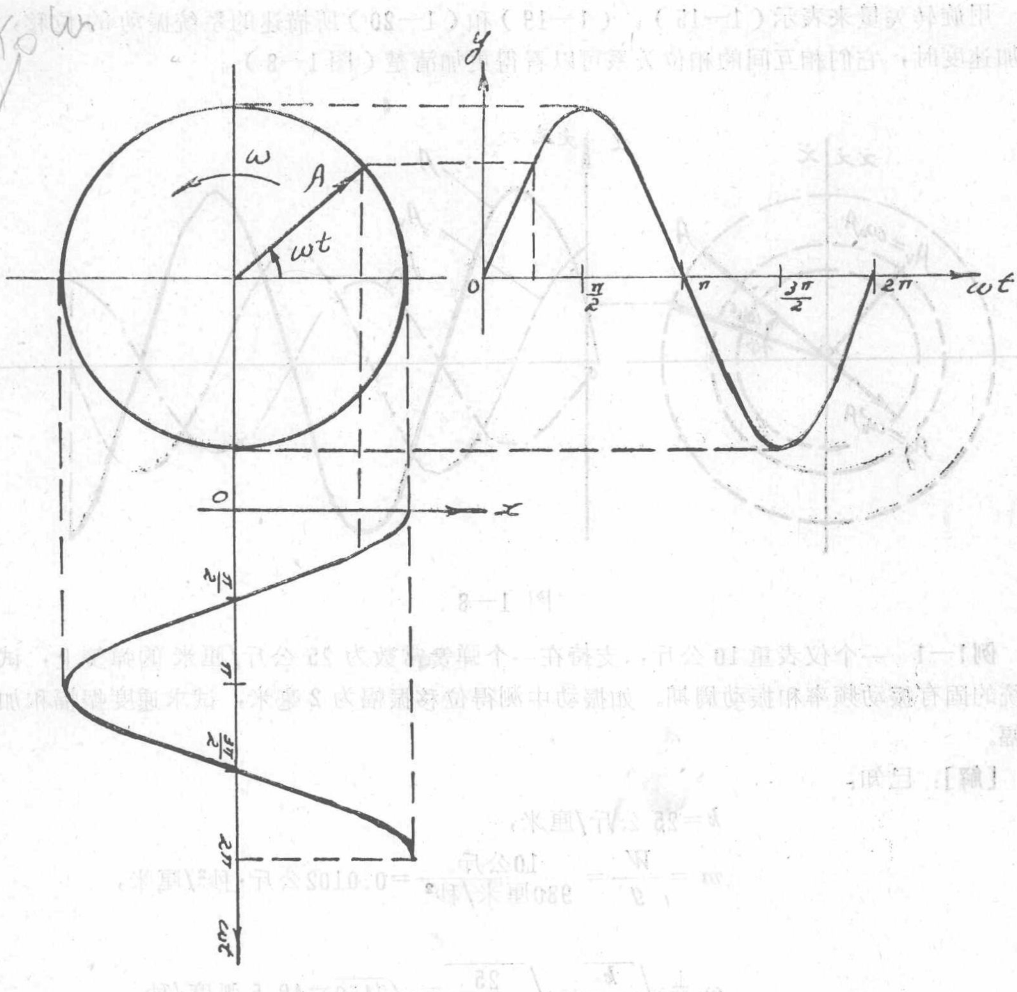
一个简谐函数可以用一个旋转矢量来表示。设矢量 A 以均匀角速度 ω 逆时针旋转，如图1—6所示，当以矢量的水平位置作为计算时间的起点时，矢量的水平投影和垂直投影可以写成：

$$x = A\cos\omega t \qquad (1—21)$$

$$y = A\sin\omega t \qquad (1—22)$$

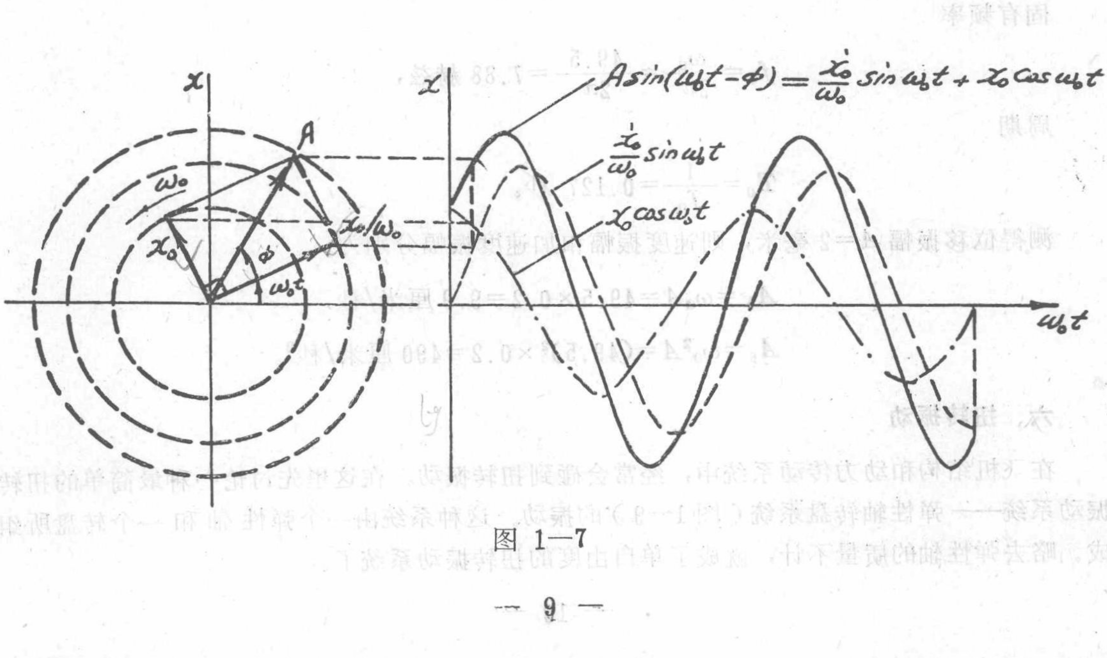
可见两者都可以用来表示简谐运动。这种表示方法使 ω 获得了圆频率的名称。

方程（1—14）和（1—15）所描述的振动亦可以用旋转矢量来表示（图1—7）。把 x_0、$\dot{x}_0/\omega_0$ 和 A 都当作矢量，相互保持一个相对固定的角度：x_0 和 $\dot{x}_0/\omega_0$ 垂直，并领先 $\dot{x}_0/\omega_0$ 90°；A 为 x_0 和 $\dot{x}_0/\omega_0$ 两矢量的和，其相位领先 $\dot{x}_0/\omega_0$ 一个 ϕ 角，其值为 $\phi = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{x_0}{\dot{x}_0/\omega_0}$。这三个矢量所组成的系统以角速度 ω_0 转动着，它们的垂直分量随时间的变化即代表方程（1—14）和（1—15）所描述的振动。



ω
A
ωt
y
0
π/2
π
3π/2
2π
ωt
0
x
π/2
π
3π/2
2π
ωt

图 1—6



x
A
ω_0
x_0
$\dot{x}_0/\omega_0$
φ
$\omega_0 t$
x
$A\sin(\omega_0 t-\phi)=\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t+x_0\cos\omega_0 t$
$\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t$
$x_0\cos\omega_0 t$
$\omega_0 t$

图 1—7

用旋转矢量来表示（1—15）、（1—19）和（1—20）所描述的系统振动的位移，速度和加速度时，它们相互间的相位关系可以看得更加清楚（图 1—8）。

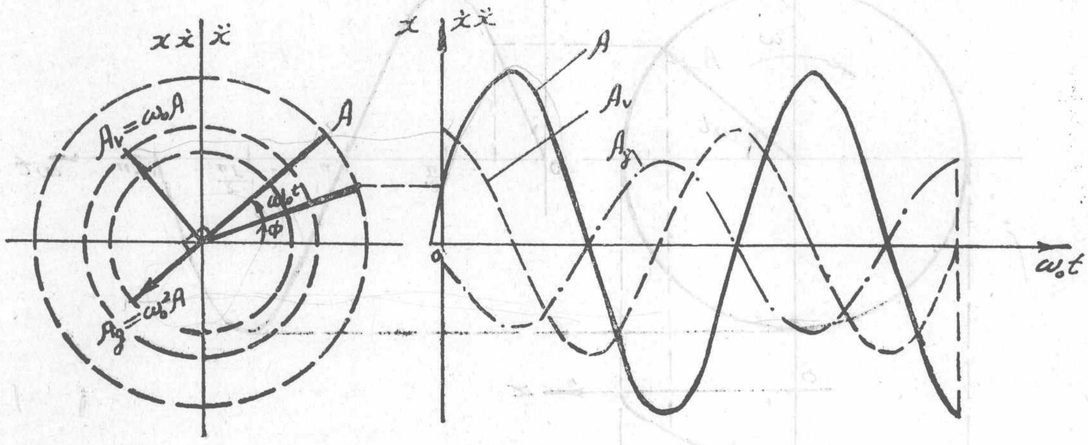


图 1—8

例1—1 一个仪表重 10 公斤，支持在一个弹簧常数为 25 公斤/厘米的弹簧上，试求该系统的固有振动频率和振动周期。如振动中测得位移振幅为 2 毫米，试求速度振幅和加速度振幅。

[解]：已知：

$$k=25\text{ 公斤/厘米},$$

$$m=\frac{W}{g}=\frac{10\text{公斤}}{980\text{厘米/秒}^2}=0.0102\text{公斤·秒}^2\text{/厘米},$$

故

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{25}{0.0102}}=\sqrt{2450}=49.5\text{ 弧度/秒},$$

固有频率

$$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{49.5}{2\pi}=7.88\text{ 赫兹},$$

周期

$$T_0=\frac{1}{f_0}=0.127\text{ 秒}。$$

测得位移振幅 $A=2$ 毫米，则速度振幅和加速度振幅分别为

$$A_V=\omega_0 A=49.5\times0.2=9.9\text{ 厘米/秒},$$

$$A_g=\omega_0^2 A=(49.5)^2\times0.2=490\text{ 厘米/秒}^2。$$

六、扭转振动

在飞机结构和动力传动系统中，经常会碰到扭转振动。在这里先讨论一种最简单的扭转振动系统——弹性轴转盘系统（图 1—9）的振动。这种系统由一个弹性轴和一个转盘所组成。略去弹性轴的质量不计，就成了单自由度的扭转振动系统了。

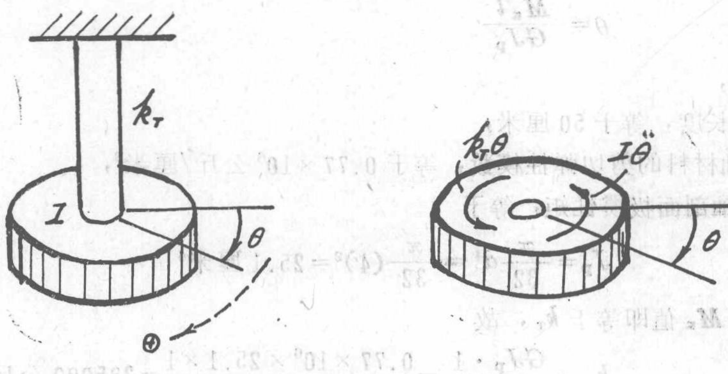


图 1—9

以 k_T 表示弹性轴的扭转刚度（产生单位扭转角所需要的力矩称为扭转刚度），单位为公斤·厘米/弧度；以 I 表示转盘的质量转动惯量，单位是公斤·厘米·秒²。

当系统未受外力扰动时，转盘处于平衡位置。以此平衡位置为起点取坐标 θ，并规定顺时针为正。接着给系统一个初始角位移，然后放手听其自由运动，此时系统即在平衡位置的二侧作往复运动。这种运动称为自由扭转振动。

把处于自由振动中的转盘取出来做分离体，作用在上面的力矩有二个

弹性力矩 $=-K_T\theta$， 方向与角位移方向相反，

惯性力矩 $=-I\ddot{\theta}$， 方向与角加速度方向相反。

根据力学中的动静法原理，得到单自由度系统自由扭转振动的微分方程：

$$I\ddot{\theta}+k_T\theta=0 \tag{1—23}$$

把（1—23）简化，得

$$\ddot{\theta}+\frac{k_T}{I}\theta=0$$

或

$$\ddot{\theta}+\omega_0{}^2\theta=0 \tag{1—24}$$

式中

$$\omega_0{}^2=\frac{k_T}{I} \tag{1—25}$$

微分方程（1—24）的形式和（1—5）是完全一样的，它的解可以直接写出：

$$\begin{aligned}\theta&=A_1\sin\omega_0 t+A_2\cos\omega_0 t\\&=A\sin(\omega_0 t+\phi)\end{aligned} \tag{1—26}$$

式中 A_1 和 A_2（或 A 和 ϕ）均为待定常数，由初始条件决定。$\omega_0=\sqrt{\frac{k_T}{I}}$ 为系统扭转的固有圆频率。

例1—2 一弹性轴——转盘系统，弹性轴直径 $d=4$ 厘米，长 $l=50$ 厘米，材料的剪切弹性模数 $G=0.77\times10^6$ 公斤/厘米²；转盘直径 $D=20$ 厘米，厚 $\delta=4$ 厘米，材料密度为0.0078公斤/厘米³。试求该系统的扭转振动固有频率。

［解］ 第一步先求出弹性轴的扭转刚度。因为弹性轴的扭转角

$$\theta=\frac{M_{\kappa}l}{GJ_{p}} \tag{1}$$

式中：M_{κ} 为扭矩，

l 为弹性轴长度，等于 50 厘米，

G 为弹性轴材料的剪切弹性模数，等于 0.77×10^{6} 公斤/厘米²，

J_{p} 为弹性轴剖面极惯性矩，等于

$$J_{p}=\frac{\pi}{32}d^{4}=\frac{\pi}{32}(4)^{2}=25.1\text{ 厘米}^{4}$$

当 $\theta=1$ 弧度时的 M_{κ} 值即等于 k_{τ}，故

$$k_{\tau}=\frac{GJ_{p}\cdot1}{l}=\frac{0.77\times10^{6}\times25.1\times1}{50}=385000\text{ 公斤·厘米/弧度}$$

第二步求转盘的转动惯量 I

$$I=\delta\gamma\cdot\frac{\pi}{32}D^{4} \tag{2}$$

式中：δ 为转盘厚度，等于 4 厘米，

γ 为转盘质量密度，等于 $\frac{0.0078}{g}=7.97\times10^{-6}$ 公斤·秒²/厘米⁴，

D 为转盘直径，等于 20 厘米。

故
$$I=4\times7.97\times10^{-6}\times\frac{\pi}{32}(20)^{4}=0.5\text{ 公斤·厘米·秒}^{2}\text{。}$$

第三步可以求固有频率 f_{0}

$$f_{0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{\tau}}{I}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{385000}{0.5}}\doteq140\text{周/秒。}$$

七、等价刚度

在生产实践中，对不少振动现象，人们最关心的是要了解它的固有频率，而不是它的具体振动情况。单自由度系统的固有频率可按（1—18）式求得：

$$f_{0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1—18}$$

从该式可以看出，要求固有频率，先得求出振动物体的质量 m 和振动系统的刚度 k。在工程实践中，经常碰到各种不同形式弹簧的振动系统，例如机器和仪表减振经常用并联或串联的弹簧，有的振动系统（如油箱耐振试验的机械振动台）采用梁作为弹簧。对于诸如此类的振动系统，它的弹簧刚度如何计算呢？下面列举一些经常碰到的情况加以讨论。

（1）弹簧并联（图 1—10a）

质量由两个并联弹簧悬挂，处于平衡状态，弹簧刚度分别为 k_{1} 和 k_{2}，如何计算整个系统的弹簧刚度 k？

给质量一个向下的垂直位移 x，则二个弹簧产生的弹性力分别为 $k_{1}x$ 和 $k_{2}x$，作用在质量上的总弹性力为

$$F=k_{1}x+k_{2}x=(k_{1}+k_{2})x$$

因此，系统的总刚度为

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com