

结构 动力学 基础

汪大洋 梁颖晶 ◎ 编著



科学出版社

结构动力学基础

汪大洋 梁颖晶 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

结构固有特性问题和动力响应问题是结构动力学研究的两个主要内容，本书针对这两大问题系统介绍了结构动力学的基本原理和主要研究方法。全书共分七章，主要内容包括绪论、结构体系运动方程的建立、单自由度结构体系振动、多自由度结构体系振动、结构振动频率计算、结构振动响应的数值计算法及结构随机振动。

本书是为高等院校已具有一定力学基础知识的专业学位硕士研究生编写的教材，亦可作为土木工程、水利工程、交通工程、海洋工程等专业的研究生及高年级本科生的教学用书，还可供相关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构动力学基础/汪大洋，梁颖晶编著.—北京：科学出版社，2017.6

ISBN 978-7-03-053457-6

I .①结… II .①汪… ②梁… III .①结构动力学 IV .①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 131149 号

责任编辑：童安齐 / 责任校对：刘玉清

责任印制：吕春珉 / 封面设计：东方人华设计部

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 8 月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2017 年 8 月第一次印刷 印张：11

字数：210 000

定价：60.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换(新科))

销售部电话 010-62136230 编辑部电话 010-62135319

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

前　　言

随着新材料和新技术的飞速进步，出现了多种多样的建筑结构形式，如超高层结构、悬索桥、隧道、海洋平台、大坝等，且不断向大跨、复杂方向发展。然而，不论何种结构形式，都将不可避免地遭遇外荷载作用，如地震荷载、强风荷载、海浪冲击荷载等。研究及工程实践表明，结构损伤大多源于动荷载的激励作用，即便有时未造成灾难性事故，但也可能使结构不能按设计所要求的性能正常工作。因此，为确保建筑结构在使用阶段能够达到预期的正常使用性能，其在设计阶段就必须进行有效的分析计算，获得其在使用过程中可能遭遇的荷载作用下的动力响应数据，进而使得建筑结构的预期设计功能得以有效保证。

结构动力学即是研究结构体系的自身动力特性，以及在动荷载作用下结构动力响应的一门技术科学，其根本目的在于为改善工程结构系统在动力环境中的安全性和可靠性提供坚实的理论基础。结构动力学问题包含激励（输入）、系统（结构体系）和响应（输出）三个要素，已知任意两个要素便可求得第三个要素，已知结构体系和输入求输出称为响应分析问题，已知输入和输出求结构体系称为结构参数识别问题，已知结构体系和输出求输入称为测量问题。在外荷载激励下，结构体系的响应不仅与自身特性有关，还与外荷载激励有关，因此结构动力学的研究内容总体上可以归纳为两类，即一类是结构体系固有的动力特性问题，另一类是结构体系在外荷载激励下表现出来的动力响应问题。本书也主要围绕这两大类问题展开。

从 2009 年起，我国大部分专业学位硕士生开始实行全日制培养，并发放“双证”，2011 年继续推行将硕士研究生教育从以培养学术型人才为主向以培养应用型人才为主的指导方向，实现研究生教育结构的历史性转型和战略性调整。相对于学术型研究生，专业学位研究生注重以专业实践为导向，重视实践和应用，培养在专业和专门技术上受到正规的、高水平训练的高层次人才。然而，现有的结构动力学教材，大多基于为培养学术型研究生而编写，在内容选择上侧重于理论的深度。因此，本书定位于专业学位研究生的教学和培养，在内容选取上一方面更加注重概念和原理的论述，使读者能够快速理解最基本的概念；另一方面，通过较多的算例分析，将基本概念与算例相融合，帮助读者将所学概念、原理运用于实际。

全书共分七章。第一章绪论，主要介绍结构动力学的基本思想、主要研究内容及研究方法；第二章结构体系运动方程的建立，主要介绍常用的刚度法、柔度

法和虚位移原理建立结构体系运动方程的方法；第三章单自由度结构体系振动，主要介绍无阻尼和有阻尼单自由度结构体系的自由振动和强迫振动，推导单自由度体系在不同荷载激励下运动方程的求解；第四章多自由度结构体系振动，主要介绍无阻尼和有阻尼多自由度结构体系的自由振动和强迫振动，推导多自由度体系在不同荷载激励下运动方程的求解；第五章结构振动频率计算，介绍如何采用柔度法（刚度法）、能量法、集中质量法、迭代法求解结构体系的固有动力特性；第六章结构振动响应的数值计算法，主要介绍中心差分法、Newmark- β 法、Wilson- θ 法、增量法、Houbolt 法等求解结构体系时程响应的推导过程；第七章结构随机振动，主要介绍随机振动的基本概念、单自由度和多自由度体系的随机振动响应以及快速傅里叶变换法。

在编写本书过程中，参阅了同行专家许多宝贵的资料和研究成果，在此谨向他们致以衷心的感谢。同时本书在编写和出版过程中，得到了作者所在单位的大力鼓励和支持，在此亦向关心本书出版的所有专家和单位表示诚挚的谢意。

限于作者水平，书中难免有疏漏和不妥之处，衷心欢迎读者提出宝贵的意见。

作 者

2017 年 5 月

于广州大学

主要符号表

A	结构体系振动位移幅值	M^*	广义质量
c	阻尼系数	$p(t)$	外荷载激励力
c_r	临界阻尼	$\mathbf{P}(t)$	外荷载激励力向量
\mathbf{C}	阻尼矩阵	P^*	广义荷载
C^*	广义阻尼	$p(x)$	概率密度函数
C_{xy}	协方差	$P(x)$	概率分布函数
\mathbf{D}	动力矩阵	$P(x, y)$	联合概率分布函数
E	弹性模量	$p(x, y)$	联合概率密度函数
$E[x_i]$	数学期望	R_x	相关函数
\mathbf{F}_s	刚度矩阵	$[R(\tau)]$	相关函数矩阵
f_I	惯性力	R_{xy}	互相关函数
\mathbf{F}_I	惯性力向量	$S_x(f)$	自谱密度函数
f_D	阻尼力	$S_{xy}(f)$	互谱密度函数
\mathbf{F}_D	阻尼力向量	T	结构体系振动周期
f	结构体系振动频率	T_d	有阻尼结构体系振动周期
$G_x(f)$	单边自功率谱	U	应变能
$h(t)$	单自由度系统的脉响函数	V	动能
$H(\omega)$	单自由度系统的频响函数	$y(t)$	结构体系振动位移
$h_{ij}(t)$	多自由度系统的脉响函数	$\mathbf{Y}(t)$	结构体系振动位移向量
$H_{ij}(\omega)$	多自由度系统的频响函数	$\dot{y}(t)$	结构体系振动速度
I	惯性矩	$\dot{\mathbf{Y}}(t)$	结构体系振动速度向量
k	刚度系数	$\ddot{y}(t)$	结构体系振动加速度
\mathbf{K}	刚度矩阵	$\ddot{\mathbf{Y}}(t)$	结构体系振动加速度向量
K^*	广义刚度	y_{st}	将外荷载激励的最大值当作静荷载作用时, 结构所产生的位移
m	质量	β	动力放大系数或动力系数
\mathbf{M}	质量矩阵	δ	柔度系数

δW	虚功	σ_x	标准差
ϕ_{ij}	体系第 j 振型第 i 质点的振幅	σ_x^2	方差
φ	结构体系振动相位角	ω	结构体系振动圆频率
φ_d	有阻尼结构体系振动相位角	ω_d	有阻尼结构体系振动圆频率
γ	频率比	ξ	阻尼比
$\gamma_{xy}^2(f)$	相干函数	ψ_x^2	均方值
η	振幅的对数递减率	Γ	柔度系数矩阵
μ_x	均值	Φ	振型向量
θ	外荷载激励频率	Δ_{st}	静位移
ρ_{xy}	相关系数		

目 录

前言

主要符号表

第一章 绪论	1
1.1 动力荷载分类	1
1.2 结构振动分类	2
1.3 结构动力学研究内容	3
1.3.1 理论研究	3
1.3.2 实验研究	4
1.4 结构体系的动力自由度	5
1.4.1 动力自由度	5
1.4.2 结构体系自由度确定	9
1.5 结构动力学研究的基本方法	10
1.5.1 结构动力学研究框架	10
1.5.2 结构动力学模型建立	10
1.5.3 分析与求解	12
第二章 结构体系运动方程的建立	13
2.1 刚度法	13
2.2 柔度法	17
2.3 虚位移原理	20
第三章 单自由度结构体系振动	23
3.1 无阻尼单自由度系统自由振动	23
3.2 有阻尼单自由度系统自由振动	26
3.2.1 小阻尼情况 ($\xi < 1$)	26
3.2.2 大阻尼情况 ($\xi > 1$)	29
3.2.3 临界阻尼情况 ($\xi = 1$)	29
3.3 无阻尼单自由度系统强迫振动	30
3.3.1 简谐荷载作用	30

3.3.2 瞬时冲击荷载作用	34
3.3.3 一般动力荷载作用	35
3.3.4 简谐荷载下结构体系内力和位移幅值计算	39
3.4 有阻尼单自由度系统强迫振动	42
3.4.1 简谐荷载作用下体系强迫振动响应计算	43
3.4.2 简谐荷载作用下体系强迫振动特点	44
第四章 多自由度结构体系振动	49
4.1 无阻尼多自由度体系自由振动	49
4.1.1 两自由度结构体系	49
4.1.2 有限自由度结构体系	55
4.1.3 多自由度体系主振型的正交性	63
4.2 无阻尼多自由度体系强迫振动	68
4.2.1 简谐荷载作用下两自由度体系的强迫振动	68
4.2.2 简谐荷载作用下多自由度体系的强迫振动	76
4.2.3 一般荷载作用下多自由度体系的强迫振动	80
4.3 有阻尼多自由度体系自由振动	85
4.3.1 体系阻尼的处理	85
4.3.2 自由振动响应计算	86
4.4 有阻尼多自由度体系强迫振动	88
第五章 结构振动频率计算	92
5.1 柔度法（刚度法）	92
5.2 能量法	96
5.2.1 瑞利法	96
5.2.2 瑞利-里兹法	101
5.3 集中质量法	103
5.3.1 静力等效集中质量法	104
5.3.2 动能等效集中质量法	105
5.4 迭代法	107
5.4.1 求第一频率和主振型	107
5.4.2 收敛性证明	109
5.4.3 求高阶主振型和高阶频率	110

第六章 结构振动响应的数值计算法	113
6.1 中心差分法	113
6.2 Newmark- β 法	115
6.2.1 线性系统 Newmark- β 法	115
6.2.2 非线性系统 Newmark- β 法	118
6.3 增量法	118
6.3.1 增量的平衡方程	119
6.3.2 增量法求体系响应	120
6.4 Wilson- θ 法	121
6.4.1 非线性系统 Wilson- θ 法	122
6.4.2 线性系统 Wilson- θ 法	123
6.4.3 Wilson- θ 法的稳定性	125
6.5 Houbolt 法	126
6.6 高阶单步法	128
6.6.1 算法求解过程	128
6.6.2 算法精度	129
6.6.3 算法稳定性	130
6.6.4 算法阻尼特征	131
第七章 结构随机振动	132
7.1 随机振动基本概念	132
7.2 随机过程描述	135
7.2.1 幅域描述	135
7.2.2 时域描述	142
7.2.3 频域描述	147
7.3 单自由度体系的随机响应	152
7.3.1 频响函数与脉冲函数	152
7.3.2 输入/输出均值	153
7.3.3 输入/输出的相关函数	154
7.3.4 输入/输出的谱密度函数	154
7.3.5 输入/输出的概率分布	155
7.4 多自由度系统的随机响应	156
7.4.1 单输入情形	156
7.4.2 多输入情形	157

7.5 快速傅里叶变换 (FFT)	162
7.5.1 离散傅里叶变换 (DFT)	162
7.5.2 快速傅里叶变换 (FFT)	163
主要参考文献	166

第一章 絮 论

结构在动力荷载作用下产生振动，一方面源于结构自身因素，如转动机器转子的偏心所引起的振动；另一方面源于外界干扰因素，如工程结构在地震、强风、爆炸、洪水、泥石流等外荷载激励下引起的振动。因此，结构动力学的研究对象即是各种工程结构的振动问题，其目的就是要认识和了解工程结构的振动规律，研究结构体系的动力特性及其在动力荷载作用下动力响应（包括位移和内力响应），进而在动力环境中为工程结构体系的安全性、可靠性和稳定性提供坚实的理论基础，为科学、合理的工程结构设计保驾护航。

1.1 动力荷载分类

动力荷载是时间的函数，根据动力荷载随时间的变化规律，可将其分为确定性荷载和非确定性荷载两类。确定性荷载是指荷载变化是时间的确定性函数，常见的确定性荷载有简谐周期荷载、非简谐周期荷载和冲击荷载。

1) 简谐周期荷载 [图 1-1 (a)]: 荷载随时间作周期性变化，是周期荷载中最简单也是最为重要的一种荷载，可采用三角函数 $p(t)=A\sin(\theta t)$ 或 $p(t)=A\cos(\theta t)$ 来表达。

2) 非简谐周期荷载 [图 1-1 (b)]: 荷载随时间作周期性变化，但不能简单地采用三角函数来表达，如轮船螺旋桨产生的推力、平稳情况下波浪对堤坝的动水压力等。

3) 冲击荷载 [图 1-1 (c)]: 荷载作用时间很短且荷载值急剧减小（或增加），如爆炸时产生的冲击波、突加重力等。

非确定性荷载是指荷载随时间的变化不是唯一确定的，不能用确定的时间函数来描述，是一个随机过程，亦称为随机荷载或非定数的动力荷载。工程结构在未来遭遇的地震荷载或风荷载是未知的，在将来任意一段时间内的确切量值是无法事先确定的，因而属于非确定性荷载。然而，对于已经记录到的地震或强风荷载，尽管其随时间的变化规律非常复杂，但其大小、方向都是给定的，因此当将其用于结构动力计算分析时，可归为确定性荷载，如图 1-1 (d)、(e) 所示。

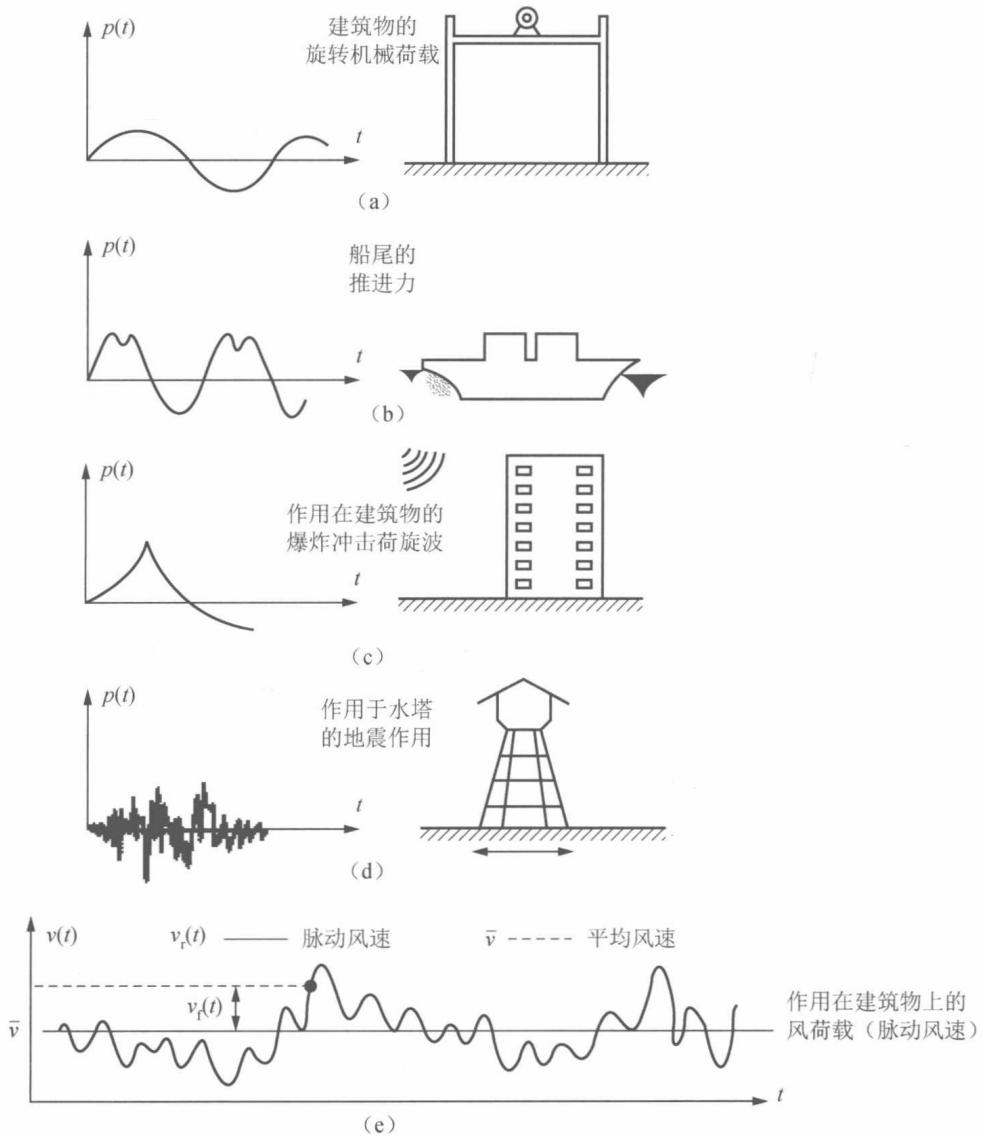


图 1-1

1.2 结构振动分类

结构动力学是研究各种结构的振动现象及其规律的，结构振动按照自由度数量、是否有外荷载激励、是否考虑阻尼等有多种不同的分类方式。

按体系的自由度数量可分为单自由度和多自由度体系振动。

1) 单自由度体系振动：只有一个自由度体系的振动称为单自由度体系的振动。

2) 多自由度体系振动: 具有两种及其以上自由度体系的振动称为多自由度体系的振动。

按体系振动时是否有外荷载激励可分为自由振动和强迫振动。

1) 自由振动: 在体系振动过程中不受外界荷载激励作用的称为自由振动。

2) 强迫振动: 在体系振动过程中受外荷载激励作用的称为强迫振动。

按体系振动时是否考虑阻尼作用可分为有阻尼振动和无阻尼振动。

1) 有阻尼振动: 在体系振动时总是要受到各种各样的阻尼作用, 如结构构件之间的摩擦阻尼、材料的内摩擦阻尼、体系与支座的摩擦阻尼等, 这些阻尼都具有降低体系振动响应的特点, 如果在研究振动问题时考虑阻尼的作用就称为有阻尼振动。

2) 无阻尼振动: 当结构振动问题中考虑阻尼作用后, 会增大问题的复杂程度和计算量, 而对于一些阻尼作用不是很大的情形, 常常不考虑阻尼的影响, 这就称为无阻尼振动。

按体系振动微分方程的性质可分为线性振动和非线性振动。

1) 线性振动: 如果所建立的体系振动微分方程是线性的就称为线性振动。

2) 非线性振动: 如果所建立的体系振动微分方程是非线性的就称为非线性振动。

实际上, 体系在振动时除受到外荷载激励和惯性力之外, 还有弹性力和阻尼力。如果构成体系的材料是理想的弹性材料, 即弹性力正比于体系变形, 这时无阻尼的微幅振动就是线性振动, 但严格意义上结构材料本构关系不服从弹性力正比于形变的线性比例关系, 而非线性的振动很难求解, 而一般的土木工程结构的变形基本都是微幅的, 因此常常也近似承认应力与应变的线性关系。此外, 结构体系在振动过程中同样受到阻尼力作用, 阻尼的作用在结构中非常复杂, 在实际计算中常常假定质量振动时所受的阻尼力正比于运动速度, 从而得到线性的振动。

1.3 结构动力学研究内容

1.3.1 理论研究

在工程结构动力分析中, 常常将所研究的结构对象称为振动体系或系统, 把外界对结构体系的作用或引起体系运动的力称为激励或输入, 把结构体系在外荷载激励作用下产生的动态行为称为响应或输出。可见, 结构动力学理论研究的主要内容就是体系、输入和输出三者之间的关系。结构体系可以是线性的, 也可以是非线性的, 对于线性系统, 叠加原理成立, 系统自由振动的频率和模态是系统所固有的, 其特性不随时间改变, 本书着重讨论线性系统; 对于非线性系统, 结

构体系没有相对应的固有特性。输入是动态的、随时间变化的，输入随时间的变化规律可以是周期的、瞬态的和随机的，输入的表现形式可以是力、位移、能量等，同时可以是单点输入、也可以是多点输入。输出是结构体系对输入的响应，按时间概念可分为周期振动、瞬态振动和随机振动等，按空间概念可分为纵向振动、弯曲振动、扭转振动和组合振动等，不论什么样的结构体系、什么样的输入形式，响应输出都将以一定的形式表现出来。

在结构体系、输入和输出三要素中，若其中任意两项已知就能求出第三个要素，由此结构动力学所要解决的问题可归纳为三类。

1) 响应分析 [图 1-2 (a)]: 已知结构体系的动力特性和激励输入，求体系的输出响应，包括位移、加速度、速度和内力响应。这类问题分析可为确定结构体系的强度、刚度和允许的振动能量水平提供依据。

2) 结构体系设计 [图 1-2 (b)]: 已知体系的激励输入和所要满足的响应输出要求，设计合理的结构体系参数。对于结构体系而言，这类问题非常重要，但结构体系设计同时也需要依赖响应输出分析，因此实际工作中这两类问题通常交替进行。

3) 结构体系参数识别 [图 1-2 (c)]: 已知结构体系的激励输入和响应输出，求结构的动力特性参数或数学模型。这类问题包括结构体系的物理参数识别（质量、刚度、阻尼等）和模态参数识别（固有频率和振型）。

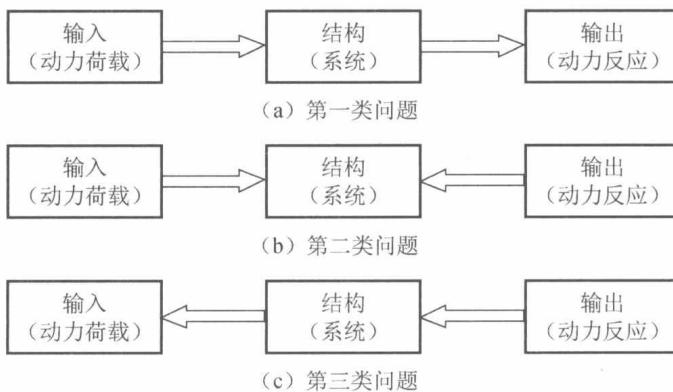


图 1-2

1.3.2 实验研究

实验研究不仅为理论分析奠定基础，而且是解决实际工程问题的主要手段。例如，材料性能和结构阻尼特性的测定、振动环境试验（即在现场或实验室模拟振动环境，检验产品在振动环境中工作的可靠性）等工作，就是主要依靠实验研究。结构实验是检验数学模型正确性、为理论计算提供确切数据的重要途径。重

要结构的动力研究常常需要将数值计算和实验结合起来：一方面，利用数值计算为结构实验提供依据；另一方面，根据实验结果，不断修正数值模型，以便使数学模型能更好地反映实际情况。

1.4 结构体系的动力自由度

惯性力是使结构产生动力响应的本质因素，而在动力分析中惯性力的产生又是由结构的质量引起的，即结构体系中凡是有质量的地方都会产生惯性力。因此，对结构体系中各个质量位置及其运动状态的描述成为结构动力分析的关键所在。在结构动力学中，要得到一个实际结构体系在数学上的合理解，需要建立一个理想化或简化的数学模型，体系的自由度便是模型建立过程中一个重要问题。

1.4.1 动力自由度

在结构系统运动的任意时刻，确定其全部质量位置所需的独立几何参变量的个数，称为系统的动力自由度，简称自由度。这些独立的参数是动力分析的基本未知量，可以是线位移、也可以是角位移。按照结构体系动力自由度数目不同可分为单自由度体系、多自由度体系和无线自由度体系。

实际上，结构体系的质量分布是连续的，属于无限自由度系统，但对于无限自由度系统的动力计算，只有一些非常简单的情况能给出解答，而且计算异常复杂，实践证明也没有必要。因此，在结构体系动力计算过程中常将计算模型简化，即结构离散化，将无限自由度体系简化为有限自由度体系。常用的结构离散化方法有集中质量法、广义坐标法和有限元单元法。

1. 集中质量法

集中质量法是将结构的分布质量按照一定的规则集中到结构的某个或某些位置上，成为一系列离散的质点或块，使其余位置上不再存在质量，从而将无限自由度体系简化为有限自由度体系。

图 1-3 (a) 所示为一简支梁，在跨中放置一重物 W ，当梁本身质量远小于重物的质量时，可取图示计算简图，如图 1-3 (b) 所示，这时体系由无限自由度简化为一个自由度。图 1-4 (a) 所示为三层平面刚架，在水平力作用下计算刚架的侧向振动时，一种常用的简化计算方法是将柱的分布质量化为作用于上下横梁上各点的水平位移并认为彼此相等，因而横梁上的分布质量可用一个集中质量来代替，最后可取图 1-4 (b) 所示的计算简图，只有三个自由度。图 1-5 (a) 所示为高 310.10m 的南京电视塔，在动力分析中对塔身采取分段集中质量的方法，简化为带有 16 个质点的悬臂梁结构，如图 1-5 (b) 所示。

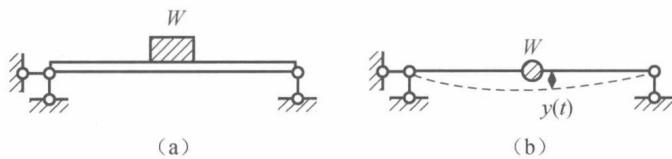


图 1-3

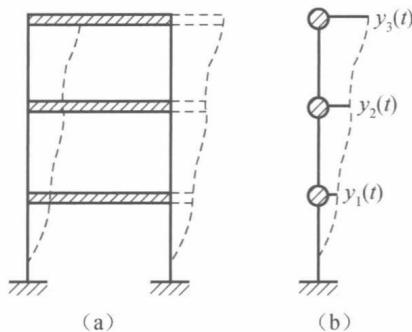


图 1-4

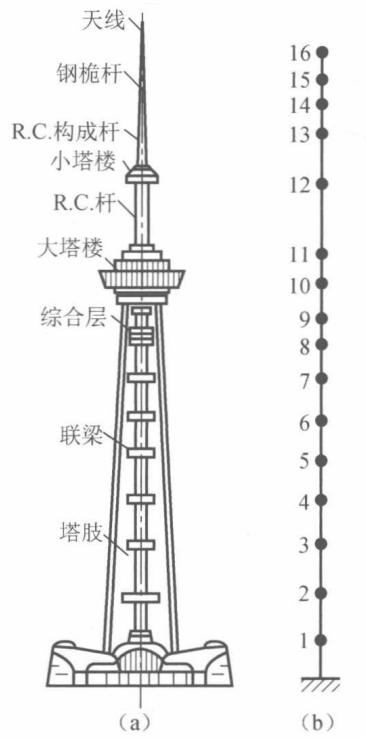


图 1-5

对于较复杂的体系，可以反过来用限制集中质量运动的办法确定体系的自由度。如图 1-6 (a) 所示的结构具有两个集中质量，为了限制它们的运动，至少要