



棘手又迷人的数学

当数学遇上诗歌

“数学”，一门最高冷的科学，
“诗歌”，一种最唯美的艺术，
两位看似没有交集的“行者”，
从山麓分手，却在山顶汇合。

当变幻莫测的“数学”与撩人心弦的“诗歌”相遇时，
会碰撞出怎样的火花？

本书带您寻觅他们的真真切切……

易南轩

编著



科学出版社



棘手又迷人 的数学

当数学遇上诗歌

易南轩 / 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

“数学”与“诗歌”,看似在两条道上跑步的“行者”,没有交集,其实,两者从山麓分手,却在山顶汇合.当变幻莫测的“高冷”数学与撩人心弦的“柔美”诗歌相遇时,“寓数于诗,融诗于数”,既充满着想象、智慧、灵感、章法、和谐与挑战,又装载着创造、激情与力量……

唐诗、宋词、元曲……像是一片璀璨的文学天空,为我们留下数不尽的艺术星辰;而数学则如同穿游在其间的陨石,虽来去匆匆,却不失为一幕瑰丽的风景.诗歌中隐含着许多数学知识,可从数学知识上了解诗歌的魅力;而数学中常用的许多思想方法,也可供诗人借鉴.

数学爱好者和诗歌爱好者在本书中将会领略数学与诗歌的交融,体味数学家与诗人相通的意境,正如徐志摩的“轻轻的,我走了,正如我轻轻的来……”

图书在版编目(CIP)数据

当数学遇上诗歌/易南轩编著. —北京:科学出版社,2017.1

(棘手又迷人的数学)

ISBN 978-7-03-050400-5

I. ①当… II. ①易… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 262921 号

责任编辑:李 敏 / 责任校对:钟 洋

责任印制:肖 兴 / 封面设计:黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年1月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2017年1月第一次印刷 印张:19 3/4

字数:400 000

定价:79.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

总 序

数学如一束玫瑰,棘手,但很迷人。

数学的美是迷人的。然而很多漂亮有趣的数学题,开始常常叫人产生无从下手之感,所以数学又常常是棘手的。其中组合数学的问题更是五花八门,几乎每个题目都要有独特的思路,使你在解题的思考过程中得以充分享受“从山重水复走向柳暗花明”的乐趣,体验在百思不解后豁然开朗的快乐。

擅长组合数学的柳柏濂先生,从他多年研究成果和数学教学的思考中撷取精华,写成十几篇数学小品与读者共同分享,其书名取为《数学,棘手但很迷人》,是非常贴切的。

这本书是本丛书的第一册,丛书其他分册内容形式多有不同而各具特色。编者用“棘手又迷人的数学”作为丛书的书名,想来主要是希望读者从多个角度领略数学的迷人和棘手之处。

柳先生的这些短文,引领我们走进一个颇有深度的数学世界。他不满足于浮光掠影或眼前一亮,而是与读者一同思考和探索。在脍炙人口的“阿凡提传奇”中,他选取了一个巧拆金环的故事,让我们在惊叹中,欣赏数论的完备分拆和有关的新结果。接着,作者带领我们从动物园的栅栏前和每天上下往返的楼梯中,走向组合数学的前沿观光;又从法国著名数学家傅里叶的经典提问,谈到中国古代的数学泰斗祖暅的数学原理;从生命科学“克隆羊”的伟大成就谈起,把现代图论的知识和思维奉献给读



者.其他如从有机化合物谈到红楼梦的族谱,再引出信息科学技术中的密码、树结构和有相当难度的机器证明;从宋代词人的名句将我们引向他的研究专题“组合矩阵论”中寻寻觅觅;又在绞肉机旁,把函数的迭代引向“混沌”的动力系统理论;在眼花缭乱的应用中,我们领会了数学模型的真谛,尝到了数学的美味……“棘手但很迷人”,也就成为作者与读者的共同体验了.作者用几乎是文学而不是数学的笔触,给我们娓娓道出现代数学的“故事”.这不是东采西摘的材料堆砌,而是一个二十多年来承担国家自然科学基金任务的教授在研究之余的思想札记.

“棘手但很迷人”,这是数学学习甘苦的内心独白,也是数学探索“无限风光在险峰”的壮志豪言.

古老的幻方,是棘手但却迷人的数学主题之一.吴鹤龄先生为“好玩的数学”丛书写了一本《幻方及其他——娱乐数学经典名题》(第二版),引得许多读者对幻方入迷而且跃跃欲试,詹森先生就是其中之一.詹先生玩幻方玩得熟能生巧,玩出了创新,把“棘手”玩成了顺手.于是他为本丛书写了一本《你亦可以造幻方》,与读者分享成功的快乐.书中提供了构造奇数阶的幻方、完美幻方、对称幻方、对称完美幻方、奇偶数分开的对称幻方等多种构造幻方的方法.构造一个这样的幻方,只需两步或三步,这两三步小学生都可以做到.即使你还没有完全理解其中的道理,也能造出许多个有各种特色的幻方.

具有不确定性的事件叫随机事件.随机事件的数学问题常常是迷人而棘手的.在“好玩的数学”丛书中《趣味随机问题》一书的作者孙荣恒教授,这次又为我们带来了一串新的故事.他的新作《概率统计拾遗》,从平凡中发掘惊奇,给读者一个又一个意外.比如打麻将要掷骰子定庄的问题.有人认为自己掷骰子对

自己坐庄有利,想自己坐庄者常抢着掷;有的人认为谁掷都一样,4家坐庄机会均等,都是 $1/4$.两种看法哪一种正确?意外的答案是都错了.由此引出的纸上作业法,有各种各样的应用.又如由鞋子配对引出的S矩阵给出四同、五同等问题的简单算法.孙先生通过简单、严谨的分析计算,得出的结论令人口服心服,其方法平凡而又有启发性.像这样来自生活的看似平凡其实暗藏玄机的问题书中不少,有的例子涉及考生的成绩,有的例子涉及法官的判决,要想真正想明白,真是要有不怕棘手的精神.

如果在棘手的辛劳之余想轻松一下,就翻翻本丛书中的另一本《邮票王国中的迷人数学》吧.作者之一是大家熟悉的易南轩老师,他的《数学美拾趣》(第二版)深受读者欢迎,也是“好玩的数学”丛书中的一册.另一位作者王芝平老师也是作品颇丰的数学教育专家.两位老师花费了三年多的光阴和心血,收集整理了1300多枚与数学有关的邮票,按图索骥,向我们一一道来.邮票的轮廓联系着各种几何形体,邮票的主题或涉及数学史上的事件,或纪念数学家的丰功伟绩,或展示数学的应用,琳琅满目,美不胜收.联系着这上千余枚邮票,作者纵横畅叙,笔墨酣畅,谈古论今,说天看海,大至卫星飞船,小至象棋游戏,都和数学的美妙关联起来.不论是数学爱好者、集邮爱好者或一般的读者,都能在阅读此书时享受人类文明之雅趣.不过这并不棘手,棘手的工作作者已经代我们辛劳了.

易南轩老师对邮票上的数学意犹未尽,又推出了新著《邮票苍穹中最亮的108颗数学之星》让我们通过邮品结识了许多在历史长河中有重要影响的数学家.数学爱好者会对这些精美的邮品兴味盎然;集邮爱好者则可从中了解到许多数学家的故事及相关的数学知识,可增进对数学的兴趣.数学教师在介绍数学家和



一些数学知识时,可从中挑选出与之相关的几枚邮票,穿插、融汇于教学之中,会把数学讲授得更加形象生动、更加有趣诱人!

易南轩老师奉献给读者的又一作品,书名叫做《当数学遇上诗歌》.最冷静的科学与最热情的艺术相遇,会是怎样的奇景呢?描述分析这奇景的来龙去脉,是棘手的任务,又是迷人的向往.易老师带着数学的冷静和诗人的热情,娓娓道来,告诉我们一个又一个数学遇上诗歌的故事.我们看到:用数学的思维和方法去认识诗歌,就会发现诗歌的别样美丽;从诗歌的角度来欣赏数学,就会发现数学的别样精彩.文学修养与数学思维都是现代人不可或缺的文化素质,当今社会正迫切呼唤人文素养和理性精神兼备的人才出现.读这本书,当利于文理素养的比翼双飞,相互促进.

本丛书的读者可能有男女老少,可能术业各有专攻,对数学的理解和鉴赏的角度与能力各不相同.有人认为棘手的问题,也有人能够驾轻就熟地手到擒来.但编者希望并且相信,每位翻阅过丛书的朋友都能从中看到几点迷人的星光;果真如此,那将是作者和编者最大的快乐.

中国科学院院士

计算机科学家、数学家

2011年11月9日初稿

2016年10月6日补正

前 言

中国科学院前院长卢嘉锡先生在为《大科学家文丛》写的“总序”中指出：“强调文理交融，在把我们的事业推向 21 世纪的今天，不但有针对性，而且有紧迫性。”“要强调综合性和整体性的素质教育……成为某一方面的专才、并不是我们教育的全部目标。”

我国著名数学家、数学教育家苏步青先生认为：“理工科大学学生搞点形象思维，读点诗词，对打开思路、活跃思想是很有好处的。”

1959 年 5 月 28 日，华罗庚教授在《人民日报》上发表了“大哉数学之为用”，精彩地叙述了数学的各种应用：宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁等各个方面，无处不有数学的重要贡献。如今，数学已渗透到了整个自然科学甚至社会科学。我们在日常生活中常接触到的股票、房产、会计、销售、物流、行情等也都离不开数学。因此，文科大学生也应该学点数学。

文学修养与数学思维都是现代人不可或缺的文化素质，当今社会正迫切呼唤人文素养和理性精神兼备的人才出现。

本书书名是“当数学遇上诗歌”。而“数学”是最冷静的科学，“诗歌”是最热情的艺术，这看似风马牛不相及在两条道上跑的车，它们的相遇会有怎样的情况呢？



虽然“数学”与“诗歌”：一个冷静，一个热情；一个严肃，一个活泼；一个理性，一个感性。其实，如果我们用数学的思维和方去认识诗歌，就会发现诗歌的别样美丽；如果我们从诗歌的角度来欣赏数学，就会发现数学的别样精彩。当我们深入数学领域并用诗歌的角度来欣赏数学时就会发现：数学，如诗般美丽！

我们认为，数学与诗歌的共性有如下几点：

- 一、数学研究的理念如同诗歌的创作；
- 二、和谐与简洁是数学和诗歌共同的追求；
- 三、数学中的“对偶”与诗歌中的“对仗”有“异曲同工”之妙；
- 四、数学和诗歌的创作都需要有丰富的直觉和想象；
- 五、数学研究和诗歌创作都需要有美感。

著名作家王蒙在《我的人生哲学》一书中有一篇“最高的诗是数学”的文章中提到：“最高的数学和最高的诗一样，都充满了想象，充满了智慧，充满了创造，充满了章法，充满了和谐也充满了挑战。诗和数学又都充满灵感，充满激情，充满人类的精神力量。”

数学，当所有的推理奇妙地组合在一起，指向一个伟大的结论时，是那样鲜明生动，像蜿蜒的山路，石缝的清泉。唐诗、宋词是一片璀璨的文学天空，为我们留下数不尽的艺术星辰，而数学则如同穿游在其间的陨石，虽来去匆匆，却不失为一幕瑰丽的风景。“寓数于诗，融诗于数”，使我们所得到的应该比二者分开时要多得多，这便是 $1+1>2$ 的道理。

数学和诗歌的内在联系，在于意境，即诗歌中的数学意境。

我国的古诗词本来就很美，如果能把数学的意境运用进去可能会更有意想不到的美。中国悠久历史所积淀出来的文学底

蕴,为中国的数学染上了一层夺目的色彩,这就是数学的文采.诗歌中隐含着许多数学知识,可从数学知识上了解诗歌的魅力;而数学中常用的许多思想方法,也可供诗人借鉴.让我们步入诗歌之林,去寻寓数学意境之诗吧!

让我们来看看几位著名学者关于文学与数学的远见卓识:

大文豪雨果说:“数学到了最后阶段就遇到想象,在圆锥曲线、对数、概率、微积分中,想象成了计算的系统,于是数学也成了诗.”

美国当代数学家 M. 克莱因说:“音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科技可以改善物质生活,但数学却能提供以上的一切.”

我国著名科学家钱学森提出,现代科学六大部门(自然科学、社会科学、数学科学、系统科学、思维科学、人体科学)应当和文学艺术六大部门(小说杂文、诗词歌赋、建筑园林、书画造型、音乐、综合)紧密携手,才能有大的发展.

我们再来看看数学家与诗人之间的相通之处吧.首先看看国内数学家的文学修养:

华罗庚不仅是一位数学大师,他还热爱中国古文化,留下不少诗文作品.他写的《统筹方法》被选入中学语文教材.华先生的诗“勤能补拙是良训,一分辛苦一分才”.更是激励了莘莘学子.华罗庚吟诗作对,是一把好手,下面的对联,更是广为流传:

三强韩赵魏,九章勾股弦.

陈省身:沃尔夫奖获得者,世界级的几何大师.1980年,在中科院的座谈会上即席赋诗,把现代数学和物理学中的最新概念纳入优美的意境中,讴歌数学的奇迹,毫无斧凿痕迹.

数学大师苏步青说过这样一段话:“深厚的文学、历史基础



是辅助我登上数学殿堂的翅膀,文学、历史知识帮助我开拓思路,加深对数学的理解。以后几十年,我能吟诗填词,出口成章,很大程度上得力于初中时文理兼治的学习方法。我要向有志于学习理工、自然科学的同学们说一句话:打好语文、史地基础,可以帮助你们跃上更高的台阶。”苏老与诗打交道 70 余年,被人们称为“诗人数学家”。

囊括菲尔兹奖、沃尔夫奖、克拉福德奖三个世界顶级大奖的数学大师丘成桐的最大成就是对“卡拉比猜想”的证明。当他完成证明时,有种物我相融的感觉,用“落花人独立,微雨燕双飞”来形容当时的感受。丘成桐以其深厚的文学功底创作了大量高水平的诗文辞赋,被人们誉为“诗人科学家”。

在国外亦是如此,历史上许多大数学家都有较好的文学修养:

笛卡儿对诗歌情有独钟;莱布尼茨从小对诗歌和历史怀有浓厚兴趣;高斯在哥廷根大学就读期间,最喜好的两门学科是数学和语言学;数学家柯西有《论诗词创作法》一书问世;数学教育家波利亚喜欢大诗人海涅的作品;俄国女数学家索菲亚·柯瓦列夫斯卡娅在文学上也享有盛名,以至于她一辈子也无法决定到底更偏爱数学还是更偏爱文学;英国数学家哈代的《一个数学家的自白》,以其文字的优美与感情的真挚震撼了许多人。

那位满腹经纶的波斯数学家奥马·海亚姆在诗歌史上的地位甚至超过他在数学史上的地位(以《鲁拜集》(四行诗集)一书而闻名于世);而英国著名哲学家、数学家罗素,也是一位文学家。这位非科班出身的文学家竟获得了 1950 年的诺贝尔文学奖。

谁能说数学和文学犹如鱼和熊掌而不可兼得！谁能说这两种文化间的鸿沟不可逾越！

再看看文人的数学情怀：

在诗中喜用数字，使得我国有许多诗人在有意或无意中显露了他们的数学情怀：

初唐四杰之一的骆宾王与好用数字的杜牧，被人称为“算博士”；白居易将算术引入诗中，计算的是人生历程；苏东坡的“苏轼分田”为数学家们津津乐道，就连他的画作《百鸟归巢图》也和数学有着奇妙的联系；而黄庭坚与辛弃疾都有着很好的会计涵养与会计核算法；在李白诗中数字更是得到了巧妙地运用，无论是将数字用于简约、用于计量、用于对比、用于夸张，还是将数字连用，都是用得那样恰如其分，李白可称得上是运用数字的高手！

现代如赵元任先生是我国著名的语言学家、音乐家，同时又与数学颇有渊源；谁能想到徐志摩的“轻轻的，我走了，正如我轻轻的来”，竟然是一道数学题！而领袖诗人毛泽东更是偏爱数字，他的诗词中数字用得最多，用得圆熟流转，有的地方简直达到了化境！

在国外，一些文学家也显示出对于数学的兴趣和才能。例如：

与雪莱同时期的数学家怀特海评价雪莱的诗道：“只有内心世界展现着一幅特定几何图形的人才能写出这样的诗歌，而讲解这张图形，常常正是我在数学课堂中要做的事情。”

作家陀思妥耶夫斯基，还有诺贝尔文学奖得主索尔仁尼琴等都曾受过很好的数学训练。俄国伟大的作家列夫·托尔斯泰曾经写过一本算术课本，里面就有他非常喜爱、解法多样的“割



草人问题”；世界级名人歌德都对数学情有独钟。

原来数学家与文学家的意境竟有如此之相通！数学与诗歌，逻辑思维和形象思维的两个极致，居然会有奇妙的交集。直让人领略到了“诗意的数学”和“数意的诗歌”。

数学工作者（包括数学家和数学教师）的文学修养，也反映在他们的诗作中：

在国外，如牛顿的《三顶冠冕》，雅各布·伯努利的《猜想的艺术》等，更有号称“波斯李白”的奥马·海亚姆，以《鲁拜集》流传后世，经久不衰。

除了数学家的诗作外，我们还收集了一些坚持在教学第一线的中学数学教师的诗作。他们在辛勤教学之余，也利用诗歌来抒发自己对人生、对数学、对自然和对师友的情怀。但因信息有限，只是从网上收集到有限的几位中学数学教师的诗作。

我们还收集了一些对数学工作者（包括数学家和数学教师）赞美的诗歌：

我们深深体会到数学家追求真理的热忱以及他们多彩的人生，应该对他们予以热情的歌颂！而对那些“忙忙碌碌，终其一生”的数学教师，可说是“照亮了别人，毁灭了自己”的红烛，我们也应当去尊重、去歌颂他们。但是，我们更希望能出现“既照亮了别人，又提高了自己”的“创造型”“专家型”“学者型”的数学教师！

下面，我们从多方面来谈谈数学与诗歌的关联与融合：

首先是“杂谈数学诗歌”：谈及数学诗歌的溯源、发展与盛行及到底什么是数学诗。还有歌咏数学的旧体诗和现代诗。本书所说的“诗歌”是广义的，包括有“诗、词、歌、赋、联、（元）曲”。古

代诗词及楹联中的“数字情结”，反映了数字在文学乃至一切文章中不可替代的特殊地位，也证明了数字非但不是“抽象和枯燥乏味”，而且是韵致隽永、回味无穷的。从而有数字入诗（包括数字在唐诗、宋词、元曲、楹联等中的运用）和数学诗题（用诗歌的形式述说的数学题）。还有诗、数“形似”的回文数与回文诗，杨辉三角与对称诗等篇。

最后一章名为“诗歌打趣数学”：

有对数学调侃的打油诗，也有对数学至深情感流露的情诗、情书，还有对数学老师祝福的短信和对数学抒情的流行歌曲等有趣内容。

《当数学遇上诗歌》的编写：从内容讲，没有单一数学的严肃与冷静，而是让数学紧密相随于诗歌，使诗的味道要浓些，以期不失轻松；从意图讲，为正如起始所说的“文理交融”尽一点微薄之力，为“文理沟通”搭一座小小的桥。数学与诗歌的相遇，使我们能看到“数学”与“诗歌”两种美丽及这两种美丽的融合：一是变幻莫测的方程，一是撩人心弦的诗行，他们的相遇，使得在方程的小溪里，诗行在潺潺流淌！

在本书的编写过程中，得到了我教过的阿克苏地区二中1994届高中毕业班学生的大力帮助与支持。他们或帮我打印书的初稿，或询问书完成的进度。对他们们的热情与支持，在此表示深切的谢意！



2016年3月25日于乌鲁木齐

目 录

总序

前言

第1章 当数学遇上诗歌	1
1.1 数学中的诗歌之美	1
1.1.1 数学之美与诗歌之美	1
1.1.2 数学与诗歌的关联	3
1.1.3 数学与诗歌的共性	3
1.1.4 诗、数意境两相通	6
1.1.5 数学如诗一般美丽	7
1.1.6 最高的诗是数学	9
1.1.7 “诗化”的数学文学创作——报告文学 《哥德巴赫猜想》	9
1.2 诗歌中的数学意境	10
1.2.1 “对称”与“对仗”	11
1.2.2 《秋浦歌》与“整体代换”思想	12
1.2.3 《江雪》中数字对比衬托的功效	12
1.2.4 《使至塞上》中的“诗情画意”与“几何图形” ...	13
1.2.5 《送孟浩然之广陵》与“零的极限”	14



1.2.6	《望庐山瀑布》与恰当的数字夸张美	14
1.2.7	《早发白帝城》与长江漂流第一篇	15
1.2.8	《登幽州台歌》与四维时空	16
1.2.9	“黄河远上白云间”的“求证”	16
1.2.10	刘禹锡诗中的“变化中的不变量”	17
1.2.11	《登高》诗中的“无限”	18
1.2.12	李白两首诗中的“数形结合”	18
1.2.13	一首概括了几何的四个基本要素的诗	19
1.2.14	三视图与《题西林壁》	20
1.2.15	李白《行路难》中的“转化与化归思想”	20
1.2.16	《游园不值》与微积分中的“无界变量”	21
1.2.17	欲穷千里目,应上几层楼?	22
1.2.18	《赋得古草原送别》与“周期性的函数”模型	23
1.2.19	《宣州谢朓楼饯别校书叔云》与“分类讨论” 思想	23
1.2.20	《古从军行》与“二进制数”原理的应用	24
1.2.21	用“放缩法”裁剪诗歌	26
1.2.22	《再别康桥》中的“诗情数意巧结缘”	27
1.2.23	《百鸟归巢图》与“整数分析”	28
1.2.24	简说诗词句中所寓的数学方法	29
第2章 数学家与诗人的不了情		31
2.1 数学家的文学修养(国内篇)		31
2.1.1 何鲁		31
2.1.2 华罗庚		32

2.1.3 陈省身	32
2.1.4 苏步青	32
2.1.5 李国平	33
2.1.6 谷超豪	33
2.1.7 丘成桐	34
2.1.8 严加安	34
2.1.9 谈祥柏	35
2.1.10 蔡天新	35
2.2 数学家的文学修养(国外篇)	35
2.2.1 笛卡儿	36
2.2.2 莱布尼茨	36
2.2.3 帕斯卡	36
2.2.4 高斯	36
2.2.5 柯西	37
2.2.6 波利亚	37
2.2.7 索菲亚·柯瓦列夫斯卡娅	37
2.2.8 奥马·海亚姆	38
2.2.9 庞加莱	38
2.2.10 刘易斯·卡罗尔	38
2.2.11 哈密顿	38
2.2.12 哈代	39
2.2.13 罗素	39
2.3 诗人的数学情怀(国内篇)	39
2.3.1 “算博士”骆宾王	40