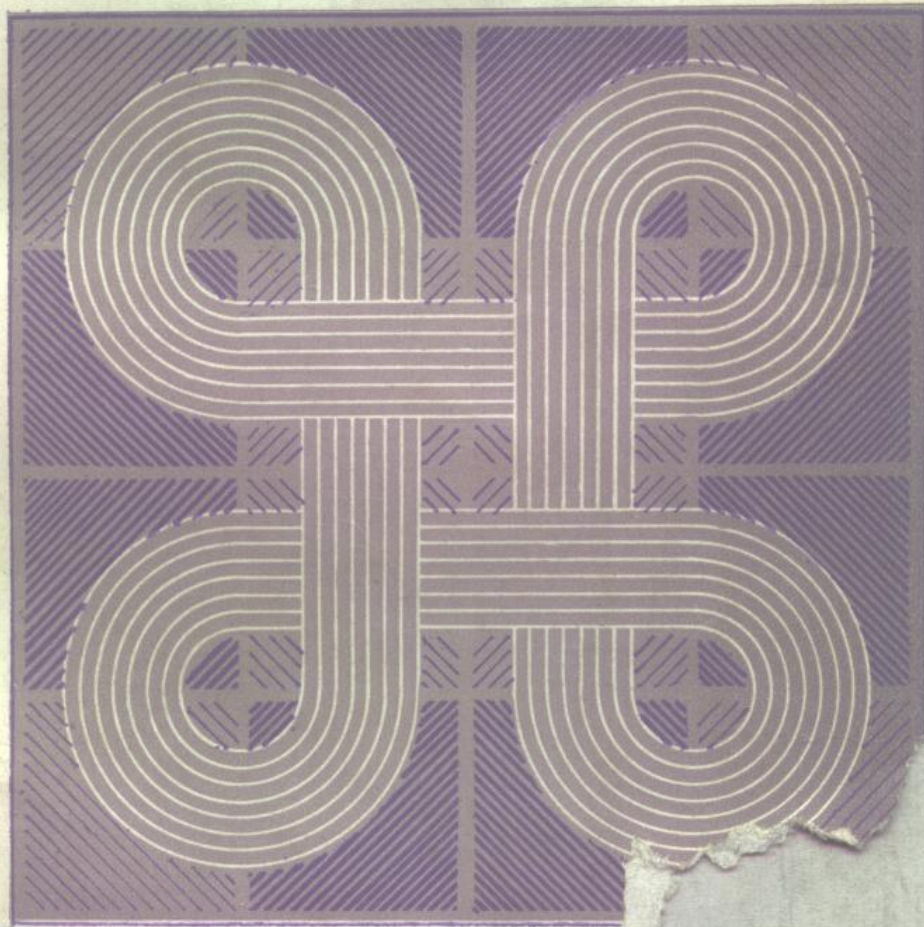


网络计划模型与控制

现代管理译丛

网络计划模型与控制

〔美〕 S. E. 埃尔曼夫拉比 著



机械工业出版社

F270
64

F270
64

现代管理译丛

网络计划模型与控制

〔美〕 S. E. 埃尔曼夫拉比 著

袁子仁 袁宁 罗连台 译



机械工业出版社

本书内容包括计划评审法、关键路线法及图形评审法，并附有有关运筹学及图论的基本理论。

本书循序渐近，由浅入深，它不但适合高等院校工业管理工程系、应用数学系和计算机系的师生及有关研究人员学习参考，而且也适合广大工程技术人员和管理人员阅读。

ACTIVITY NETWORKS:
Project Planning and Control
by Network Models
Salah E. Elmaghraby
John Wiley & Sons, Inc. 1977.

* * *

网络计划模型与控制
〔美〕 S. E. 埃尔曼夫拉比 著
袁子仁 袁宁 罗连台 译

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)
(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)
机械工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 18 · 字数 435 千字
1987 年 2 月北京第一版 · 1987 年 2 月北京第一次印刷
印数 0,001—4,100 · 定价 3.75 元

*

统一书号: 15033 · 6514

F270
64

306064

《现代管理译丛》出版说明

第二次世界大战后，特别是六十年代以来，随着科学技术的迅速发展，大大地改变了社会的生产面貌。国外的现代管理是在科学管理的基础上发展起来的。现代管理的特点是：重视人的因素；利用现代数学方法和计算机手段，强调经营决策和系统观念；以及采用动态的组织结构来适应国内外市场的多变和跨国生产。

现代科学技术和现代管理是推动经济发展的两个车轮。我们进行社会主义建设时，不仅需要先进的科学技术，而且还需要现代的管理技术。学习和研究国外的现代管理，取其精华，去其糟粕，结合我国的实际，建立起具有中国特色的现代管理的理论与方法，这是我国各级管理工作者和管理科学研究工作者的光荣任务。

为了使我国读者对国外现代管理的现状和发展有所了解，以资借鉴，我们组织翻译和出版这套《现代管理译丛》。这套译丛包括现代管理的理论、方法、手段及其具体应用。其中有些管理手段虽然不是新出现的，但近年来有新的发展，在理论上与实践上有较高水平。原著的作者多为各国著名学者，或在著名的高等院校任教。但由于条件和水平的限制，这里所选的不尽是国外最优秀的著作，译校工作也难免有不妥之处，希望读者提出宝贵意见，使之更臻完善。

本译丛适合于高等院校管理专业的教师、研究生及管理工作人员和研究人员阅读。

2462/40 02

译 序

网络计划方法是本世纪五十年代末期发展起来的一种有效的计划管理工具。这个方法出现以后，很快地在全世界得到推广，这种事实决不是偶然的。

首先，现代生产规模不断扩大，生产社会化水平向纵横两个方向深入发展；传统的计划管理工具——条形图，难以描述现代生产、开发与社会经济诸系统中成千上万个活动之间的错综复杂关系及其控制。网络计划方法就是适应这种情况而发展起来的。其次，网络这一工具形象地反映了生产、开发和社会经济发展规律的客观要求。现代社会可以认为是一个大型网络系统，网络结构直观而合乎逻辑，因此，它深受人们的欢迎。

网络计划方法最早由美国两个单位提出所谓计划评审法与关键路线法（PERT-CPM）。过去二十年内，网络计划方法在数学模型和模拟及其具体应用方面都有了很大的发展。六十年代末期出现图形评审法（GERT）。图形评审法是一种随机网络方法，最早是由美国兰德公司在为阿波罗计划研制自动检测仪时提出的。七十年代发展成排队图形评审法（Q-GERT）和排队图形评审分析程序，以及随机评审法（VERT）。

本书系统详细地论述了关键路线法与计划评审法，精辟、简洁地论述了图形评审法，并把网络计划的优化问题与运筹学的分析方法及模拟结合起来。

本书著者 S.E. 埃尔曼夫拉比，是美国著名的运筹学与工业管理的专家、教授。他于 1948 年取得机械工程学位，1955 年取得工业工程硕士学位，1958 年获得工业工程博士。他曾经发表过许多论文和著作，他曾和 Joseph J. Moder 博士主编出版了《运筹学手册》。

目前，我国正在经济管理领域中推广和应用网络计划方法，本书的翻译出版，对这个方法的进一步推广和应用将有所裨益。同时，对我国管理工作者和数学工作者，都富有启发意义。

前 言

自从关键路线法 (CPM) 与计划评审法 (PERT) 于1959年提出早期模型〔参看凯利 (Kelley)、沃克 (Walker) 和马尔科姆 (Malcolm) 等人著作〕以来, 工程计划与控制的理论经历了详尽探讨和重大发展。这种理论的重要领域和分析能力已经远远超过原来时间研究的许多重要课题, 例如最优计划的“压缩”, 资源的最优计划及其申请, 以及稀缺资源用量受限制的最优日程计划, 非肯定型计划的结构分析与综合。概念问题占有非常重要的地位, 即使方法有它们的起源, 但问题的求解方法已超越了工程计划与控制的范畴, 如果问题起源于方法, 也会促进方法的发展。通过本书, 读者会发现与其它研究领域中有共同思想, 特别是, 从运输到通信, 从公用事业研究到等待线分析, 都可以认为模型构造的主要问题是这里所处理的一种有向网络。

本书著者有三个目的: 第一, 通过网络模型 (称为活动网络) 提供工程计划与控制方面有关“技术”的统一和最新处理方法; 第二, 深入讨论常常要使用的有关运筹学模型的理论基础问题和运筹学的基本假设及其缺点; 第三, 提出若干尚未解决而需要努力研究的问题。

第一个目的是写给实际工作者阅读的, 他们可能是管理人员、顾问或工程师; 第二个目的是讨论课堂里所发生的讲授问题; 第三个目的是写给研究人员阅读的。

过去这一领域内所写的多数著作毫无例外地是写给实际工作者的, 忽略或几乎完全忽略后两类读者的需要。无疑, 这种态度是假设理论已经完善, 于是留待完成的所有问题是将其降低到外行理解的“基本解释水平”, 这就非常类似于半导体理论和激光技术。这些假设大都认为是当然的。实际上, 在学习杂志和研究专著中也不大知道最近的发展。本书叙述方法不只是一是要向管理人员解释许多已有的基本术语, 而且要使管理人员注意他们所掌握的工具还隐藏着不完善性, 使他们慎重地、创造性地使用这些工具。同时要严格地验证理论。

然而, 现代活动网络水平的发展并不满足于枯燥地详细叙述现在“经典的”关键路线法与计划评审法的计算过程。必须记住肖伯纳 (George Bernard Shaw) 的一句名言, 一篇小说报导男主角死去后, 女主角就改嫁, “可是, 这正是实际故事刚开始的时候”。活动网络的“实际故事”事实上是在关键路线法与计划评审法中几个时间研究解决以后才开始的。

值此之际, 记载这一领域的发展史对其现状也许是有益的。

为了实行管理控制, 对相互作用的活动的研究并不是最近时期才开始的。无疑, 自古以来, 大型工程计划的控制问题必须面向很多计划领导人员, 他们把才干和努力集中在我们所谓的“计划” (现代用语) 的实施。但是, 将这种实践表述为网络模型结构是到二十世纪中期凯利关于关键路线法的著作, 以及马尔科姆、罗斯布姆 (Roseboom)、克拉克 (Clark) 和法扎尔 (Fazar) 关于计划评审法的著作出来后才出现的。自从有了这两篇最早的报告及其早期应用所取得的卓越成就以后, 人们似乎发现了计划[⊖]在国民经济中所起的重要作用。咨询

⊖ 计划 (Project, 也可译为单项工程) 这一词对于不同的人有不同的含意。这里是指性质上 (多少) 是同一类的大、中规模任务, 在整个计划延续时间内需要专门人才和消耗资源。若使用对比说法, 最好理解为目标的同一性, 则我们可以将计划这一概念对照长期重复同一产品的装配线生产过程。

韦氏第三版国际新词典, 将计划 (Project) 这一词定义为: (1) 特殊计划或设计; (2) 计划任务; (3) 政府资助与拨款的大型项目。词典还指出: 方言上使用“Project”这一词的含义是无特定目的的瞎跑; 无目的地东奔西跑。

人员掘起，每个地方都有人请教有关管理的“新技术”问题；美国政府（特别是国防部）采用这种模型作为向政府承包投标的标准条件，非常有趣的是，建议采用的模型要由运筹学学会提出；并且在文字上出现许多报告、书本、小册子和其它出版物。经过十六年，整个活动的成果已经形成了修改原概念的知识实体。

上述知识实体组成本书的主要内容。

反复说明一下，许多工程项目的“计划与控制”远远发生在工程项目存在以前，也可以运用本书论述的体系。实际上，我们必须记住下列事实。合同投标的先行活动、财务保证、分包协商、劳动力、工程和其它承包协议、组织结构以及许多其他条件（例如商定条件或工程项目“存在”的实施条件），的确预先已确定了计划的未来发展。

可惜，本书稿只讨论整个问题的一部分，也许是一小部分。原因并不是我们不注意计划与控制功能的真正性质，而是问题庞大远远超过了论题的范围。

本书读者，包括专门从事活动网络基本理论研究的人们，其中包括在运筹学、管理科学、企业管理定量方法和工业工程课程方面具有高年级大学生和研究生水平的学生，还包括政府和工业中的运筹学者、管理咨询人员以及技术设计与（或）技术部门经过训练的管理人员。

性质上正和论文一样，阐述水平必然是不相等的。分析工具已经完善（例如线性规划模型）的问题，其处理方法完全不同于待研究的问题。在前一种情况下，我的兴趣在于使读者熟悉最精确的方法，并引进某些高深概念。相反，在后一种情况下，理论还未建立，因此我的兴趣在于将问题提请研究人员注意。只有通过剧情“脚本”的描述才能完成，而剧情往往是平凡的，并且可以用简短的散文描写。

在叙述水平方面，我并没有逃脱出这种差异，所以看来本书大部分是行动的理想教程，适用于具有最低基础知识的读者。其中少部分是专门写给某些读者选读的，专门部分在其开头加注了星号。因此，凡具有初级运筹学，线性规划和普通大学高年级关于概率、统计学与微积分基础知识的读者应该能看懂本书的85%，剩下15%可能需要具有运筹学方法的高深知识（特别是非线性规划和随机过程）。

对严格要求的读者，应该把每章末尾的问题看成是叙述的总结部分。由于书稿篇幅的限制，不适合在教材中提出的概念就放到上述问题中处理。在某些情况下，有的问题可以概括成最新的研究成果，但由于时间关系，不可能编入本教材内。

本书是著者过去八年关于这一学科讲课笔记的产物，约有20%的材料超出一个学期45个授课学时所应涉及的内容。这点留给指导教师作为机动，若着重讨论某些课题而抛弃另一些内容，在一个学期内仍有足够讨论的材料。本书稿在过去几年定稿时，我就是这样做的，我发现这样做也有助于使指导教师几年后继续研究这一课题的兴趣。

本书内容分成两大类：肯定型（讨论肯定型活动网络）和非肯定型（讨论非肯定型活动网络）。前者来源于关键路线法，后者来源于计划评审法模型。

第一章介绍符号和用语，并叙述关键路线法和计划评审法两个基本模型。该章末尾讨论有关计划类活动的管理费用计算问题——对管理人员来说是个主要的和极为重要的问题，但有关这一问题的其他书籍很少涉及〔正式讨论成本的书籍除外，例如诺维克（Novick）1965年的著作〕。

第二、三章比较深入地研究肯定型活动网络。第二章讨论计划延续时间的最优缩短问题（所谓“计划压缩”问题）。这是个综合问题（和第一章所处理的分析问题相反），其中提出

下列问题：如果我们想把计划总延续时间从“正常”延续时间缩短到“指定时间”，那么为了达到预期目的，各个活动时间的最经济缩短办法是什么？根据各个活动的费用-时间函数的种种假设（例如线性函数、凸函数、凹函数）提出本章新叙述的种种特殊方法。

第三章进一步讨论稀缺资源计划的重要课题。这是计划期内资源采购和利用的基本管理问题。根据不同的条件提出各种方法。

第一章第三节介绍非肯定型活动网络，在第四章中再讨论其思路，并深入分析计划评审法模型的假设与推导。这里，读者会遇到这些假设和简化对所得结果的影响的惊人事实，例如按规定时间完成一组任务的概率是计划评审法早期最重要要求之一。

第五章超出“经典”PERT模型，而将非肯定模型扩大成广义活动网络（GAN）、图形评审法（GERT）以及其各种模拟语言（一般用GERTS表示）。这些最近的研究成果具有构造决策状态模型的能力，其中包括非肯定型分支状态模型——它是各种模型至今讨论的一个基本假设。这些模型的利用超出活动网络领域，而进入随机系统的一般学科，这可能是这些模型的由来。

总之，每一课题的讨论都是从简单到复杂；从肯定型到非肯定型；从分析到综合；从关键路线法到计划评审法，再到广义活动网络。这种叙述方式有助于理解问题的历史发展，还有助于使读者提问：逻辑步骤或以后的步骤是什么？

前几年，在本书稿定稿过程中得到朋友们和各个学会的帮助，谨致谢意。感谢凯索里克大学教授韦利·赫罗伊利（Willy. Herroelen），佛罗里达州大学的迈阿密（Miami）莱弗（Leuven）、贝尔基姆（Belgium）和约瑟夫 J. 莫德（Joseph J. Moder）审阅全部书稿并提出有价值的意见。还感谢两位评论家（我并不认识他们），评价本书稿的原版本。他们的意见促使我对原版本进行修改后付印。对我的朋友亨利 L.W. 纳特尔（Henry L.W. Nuttle）教授和我的学生 A.A. 埃利玛（A.A. Eliman）和萨布汉桑利（Subhasharin）表示谢意，感谢他们提供许多帮助和建议。我还感谢利连·反密尔顿（Lilian Hamilton）小姐为打印本书稿中充满望而生畏的公式所付出的耐心和精力。最后，感谢几年来在本书内容研究方面对我支持的单位、军事研究局、海军研究局和国家科学基金委员会。

S. E. 埃尔曼夫拉比

1977年3月于北卡罗来纳州雷利城

符 号

$\triangleq$	定义为	$\times$	笛卡尔乘积
$\forall$	全部	$\times$	普通乘号
$\{ \}$	大括号内包括的集合	$\Rightarrow$	隐涵或得出
$<$	优先	$\leftrightarrow$	对应
$\equiv$	恒等	$\mathcal{E}$	数学期望

缩 写

A-on-A	箭头式活动模式	GERTS	GERT模拟语言
A-on-N	节点式活动模式	IBM	国际商业机器公司
$\mathcal{A}(i)$	由 i 连通的节点集合 (即发生在 i 后)	iff	要且只要
ALB	装配线平衡	ILP	整数线性规划
AN	活动网络	Incl.-or	或
BB	分支定界	ITP	区间转移概率
$\mathcal{B}(i)$	到 i 连通的节点集合 (即直接发生在 i 前)	$\mathcal{L}.b.$	下限
CA	关键活动	LOB	平衡线
CDF	累积分布函数	LP	线性规划
CP	关键路线	$\mathcal{L}.s.$	左端
CPM	关键路线法	LSS	最迟开始日程计划
CS	准备费用	$\mathcal{L}_z$	z -变换
CSN	当前检查节点	PAN	非肯定型 (或概率型) 活动网络
CV	可变费用	PDF	概率分布函数
CVT	控制变量	PERT	计划评审法
DAN	肯定型活动网络	$\mathcal{P}_j$	优先于节点 j 的活动集合 (箭头式活动模式)
DB	决策箱	PPBS	计划、规划和预算系统
DF	分布函数或密度函数	Pr(.)	事件的概率
DP	动态规划	PS	参数集合
Eq.(.)	方程号(.)	RV	随机变量
ESS	最早开始日程计划	r.s.	右端
EST	最早开始时间	SFG	信号流图
Excl.-or	异	SMP	半马尔科夫过程
FT	函数类型	s.t.	使得
G/A	一般行政管理费用	u.b.	上限
GAN	广义活动网络	UIF(.)	未删去的直接后继活动(.)
GERT	图形评审法	Var(.)	方差(.)

目 录

符号

缩写

第一章 基本模型：结构与术语	1
第二章 肯定型活动网络的时间-费用模型	37
第三章 有限资源的工程计划模型	89
第四章 非肯定型活动网络：PERT 模型的关键估计与扩大	145
第五章 广义活动网络 (GAN)	202
参考文献	263

第一章 基本模型：结构与术语

§ 1 表示法	2
§ 1.1 模式 1：箭头式活动表示法	3
§ 1.2 模式 2：节点式活动表示法	5
§ 1.3 表示法的若干说明	6
§ 1.4 邻接矩阵的相容性检验	7
§ 2 时间研究	12
§ 2.1 肯定型活动时间	12
§ 2.2 非肯定型活动时间	18
§ 3 成本研究	21
§ 3.1 方法	21
§ 3.2 关键估计	22
§ 3.3 计划控制组织	25
附录 A 有向图和线有向图	25
问题	27
参考书作者及著作时间	35

在本书中,我们认为一个工程计划是许多活动 $\ominus$ 和事件的实体。凡是消耗时间和资源的任何一项任务就是一个活动(虽然为了方便,有时把它说成不消耗任何时间和资源的虚活动或伪活动)。活动举例,如产品从一个位置搬运到另一个位置;稳定系统的设计,一个建筑物基础的施工;等等。事件是指时间上完全确定的发生项目,如货物接收、设计完成和试运转成功等等。

这里,在我们所讨论的模型中,优先次序这一概念也许应居于头等重要的地位,优先次序自然是由于技术和其它考虑而发生的。用网络模型表示这方面的问题,使活动网络(ANS)区别于条形图与其它变型活动进度计划所建立的模型 $\ominus$ 。

活动网络的精确定义如下:设 a 表示一个活动。因为 a 发生在整个时间内,所以它有延续时间,用 $y_a \geq 0$ 表示(只有虚活动 $y_a = 0$)。历来的说法,关键路线法(CPM)的模型假定延续时间 $\{y_a\}$ 肯定为已知,而计划评审法(PERT)的模型假定一些(或全部)延续时间只是概率意义上为已知。下面在本书中我们将看到这一特征已经向若干方向扩大,并且已扩展成几个重要的新方法。我们发现抛弃关键路线法和计划评审法(CPM-PERT)范畴,而保留肯定型和非肯定型模型两个分支,并把它们叫作肯定型活动网络(DAN₊)和非肯定型活动网络(PAN₋),将更为方便更为精确。

此外,每一活动都要消耗某些资源:(a)财务资源;(b)劳动力、工程和管理技术人员;(c)机器和设备;(d)自然资源(能源、土地、水、材料等等)。给出活动、事件、延续时间和优先关系这样一些实体(我们把资源处理纳入第三章)后,我们在这一章所讨论的内容按下列方式进行。本节叙述构造活动网络模型的方法,第2节叙述有关活动日程计划的时间研究。这里,在讨论非肯定型活动网络(PAN₋)时,限于叙述计划评审法(PERT)模型的创始人原来提出的方法。在第四章、第五章修改这种观点,但暂时服从两种重要功能:第一,使读者熟习“经典”模型,在其它学科的教科书中通常也要叙述这一经典模型;第二,它是计划评审法(PERT)模型关键分析的基础(第四章),也是评价和叙述非肯定型活动网络的精确模型(例如第五章所讲的广义活动网络(GAN)和图形评审法(GERT))的基础。最后,由于这是非常重要的,我们在第3节中讨论计划管理中的财务和会计控制问题。本章结尾附录中叙述活动网络所采用的网络模型的理论基础。

§1 表示法

我们已经谈到,采用活动网络构造计划模型的最突出的方面也许是优先次序模型。我们在讨论本章内容以前,对优先次序这一概念 $\ominus$ 附加两点说明:

1. 优先次序主要有二元关系:一个活动 a 优先于另一活动 b ,我们写成 $a < b$,意即 a 在 b 开始前必须完成;或者活动集合 A 优先于另一活动集合 B ,也写成 $A < B$,在这种情况下任一集合的活动内部次序无关紧要。但是在 A 中的全部活动完成以前, B 中的活动不能

$\ominus$ activity这一词可译成活动、作业、工作等等,本书译文采用“活动”这一词。——译者

$\ominus$ 在网络出现以前,活动计划的进度计划最常用的直观方法是条形图及其变型。参看Clark著作(1954年)。

$\ominus$ 优先次序这一概念是活动网络的重要特征,它已经运用于生产管理。最显著的例子是所谓平衡线(LOB)方法,参看理查森Richardson、Butter和Coup(1972年),Turban(1968年)和Wilson(1964年)的著作和本章末尾的问题27。

开始。当然，我们可以将集合之间的二元关系按下列方式变换成集合元素之间的二元关系。设 l_A 表示集合 A 中最后完成的活动，并设 f_B 表示集合 B 的活动中最先排列的活动。那么这个条件 $A < B$ 等价于 $l_A < f_B$ 。

2. 优先次序有一种传递关系：换言之，若 $a < b$ 和 $b < c$ ，则 $a < c$ 。这个性质在网络结构中起着重要作用。

以下我们将详细叙述这样的结构。

用上述元素表示计划有两种可行模式：a) 箭头式活动表示法；b) 节点式活动表示法。

§ 1.1 模式1：箭头式活动表示法

一个活动用一个箭头表示，而一个事件用一个节点表示。每一支路^①都有一个箭头由支路的一个端节点指向另一端节点。因此，表示法的一般元素是一个有向支路，如图 1.1 所示。箭尾的事件（节点）表示活动的开始，而箭尖的事件（节点）表示活动的结束。活动 a 优先于某一其它活动 b （或 b 继 a 之后）即表示 a 的支路的终止节点与表示 b 的支路的开始节点（或表示继 a 之后但优先于 b 的一个活动的另一支路的开始节点）一致。

这种表示法的结果是一个有向图，即所谓活动网络（AN）（参看图 1.2），其中例如： $a < \{c, d\}$ ； $\{d, i\} < l$ ； $\{f, g\} < \{i, j, k\}$ ，等等。这样的网络具有下列特征：

1. 节点编号要使每一箭头由一个小号码指向一个大号码，在没有反馈活动（即计划状态或部分计划返回到先行事件的活动的计划中，通常是可以做到这点的。我们假设是这种情形，只有在第五章中不作这样的假设。

实际上，在第一到第四各章中，我们保持上述编号方式，只有在实际上很不方便时才放弃这种方式。例如，新活动连续地加入计划，且老活动重新编号变得不可行。在这种情形下就要特别注意避免出现环路（即出现循环）——参看第 1.4 节。

这样一种编号方式的直接结果是：网络的邻接矩阵通常是对角线为零的上三角形矩阵。这个邻接矩阵是一个 $n \times n$ 阶矩阵，这里 n 是网络的节点数，且若一个箭头由节点 i 流入节点 j ，则元素 (ij) 的数字为 +1，否则为 0。因此，邻接矩阵是一个布尔 (Boolean) 矩阵。这样的矩阵是网络结构的一种简便表示法，特别是对于计算机计算是

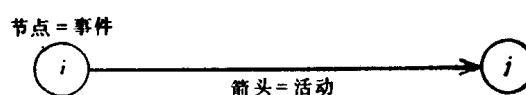


图 1.1 活动网络的一般元素

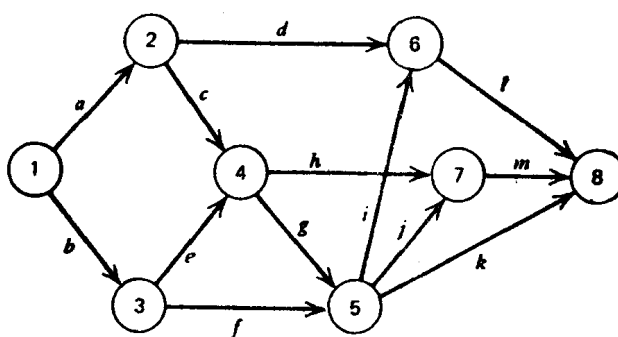


图 1.2 活动网络举例（箭头式活动表示法）

① 我们使用“支路”这一词表示带两个端节点的箭头，“箭头”是没有端节点的支路。

如此。图 1.2 网络的邻接矩阵如图 1.3 所示。

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1					
2				1		1		
3				1	1			
4					1		1	
5						1	1	1
6								1
7								1
8								

图1.3 图1.2网络的邻接矩阵

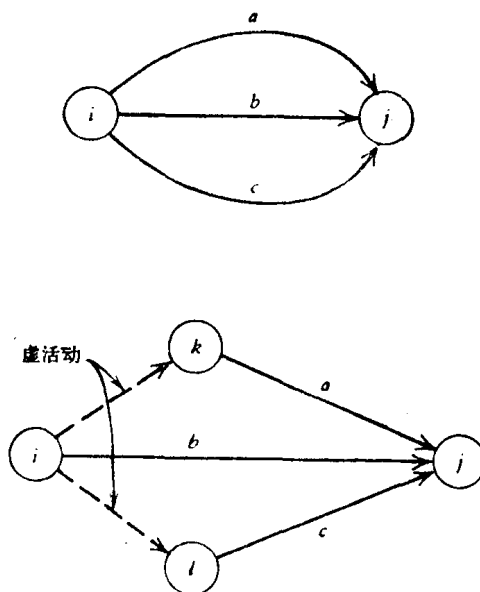


图1.4 保持活动设计唯一性的表示法

2. 除开**初始节点**（节点1）和**终止节点**（节点 n ）以外，每个节点（事件）至少必须有一个流入该节点的箭头，并必须有一个从该节点流出的箭头。前者（初始节点）只有由该节点流出的箭头，而后者（终止节点）只有流入该节点的箭头。

为了用计算机计算起见，用其端节点表示一个活动。因此，任何两个节点至多可用一个箭头连通。我们能以下两种方法之一满足这个限制条件：（a）如果几个活动在两个节点之间必须同时发生（即平行发生），则可以将它们组合成一个整体活动，或者（b）使用**虚活动**（延续时间为零，资源消耗为零）和**虚事件**，如图 1.4 所示。顺便提一句，这是第一种情形（共三种情形），用这种表示模式必然使用虚活动和虚事件。必须注意，每一有向图的邻接矩阵是一个上三角形的布尔方阵（数字为 0 和 1），其对角线为零。相反，满足任何两列（或两行）恒等或正交这一条件的任一个这样的矩阵就是下述节点式活动表示法的有向图的邻接矩阵。这一条件的证明见附录 A。

3. 就结构来说，网络不允许有循环，否则围绕着循环探索后，我们根据优先次序的传递性质会得出结论，一个任务必须优先于它本身，那是不可能的。换句话说，在任何初始节点到终止节点的前进路线上（即箭头方向），路线上的每个节点出现一次，且只出现一次。

现在，我们强加一个限制条件，即每一网络必须有一个且只有一个初始节点，并必须有一个且只有一个终止节点。我们可以添加一个虚事件（即节点）1 来满足这个条件，并用虚活动将该节点和网络中没有先行活动的全部节点连通，添加虚事件（节点 n ），用虚活动将它与网络中没有后续活动的所有节点连通（这就是虚活动和虚事件的第二个用途）。

根据上述结构，我们可以说，网络的每一节点（事件）至少有一条路线和初始节点连通，并至少有一条路线和终止节点连通。

4. 因为优先关系可以传递，所以一条路线的每个节点（事件）在实现以前必须完成其所有先行活动（并实现所有先行事件）。事实上，我们用这样一个条件作为“节点实现”的定义。

由于箭头的这种严格的逻辑解释，在绘制网络时必须充分注意，以免将优先关系再添入（或忽略）工程计划的初始说明。例如，考虑四项活动 a 、 b 、 c 和 d ，优先关系如下：

$$a < c, b < c, b < d$$

乍一看来，我们能设计这个网络，如图 1.5 a)。但是，经过仔细研究后就会发现，这种表示法还意味着没有规定 $a < b$ 。正确的表示法如图 1.5 b)，其中 x 是虚活动，其延续时间为零（这是虚活动的第三种用途的举例）。

§ 1.2 模式 2：节点式活动表示法

一个活动用一个节点表示，两个活动之间的优先关系用有向箭头表示，箭头的方向说明优先次序。在这种表示模式中，我们可以认为“事件”是用箭头表示的，就某种意义来讲，一个节点“移动”到另一节点上只有在前一任务完成之后才能发生。这种完成状态定义为事件。

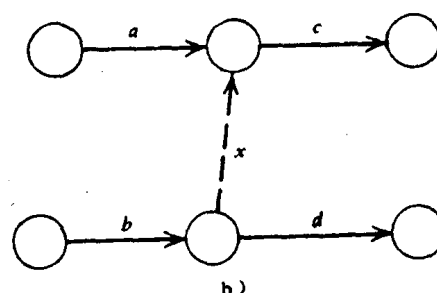
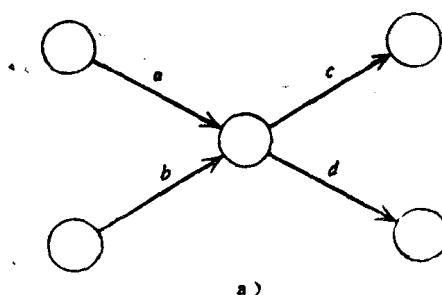


图1.5 保持逻辑关系为 $a, b < c, b < d$ 的表示法

图 1.2 所示小型工程计划的节点式活动表示法如图 1.6，对应的邻接矩阵如图 1.7。必须注意，若工程计划有 A 个活动，则这种表示模式的邻接矩阵为 $A \times A$ 矩阵，若活动 u 优先于活动 v ，其数值为 $+1$ ，否则为 0 （因此，实行活动的合理编号后，则矩阵为上三角形矩阵）。

这种表示模式的显著特点是不需要虚活动，唯一例外是这种网络只有一个初始节点和一个终止节点才遵守这一要求。例如，在图 1.6 中我们添加节点 s 和 t ，以及虚事件 (s, a) ， (s, b) ， (l, t) ， (m, t) 和 (k, t) 来达到预期目标。

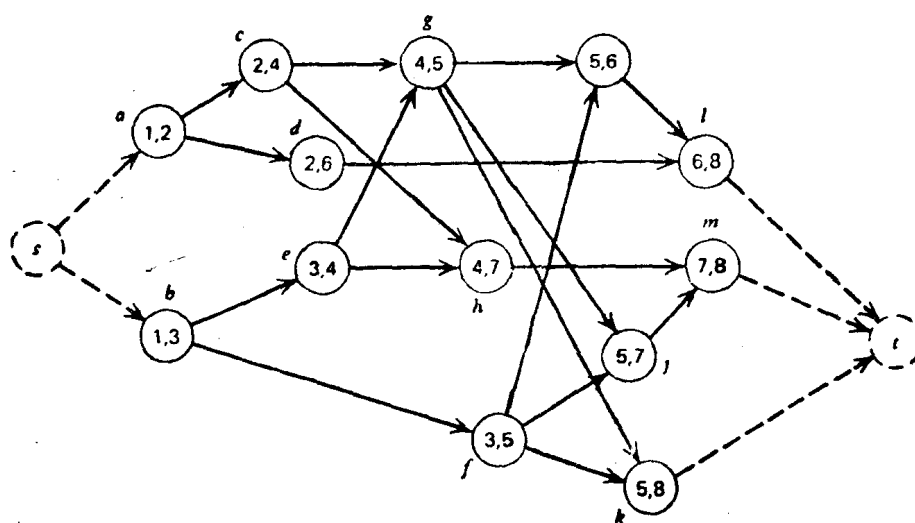


图1.6 图1.2所示工程计划的节点式活动表示法

读者会注意到, 上述两种表示模式在某种意义上彼此“对偶”。事实上, 上述两种表示模式之间有着紧密关系, 从抽象观点严密考察, 两种表示模式就是两种箭头图。这点参看附录A。

§ 1.3 表示法的若干说明

到目前为止, 我们讨论过活动网络的两种图形表示模式, 即箭头式活动和节点式活动模式。很奇怪, 在建筑行业中这两种模式分别称为**箭头图**和**优先次序图**。这两个术语互相混淆并难以区分, 因为两者都有箭头, 两者都表示优先次序, 但是这种诡辩的说法是“行业”语言。

除开这种混乱的行话以外, 必须注意这两种原始网络图模式在工业中有很多变型。这些变型大多数是加上多种颜色的**条形图**, 或**节点与箭头图**, 使用这种精细设计的形象手法, 有助于在极短时间内“察看整个图形”。若干咨询公司提供专用(专利)计算机代码, 以便生成符合特殊用户和特定用途的报告和图形。在本书写作时, 据说工业管理咨询的优秀部门致力于改善工程计划的直观表示法和综合进度计划报告。这些努力很受欢迎, 因为他们有利于实际工作人员接受活动网络理论——如果理论上有效, 则这是最基本的步骤。我们不可能过份强调这项重要任务, 我们要求读者充分注意以最适合于用户的方式表达其分析结果, 因为在具体执行中可能有成功和失败的差别。

为了说明这一点以及或许有助于我们理解, 考虑在建筑工业的实际环境中所发生的下列情形[Ponce-Campos[⊖]和Kedia 的著作(1976年)]。

在分析活动网络时, 经常看到, 两个或几个活动可能在时间上“重迭”, 意思即它们同时执行。现在, 假定将某一新元素引入图形如下: 我们想限制两个活动 u 和 v 之间的重迭范围, 同时确定以下一个或几个“滞后时间”: (a) 开始对开始的滞后时间(SS-滞后时间); (b) 完成对完成的滞后时间(FF-滞后时间); (c) 开始对完成的滞后时间(SF-滞后时间), 或完成对开始的滞后时间(FS-滞后时间); (d) 开始对开始和完成对完成的滞后时间(SS/FF-滞后时间)。第一个限制, 即开始对开始滞后时间, 规定 u 的开始和 v 的开始之间应该错开的最短时间; 此后, 两个活动在任何时间都可以重迭。这种情形画成条形图, 如图1.8(a)[⊖]。自然, 在一个建筑工程计划中可能出现这种情形, 比如说活动 u 表示基础的混凝土浇灌, 活动 v 表示各种构件的架设, 开始对开始滞后时间表示风干基础第一部分必须错开的最小时间。第二个限制, 即完成对完成滞后时间规定在 u 的完成和 v 的完成之间应错开

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
s	1													
a		1												
b														
c			1	1										
d														
e					1	1								
f							1	1						
g									1	1	1			
h														
i												1		
j													1	
k														1
l														
m														1

图1.7 图1.6所示网络的邻接矩阵

⊖ 为了便于读者查阅书后的参考文献, 这类人名不译成中文。——译者

⊖ 在图1.8(a)~(c)中, 在每个图上我们标明规定的滞后时间(例如(a)中的开始对开始的滞后时间和(b)中的完成对完成的滞后时间等)以及实际滞后时间L(如开始对开始的滞后时间限制的 L_{ss} 和完成对完成的滞后时间限制的 L_{ff})。在这些图上还注明某些附加数据, 如重迭时间, 活动 u 和 v 的开始和(或)完成时间, 以及滞后时间限制对活动 v 的最早开始和(或)完成时间的影响。

的最短时间；这两个活动有时可以重迭。这种情形画成条形图，如图 1.8(b)。后三个限制，即开始对完成、完成对开始以及开始对开始和完成对完成的滞后时间也可以分别画成条形图，如图 1.8(c)~(e)。在实际中出现这些情形的解释和描述留给读者作为一个练习。

表示法问题只说明两种标准表示模式（即箭头式活动和节点式活动表示法），显然完全能适应附加限制条件，但是遵守标准模式所付出的代价是大大地增加活动的个数，损伤各个活动的个性，以及出现非常复杂的网络。以上三个特性完全不符合管理要求。能不能设计出一种图形表示模式，表示出附加限制，而不付出上述代价？必须注意，这个问题涉及数据的直观表示法，而不涉及其分析。

在回答这个问题以前，我们想论证上述说明，即表示法的标准模式的确能适应这些附加限制。我们采用节点式活动表示模式，在图 1.8 中“条形图”下边有每一条件的网络表示法。我们下面说明关于条件 c（即开始对完成滞后时间）的分析。

显然，我们必须区分四个子活动，即 u 和 v 重迭的两部分，每个活动不重迭的一部分。因此，自然可以定义四个子活动： u_1 、 u_2 、 v_1 和 v_2 ，其中 u_2 和 v_1 为（可能）重迭的子活动。优先次序如图 1.8(c) 所示，这里 u_1 必须优先于 u_2 ， v_1 必须优先于 v_2 。而且 v_1 和 u_2 是唯一可以同时进行的两个子活动，所以我们必须使 u_1 优先于 v_1 和 u_2 优先于 v_2 。现在我们考虑各个子活动的延续时间，并记住必须为 y_u 、 y_v 和开始对完成滞后时间的任意值导出表达式。稍加考虑就可以看出只有四种可能情形（如图 1.9 所示），情形(a)~(c)有两个活动可以重迭（必须记住开始对完成滞后时间限定 v 的最早完成与 u 的开始有关），而情形(d)不可能有两个活动重迭。而且，最好是把情形(a)解释为交换活动 u 和 v 的完成对开始滞后时间条件，以免在随后表达式中出现负延续时间。我们假定进一步分析开始对完成滞后时间是这种情形，并忽略情形(a)。

各个子活动时间的表达式及条形图上表示出各个子活动的部分，如图 1.9(及图 1.8(c)) 所示。读者应该确信，有规定延续时间的节点式活动表示法，的确考虑了开始对完成滞后时间所强加的限制条件。

本章末尾问题 20 提出绘制其它限制条件的图形和验证其表示法的精确性问题。

我们满足于节点式活动表示模式能适应滞后时间的限制条件后，再来讨论另一个没有上述缺点的表示法问题（第 1.3 节）。保留基本节点式活动表示模式的简洁性，但添加必要符号表示各种滞后时间，就构造出一种可能模型。这种符号如图 1.10 所示。可能还有其它符号，选择方式取决于鉴赏力及绘图技巧的高级程度。但是，无论选择哪一种符号，都要求不增加活动个数，活动时间仍然保留其原值，最后的活动网络（或条形图）不致于更复杂。为了使用图形表示法，而且只为了这一目的，已经发明了一种新“语言”来保持原来的简洁形式。当然，为了分析起见，不可避免地出现强加附加条件所造成的复杂性。但是，这种分析属于专业人员的工作范围，对他们来说图形表示法是次要的。

§ 1.4 邻接矩阵的相容性检验*

在研究大规模活动网络时，一个重要的实际问题在于查明整个（可能很大）网络的优先关系的相容性。主要必须查明，邻接矩阵规定的优先关系不致因优先关系的传递特性而得出一个活动 a 优先于本身的结论。

最明显的直接方法是使用第一节 1 中所提出的编号方法，即节点（事件）的编号要使每

* 本书中凡有 * 符号的各节，初学者可略去不读。