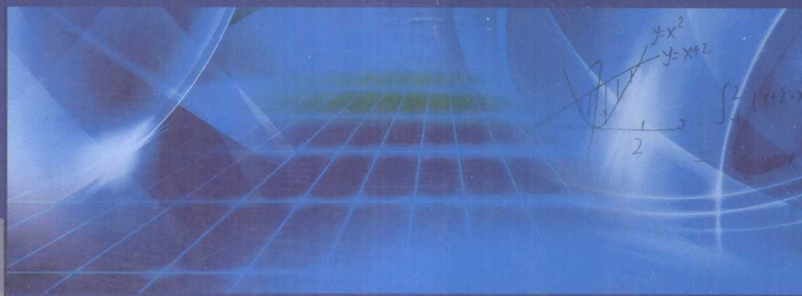
高职高专基础课程规划教材

高等应用数学解析与实训



◎主 编　胡桂萍　左静贤　赵彦艳

GAODENG YINGYONG SHUXUE
JIEXI YU SHIXUN

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高职高专基础课程规划教材

高等应用数学解析与实训

主　编　胡桂萍　左静贤　赵彦艳
副主编　白　健　倪　文　温　静

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书是与北京理工大学出版社出版的《高等应用数学》(胡桂萍、白健主编)配套的实训教材,系根据教育部提出的"培养高端技能型专门人才"的最新培养目标,结合编者多年的高职数学教学实践和课改成果编写而成,全书共8章,按照《高等应用数学》的章节顺序编排,主要内容包括:空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、二重积分、曲线积分、常微分方程、无穷级数、三角级数和傅里叶变换、拉普拉斯变换. 每节均由知识点归纳与解析、题型分析与举例、实训三部分组成;实训部分分为基础知识实训、基本能力实训、能力提高与应用实训三部分,突出基础性和应用性.

本书可作为高职高专院校大学一年级下学期高等数学课程的实训用书,适合理工类各专业使用,也可供经管类专业学生参考.

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学解析与实训/胡桂萍,左静贤,赵彦艳主编. —北京:北京理工大学出版社,2015. 2
ISBN 978-7-5682-0127-8

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①胡… ②左… ③赵… Ⅲ. ①应用数学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第005219号

出版发行 /北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 /北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 /100081
电　　话 /(010)68914775(总编室)
　　　　　82562903(教材售后服务热线)
　　　　　68948351(其他图书服务热线)
网　　址 /http://www.bitpress.com.cn
经　　销 /全国各地新华书店
印　　刷 /三河市天利华印刷装订有限公司
开　　本 /787毫米×1092毫米 1/16
印　　张 /9.25
字　　数 /213千字
版　　次 /2015年2月第1版 2015年2月第1次印刷
定　　价 /23.00元

责任编辑 /张慧峰
文案编辑 /张慧峰
责任校对 /孟祥敬
责任印制 /马振武

前　言

《高等应用数学解析与实训》是与北京理工大学出版社出版的《高等应用数学》（胡桂萍、白健主编）配套的实训教材.《高等应用数学》紧扣高职高专院校的培养目标，注重对数学思想与方法的渗透，强调数学知识的应用，与高职高专教育培养生产、建设、管理、服务的高端技能型专门人才的需要相吻合，是作者认真总结多年的高职数学教学经验和课程改革成果编写而成的，能较好地满足高职高专院校数学教学的需求.

本书根据《高等应用数学》的内容，每节设计了知识点归纳与解析、题型分析与举例以及实训三个板块.在编写过程中，充分考虑专业实际和发展需求，通过对教材中的基本概念、基本知识进行归纳和解析，着眼于基础知识的强化，突出解题思路和方法的指导，对解题步骤和思路进行适当的解析，使读者易于掌握解题思路，并提高其分析问题和解决问题的能力.

(1) 在“知识点归纳与解析”部分，通过对每节教材中所涉及的基本概念、基本理论进行简要的归纳、提炼与解析，并指出对重要概念和定理在学习中所要注意的问题，帮助学生把握知识重点、理解知识间的内在联系.

(2) 在“题型分析与举例”部分，对典型例题的选取力求深浅适度，既有易错、易混淆的概念题和计算题等基本题，也有较难题；强调知识覆盖面，无论从题型、题量，还是从难易程度等方面都能恰到好处地反映高职高专院校数学课程教学的基本要求；通过对例题的分析，让读者了解更多的解题思路，从而提高分析问题、解决问题的能力.

(3) 在“实训”部分，大部分都编排了三个层次的实训，分别是基础知识实训、基本能力实训、能力提高与应用实训.通过基础知识实训，能帮助学生系统掌握基本知识、理解基本原理；通过基本能力实训，可以使学生掌握基本知识和基本原理的应用，进一步提高数学思维；通过能力提高与应用实训，理论联系实际，在提高数学水平的同时，使数学更好地与专业课相结合.逐层递进的三部分实训，不仅能逐步培养学生获取知识和提高思维的能力，同时也能实现后续教学和学生的可持续发展（继续教育).

全书由河北建材职业技术学院白健、胡桂萍规划设计，由胡桂萍、左静贤、赵彦艳任主编，白健、倪文、温静任副主编，左静贤和胡桂萍统稿并定稿.写作分工如下：第1章由赵彦艳编写，第2、4章由胡桂萍编写，第3章由温静编写，第5章由倪文编写，第6、8章由白健编写，第7章由左静贤编写.

在本书编写过程中，河北省教学名师朱玉春教授给予了热心的指导，北京理工大学出版社给予了大力支持和帮助，专业课教学专家张秀娟、胡尚杰、都小菊、王晓薇、王宙、张淑欣、宁秀君等对教材规划提出了宝贵的建议和建议，在此对他们表示诚挚的谢意.

限于作者水平有限，书中不足之处在所难免，敬请读者批评指正.

编　者

目　　录

第 1 章　空间解析几何与向量代数

1.1　空间直角坐标系

1.1.1　知识点归纳与解析

本节主要内容是空间直角坐标系的相关概念. 要求了解空间直角坐标系的概念,会判断空间上点的位置,熟练掌握空间两点间的距离公式.

1. 空间直角坐标系是本章最基本的概念,要理解透彻,可结合平面直角坐标系的概念来理解. 明确空间直角坐标系的构成要素——1 个原点、3 个坐标轴、3 个坐标面、8 个卦限等.

2. 要能够准确判断点在空间直角坐标系中的位置,包括坐标原点、各坐标轴上的点、各坐标面上点以及各卦限上的点.

3. 熟练掌握空间两点间距离公式及其应用. 该公式是本章的重点之一,用处很多.

1.1.2　题型分析与举例

1. 空间上点的位置.

例 1　总结各卦限点坐标的特点.

分析　第Ⅰ卦限$(+,+,+)$、第Ⅱ卦限$(-,+,+)$、第Ⅲ卦限$(-,-,+)$、第Ⅳ卦限$(+,-,+)$、第Ⅴ卦限$(+,+,-)$、第Ⅵ卦限$(-,+,-)$、第Ⅶ卦限$(-,-,-)$、第Ⅷ卦限$(+,-,-)$.

2. 空间两点间距离公式的应用.

例 2　已知空间上三点 $A(1,-2,11)$、$B(4,2,3)$、$C(6,-1,4)$,试判断三角形 ABC 的形状.

分析　此类问题都有一定的特殊性,或者是直角三角形或者是等腰三角形或者是等边三角形,只要计算出三边的长度即可,因此是空间两点间距离公式的应用.

解　$|AB|^2=(4-1)^2+(2+2)^2+(3-11)^2=89$, $|AC|^2=(6-1)^2+(-1+2)^2+(4-11)^2=75$,

$|BC|^2=(6-4)^2+(-1-2)^2+(4-3)^2=14$,

由于$|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$,所以该三角形为直角三角形.

1.1.3　实训

实训 1　基础知识实训

实训目的　熟悉空间直角坐标系的概念、空间点的坐标以及空间两点间的距离公式.

实训准备　平面直角坐标系和空间直角坐标系的相关概念;空间两点间的距离公式.

实训内容

1. 试画出平面直角坐标系和空间直角坐标系,并指出其构成要素.

2. 指出空间上下列各点位置的特殊性：

(1)$(-1,0,0)$； (2)$(0,5,0)$； (3)$(0,0,-5)$； (4)$(0,1,2)$； (5)$(2,2,0)$； (6)$(-1,0,2)$.

3. 指出下列各点在第几卦限：

(1)$(1,-2,1)$； (2)$(1,-2,-1)$； (3)$(-1,2,1)$； (4)$(-1,-2,-1)$.

4. 设点 $A(1,2,3)$，$B(-1,2,1)$，$O(0,0,0)$，求 A 与 O、B 与 O 以及 A 与 B 之间的距离.

实训 2　基本能力实训

实训目的　通过该实训，进一步加深学生对空间点坐标的理解以及两点间距离公式的应用.

实训准备　实训 1 以及空间两点间距离公式.

实训内容

1. 证明以 $A(4,3,1)$、$B(7,1,2)$、$C(5,2,3)$ 为顶点的三角形为等腰三角形.

2. (1)若 $P(x,y,z)$ 到 $A(1,0,1)$、$B(2,1,0)$ 两点的距离相等，则 x,y,z 满足什么关系式？

(2)若点 $A(2,1,4)$ 到 $P(x,y,z)$ 的距离等于 5，则 x,y,z 满足什么关系式？

实训 3　能力提高与应用实训

实训目的　通过该实训，进一步提高学生对空间直角坐标系中点的坐标的理解以及空间两点间距离公式的应用.

实训准备　实训 1 和实训 2.

实训内容

1. 已知空间两点 $A(-3,-1,1)$、$B(-2,2,3)$，在 z 轴上有一点 C，它到 A，B 两点的距离相等，求点 C 的坐标.

2. 在 x 轴上求一点，使之到点 $A(0,\sqrt{2},3)$ 的距离是到点 $B(0,1,-1)$ 的距离的 2 倍.

3. 求点 $A(4,-3,5)$ 到坐标原点以及各坐标轴的距离.

1.2　向量及其线性运算

1.2.1　知识点归纳与解析

本节主要内容是向量的概念及其线性运算，要求理解向量的概念以及表示方法，熟练向量的线性运算.

1. 向量的概念：向量有两个要素：大小和方向，零向量的方向是任意的，单位向量的大小为 1.

2. 向量的加法法则：平行四边形法则（共起点）、三角形法则（首尾相接），三角形法则可以推广到多边形法则. 向量的减法可以理解为与负向量相加.

3. 向量的数乘：$\lambda \boldsymbol{a}$ 是一个向量，它的模 $|\lambda \boldsymbol{a}| = |\lambda||\boldsymbol{a}|$，它的方向平行于 $\boldsymbol{a}$.

4. 单位向量：$\boldsymbol{a}^0 = \dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$.

5. 非零向量平行（共线）：设向量 $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0}$，那么向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于 $\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b} = \lambda \boldsymbol{a}$.

1.2.2　题型分析与举例

1. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 均为非零向量，问它们分别具有什么特征时下列各式成立？

(1) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$；　(2) $\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|} = \dfrac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$

解　(1) 由式子可知以 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两个对角线的长度相等，因此该平行四边形为矩形，因此 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$.

(2) 由式子可知以 $\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$，$\dfrac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$ 均表示单位向量，若满足相等，只需方向相同即可，因此 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同方向.

2. $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}$、$\overrightarrow{BC} = 2\boldsymbol{p}+8\boldsymbol{q}$、$\overrightarrow{CD} = 3(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q})$，试证：$A, B, D$ 三点共线.

证明　$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} = 5\boldsymbol{p}+5\boldsymbol{q} = 5(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}) = 5\overrightarrow{AB}$，因此 A, B, D 三点共线.

1.2.3　实训

实训 1　基础知识实训

实训目的　通过该实训了解向量的概念及向量的线性运算.

实训准备　复习向量的概念、负向量、共线向量、相等向量以及向量的加法与减法法则.

实训内容

1. 判断下列说法是否正确.

(1) 向量的大小叫作向量的模. (　　)

(2) 所有单位向量都相等. (　　)

(3) 两个向量平行指两向量的方向相同. (　　)

(4) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$. (　　)

(5) 设向量 $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0}$，那么向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于 $\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b} = \lambda \boldsymbol{a}$. (　　)

(6) 零向量的方向是任意的. (　　)

2. 非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共起点建立平行四边形，请表示 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

3. 设正六边形 $ABCDEF$，其中心为 O，则向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OE}$，$\overrightarrow{OF}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{EF}$ 和 $\overrightarrow{FA}$ 中哪些向量相等？哪些向量互为负向量？

实训2 基本能力实训

实训目的 通过该实训熟练向量的线性运算.

实训准备 完成实训1，复习向量的线性运算.

实训内容

1. 设 $\boldsymbol{u}=2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{v}=-\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示 $2\boldsymbol{u}-3\boldsymbol{v}$.

2. 在△ABC 中，M 是 BC 的中点，N 是 CA 的中点，P 是 AB 的中点，试用 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{BC}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{CA}$，$\boldsymbol{c}=\overrightarrow{AB}$，表示向量 $\overrightarrow{AM}$、$\overrightarrow{BN}$ 和 $\overrightarrow{CP}$.

3. 已知 $|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=8$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，求 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$.

1.3 向量的坐标

1.3.1 知识点归纳与解析

本节主要内容是用坐标表示向量及其线性运算，是本章最基础的内容之一，也是重点内容.

1. 向径是以坐标原点为起点的向量，$M(x,y,z)$，$\overrightarrow{OM}=(x,y,z)$.

2. 任意向量的坐标表示：$M_1(x_1,y_1,z_1)$、$M_2(x_2,y_2,z_2)$，$\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)$.

3. 向量的加法坐标表示为对应坐标之和，向量的减法坐标表示为对应坐标之差，向量的数乘坐标表示为数与相应坐标的乘积. 注意向量的坐标表示方法为大括号.

4. 向量的模可以转化为空间上两点间的距离，方向角指向量与各坐标轴正向所成的角.

5. 与向量同方向的单位向量：$\boldsymbol{a}^0=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$. 注意 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

1.3.2 题型分析与举例

例 1　设向量 $\boldsymbol{a}=(3,-5,-1)$，$\boldsymbol{b}=(-2,2,3)$，求(1) $|\boldsymbol{a}|$；(2) $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$；(3)与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量.

解　(1) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}=\sqrt{3^2+(-5)^2+(-1)^2}=\sqrt{35}$；

(2) $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=2(3,-5,-1)+3(-2,2,3)=(6,-10,-2)+(-6,6,9)=(0,-4,7)$；

(3) $\boldsymbol{a}^0=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)=\left(\dfrac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},\dfrac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},\dfrac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}\right)=\left(\dfrac{3}{\sqrt{35}},-\dfrac{5}{\sqrt{35}},-\dfrac{1}{\sqrt{35}}\right)$.

例 2　讨论与坐标轴平行的向量，其坐标表达式有何特点；与坐标面平行的向量，其坐标表达式有何特点.

解　基本单位向量 $\boldsymbol{i}=(1,0,0)$、$\boldsymbol{j}=(0,1,0)$、$\boldsymbol{k}=(0,0,1)$，平行于 x 轴的向量可以表示成$(a,0,0)$，平行于 y 轴的向量可以表示成$(0,b,0)$，平行于 z 轴的向量可以表示成$(0,0,c)$. xOy 面上点的坐标的形式可以写成$(x,y,0)$，因此平行于 xOy 面的向量的坐标可以表示成$(x,y,0)$，同理平行于 xOz 面的向量的坐标可以表示成$(x,0,z)$，平行于 yOz 面的向量的坐标可以表示成$(0,y,z)$.

1.3.3 实训

实训 1　基础知识实训

实训目的　通过该实训加深学生对向量坐标的理解，并使学生熟练掌握向量的坐标表示以及向量的线性运算的坐标表示.

实训准备　复习“向量及其线性运算的坐标表示”一节.

实训内容

1. 已知三点 $A(1,-1,3)$、$B(2,1,-2)$、$C(3,2,0)$.

(1)用坐标表示向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CA}$；

(2)计算 $2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}$;　　　(3)计算$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.

2. 已知$\overrightarrow{AB}=(4,4,2)$,且 $B(2,6,7)$,求 A 点坐标.

3. 设向量 $\boldsymbol{a}=(3,6,-1)$,$\boldsymbol{b}=(2,-2,3)$,求:(1)$2\boldsymbol{a}$;(2)$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$;(3)$2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$.

实训2　基本能力实训

实训目的　通过本实训,使学生进一步熟练掌握向量的坐标表示,并且熟练掌握向量的模、单位向量、方向余弦以及方向角的求解.

实训准备　完成实训1;复习向量的模、方向余弦与方向角、单位向量的概念及计算.

实训内容

1. 已知两点 $A(2,2,\sqrt{2})$和 $B(1,3,0)$,计算向量$\overrightarrow{AB}$的模、方向余弦和方向角.

2. 已知 $A(0,1,3)$、$B(2,2,1)$,求与$\overrightarrow{AB}$同向的单位向量.

实训3　能力提高与应用实训

实训目的　通过该实训,进一步提高学生对向量坐标的理解以及向量的方向角的应用.

实训准备　完成实训1、2,复习方向角定理、向量与单位向量的关系.

实训内容

1. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦 $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$,$\cos\beta=\dfrac{2}{3}$,且$|\boldsymbol{a}|=3$,求向量 $\boldsymbol{a}$.

2. 一向量与 x 轴、y 轴的夹角分别是 $60°$、$120°$,求它与 z 轴的夹角.

1.4　向量的数量积和向量积

1.4.1　知识点归纳与解析

向量的数量积和向量积是本章的重点内容之一，是研究空间线面间位置关系的重要工具. 向量积的计算是一个难点，要求熟练掌握其概念和计算.

1. 向量的数量积的运算结果是个数，是对应坐标乘积之和；而向量的向量积的运算结果是个向量，可用一个三阶行列式表示.

2. 会求两个向量的夹角：$\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$，注意 $\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\cos(\widehat{\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}})$.

会判断两个非零向量的位置关系：非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$；$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$.

3. 熟悉向量积的简单应用：

(1) 求平行四边形（或三角形等部分平面图形）的面积. $|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|$ 表示以向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的面积.

(2) 求同垂直于两个非零向量的向量及其单位向量：$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}^0=\dfrac{\boldsymbol{c}}{|\boldsymbol{c}|}$，$\pm\boldsymbol{c}^0$ 为所求.

1.4.2　题型分析与举例

例 1　设向量 $\boldsymbol{a}=(1,2,-1)$、$\boldsymbol{b}=(1,0,2)$，求：(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；(2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{k}$；(3) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$；(4) 设 θ 为 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，求 $\cos\theta$；(5) 以向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的面积；(6) 同时垂直于 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的单位向量.

解　(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1\times1+2\times0+(-1)\times2=-1$；

(2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{i}=1\times1+2\times0+(-1)\times0=1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{j}=1\times0+2\times1+(-1)\times0=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{k}=1\times0+2\times0+(-1)\times1=-1$；

(3) $$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&2&-1\\1&0&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2&-1\\0&2\end{vmatrix}\boldsymbol{i}-\begin{vmatrix}1&-1\\1&2\end{vmatrix}\boldsymbol{j}+\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}\boldsymbol{k}=\{4,-3,-2\}；$$

(4) $$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{-1}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+2^2}}=-\frac{1}{\sqrt{30}}；$$

(5) $S=|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=\sqrt{4^2+(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$；

(6) $$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}^0=\frac{\boldsymbol{c}}{|\boldsymbol{c}|}=\frac{\{4,-3,-2\}}{\sqrt{29}},\ \pm\boldsymbol{c}^0=\pm\frac{\{4,-3,-2\}}{\sqrt{29}}.$$

例 2　设 $\boldsymbol{a}=\{1,2,-1\}$、$\boldsymbol{b}=\{2,4,\lambda\}$，讨论 λ 的取值，使得 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

解　$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$，即 $1\times2+2\times4+(-1)\times\lambda=0$，解得 $\lambda=10$.

$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$，$\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{(-1)}{\lambda}$，$\lambda=-2$.

1.4.3 实训

实训1 基础知识实训

实训目的 通过该实训，了解向量的数量积和向量积的概念，熟悉向量的数量积和向量积的简单运算.

实训准备 复习向量的数量积和向量积的概念及坐标表示.

实训内容

1. 举例回答下列问题：

(1) 从 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$ 能否推出 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$？

(2) 由 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$ 能否推出 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$？

(3) 由 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$ 能否推出 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$？

(4) 由 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{0}$，能否推出 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$？

2. 已知 $|\boldsymbol{a}|=2,|\boldsymbol{b}|=1,(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\frac{\pi}{3}$，求：(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；(2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}$；(3) $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}$.

3. 设向量 $\boldsymbol{a}=(2,2,-1)$ 和 $\boldsymbol{b}=(1,0,3)$，求：

(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$