

现代控制理论

张洪钺 主编

(第四册)

系统辨识

胡干耀 编

北京航空學院出版社

现代控制理论

张洪钺 主编

(第四册)

系统辨识

胡干耀 编

北京航空学院出版社

内 容 简 介

本书比较全面地介绍了现代控制理论的基本内容,附有大量的例题和习题,切合工程实际,便于自学。全书分为四篇,第一篇线性系统理论,第二篇最优控制理论,第三篇最优估计理论,第四篇系统辨识。分四册出版,每册一篇。

本书是第四册。主要介绍脉冲响应的辨识,各种类型的更小二乘法、辅助变量法、极大似然法、随机逼近法以及多变量系统的辨识、闭环系统的辨识和辨识试验中的一些问题。

本书主要作为高等院校自动控制专业研究生课的教材,也可供从事自动控制工作的科技人员参考。

现代控制理论 第四册 ——系统辨识

张洪钺 主编 胡干耀 编

责任编辑 马晓虹 严文璇 宋淑乔

北京航空学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

昌平振兴胶印厂印装

787×1092 1/16 印张:12.125 字数:307千字

1987年12月第一版 1987年12月第一次印刷 印数:6000册

统一书号:15432·082 定价:2.05元

ISBN 7-81012-029-8/TP·007

xhhuang@nuaa.edu.cn

前 言

目前,自动控制技术已广泛地应用于工农业生产、交通运输和国防建设。指导自动控制系统的分析和设计的控制理论也有了很大的发展。在四十和五十年代中发展起来的经典控制理论被成功地应用于单输入—单输出定常系统的分析和设计。在五十年代末、六十年代初,首先由航天、航空技术需要而发展起来的现代控制理论具有更广泛的适用性,它可用于多输入—多输出、定常或时变系统的分析和设计,它所讨论的问题也更复杂和深入。在系统的性能指标上,现代控制理论提出了最优的概念,因此产生了庞特里亚金的极大值原理,贝尔曼的动态规划以及二次型指标线性反馈控制等最优控制的理论。在对系统的描述上,现代控制理论应用了状态空间的概念,揭示了系统的内部特性以及和外部特性的关系,由此发现了可控性和可观测性这样的系统的基本特性,为系统的分析设计打下了深刻的理论基础,现代控制理论考虑了干扰所引起的系统状态的不确定性,提出了对状态进行最佳估计的理论和方法。建立系统的数学模型,根据模型进行最佳估计和控制是现代控制理论的一个重要特点,因此系统辨识和建模也就成了现代控制理论的一个重要内容。

在我国社会主义四个现代化的进程中,现代控制理论会起到它应有的作用。为了适应这种需要,我们编写了这套现代控制理论的教科书,本书由四篇组成,分四册出版,每册一篇,第一篇是线性系统理论,主要介绍了系统的可控能、可观测性和稳定性,以及系统的标准形、实现、极点配置、解耦、观测器、动态补偿器等。第二篇是最优控制理论,主要介绍了最优控制中的变分法、庞特里亚金的极大(小)原理、贝尔曼的动态规划以及二次型指标最优线性反馈控制等。第三篇是最优估计理论,主要介绍了估计方法,线性最优预测、滤波和平滑、滤波的稳定性、滤波的发散及其克服、非线性滤波、次优滤波以及随机最优控制等。第四篇是系统辨识,主要介绍了脉冲响应的辨识,各种类型的最小二乘法、辅助变量法、极大似然法、随机逼近法以及多变量系统的辨识、闭环系统的辨识和辨识试验中的一些问题。

本文为工科院校自动控制专业研究生教材,在取材和阐述方式上注意了工程性,附有大量例题和习题,推导也比较详细,便于自学。本书第一篇由程鹏编写,第二篇由孟宪仲编写,第三篇由陈新海编写,第四篇由胡干耀编写。主编张洪钺负责全书编写的组织讨论工作和统一审阅,修改定稿。徐滨昌、林道垣、王纪文、胡寿松、林其璈、沈正华、陈天良等对全书提出了不少宝贵的意见。全书最后由高为炳、邬学礼负责审查。对这些同志,作者谨表示深切的感谢。

由于水平所限,书中可能存在许多不妥和错误之处,敬请读者批评指正。

最优估计原理

实现 Matlab. C.

辨识与系统分析 检验 (6.25)

识别方法应用实例与结果

63
P. 63

广义最小二乘法 TN99.5/1009

64

最小二乘法 83

85

63. 最小二乘法

目 录

第四篇 系统辨识

概 述

第一章 以脉冲响应为基础的辨识方法

§ 1—1 脉冲响应法	(5)
§ 1—2 相关函数法	(8)
§ 1—3 局部辨识法	(22)
习 题	(30)

第二章 以最小二乘法为基础的辨识方法

§ 2—1 最小二乘法	(31)
§ 2—2 辅助变量法	(48)
§ 2—3 广义最小二乘法	(51)
§ 2—4 相关函数——最小二乘相结合的方法	(56)
§ 2—5 限定记忆的最小二乘法	(58)
§ 2—6 增广矩阵法	(61)
习 题	(62)

第三章 极大似然法

§ 3—1 极大似然法的基本原理	(66)
§ 3—2 极大似然法用于动态系统的参数估计	(67)
§ 3—3 极大似然法的数值解法	(70)
§ 3—4 递推的极大似然法	(75)
§ 3—5 极大似然估计的一致性	(79)
习 题	(82)

第四章 时间序列模型与随机逼近法

§ 4—1 时间序列的建模	(86)
§ 4—2 随机逼近法	(98)
§ 4—3 递推算法的收敛性	(103)
§ 4—4 几种参数估计方法的比较	(107)
习 题	(108)

第五章 线性多变量系统的辨识

§ 5—1 用传递函数矩阵表示的系统辨识	(109)
----------------------	---------

§5-2	用脉冲响应矩阵表示的系统辨识.....	(112)
§5-3	用状态空间方程表示的系统辨识.....	(115)
§5-4	用输入、输出差分方程表示的系统辨识.....	(139)
§5-5	当采用递推最小二乘算法时, 不同模型参数估计的比较.....	(142)
习 题		(147)

第六章 闭环系统的辨识

§6-1	概述.....	(148)
§6-2	直接辨识法.....	(150)
§6-3	间接辨识法.....	(153)
§6-4	联合过程法.....	(157)
习 题		(160)

第七章 系统辨识的一些有关问题

§7-1	状态变量与参数的组合估计.....	(161)
§7-2	单输入、单输出系统的阶数确定.....	(166)
§7-3	最优输入信号的设计.....	(169)
§7-4	模型验证.....	(179)
习 题		(181)

附 录	点估计理论.....	(182)
-----	------------	-------

参考文献		(187)
------	-------	-------

第四篇 系统辨识

概 述

在实际工程问题中，为了分析一个对象的动态特性；或者为了改进控制手段、降低生产费用和提高工作效率而设计一个系统，都必须事先知道被控对象的数学模型。能够建立一个适用的被控对象的数学模型，对于从事自动控制系统设计研究的科技人员来说，其重要意义是不言而喻的。建立数学模型，常常采用下列两种方法：

解析法 把被控对象分解为若干子系统或环节，分别根据物理学、化学、生物学以及其它有关基础学科定律、公式，考虑到各个环节之间的相互联系，推导出被控对象的数学模型。一般说来，这种方法适用于一些比较简单的被控对象。然而，对于一些比较复杂的被控对象，或者不可能用解析法推导出它们的完整数学模型；或者推导出来的数学模型，由于过分复杂，而不便于被控对象动态特性的分析和控制器的设计。在这种情况下，设计者可以采用实验研究的方法，即系统辨识的方法。

系统辨识 其通俗含义是根据被控对象或被辨识系统的输入、输出观测信息来估计它的数学模型。更一般性的定义是根据对已知输入量的输出响应的观测，在指定的一类系统范围内，确定一个与被辨识系统等价的系统。

事实上，为了得到适合于工程设计的被辨识系统的数学模型，往往需要把解析法和系统辨识方法有机地结合起来。例如，通过对被辨识系统工作原理和动态过程的初步分析，用解析法大致推导或估计出被辨识系统数学模型的结构型式，甚至包括某些参数及其变化范围，然后用系统辨识的方法将未知部分辨识出来。实践证明，这种互相结合的方法，在工程设计中是行之有效的。

系统辨识过程，大致可以用下列方框图0—1加以描述，并扼要地介绍如下：

1. 辨识目的

不同的辨识目的，对于系统辨识过程的影响是十分重要的。例如，对于飞机的数学模型，如果从空气动力学这个基础学科的角度来看，为了精确研究它的气动特性，无疑应该考虑空气压缩性、弹性变形等各种因素的影响，那么飞机的数学模型，通常是一个高阶非线性偏微分方程；如果从飞机姿态控制器的初步设计来看，

往往先忽略飞机纵向运动与横侧向运动的相互交联。对于纵向运动，又往往可以分解为短期运动和长周期运动。经过简化之后，飞机的数学模型，可以分解为若干个低阶线性微分方

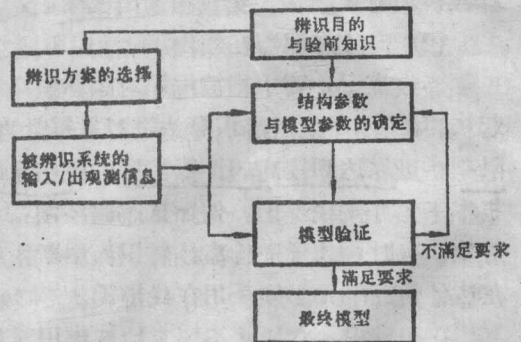


图0—1 系统辨识过程方框图

程,从而使辨识过程得到简化。另外,由于飞机的气动导数,是随着飞行高度、速度的变化而变化,如果要求对飞机进行自适应控制,就必须对它的数学模型采用实时辨识,这样就要求辨识速度大于飞机动态特性的变化速度;又例如,要对于一个高精度的工业系统进行最优控制,则要求有高的辨识精度,而且往往要求提供以状态空间模型形式的对象数学模型。由此可见,不同的辨识目的,对于辨识的最终结果,包括提供什么样的模型形式;对于辨识的精度与速度,均有着不同的要求。这些不同的要求,对于采用什么样的辨识手段,有着十分重要的影响。

2. 验前知识 *先验知识*

验前知识,指的是根据辨识目的和要求,在进行辨识试验之前,对于被辨识系统的数学模型所掌握的情况。验前知识愈是充分,可以愈加减少辨识过程中的盲目性。这些验前知识,可以来源于对被辨识系统工作原理的分析和数学推导;也可以来源于一些初步的试验。例如从一些典型外作用下的系统响应(如阶跃响应、频率响应等)获得有关稳定性和动态响应品质方面的信息(如稳定性储备、频带、截止频率、调节时间、不灵敏区和时间延迟等)。从而确定被辨识系统数学模型的类型,和大致确定系统结构参数,甚至包括某些模型参数及其变化范围。另外,对于噪声也应通过分析与初步试验,大致了解其产生的部位及其统计性质。当然,对于某些被辨识对象,由于环境因素的不确定和对过程内部物理、化学等知识的不完备,所能获得的先验知识是很有限的。

3. 辨识方案

由于各种辨识方法都具有一定的适用范围和不同的计算工作量,它们所提供的数学模型和参数估计值有着不同的精度。因此,必须根据辨识目的和已经掌握的先验知识,选择合理的辨识方案。在选择辨识方案时,至少应考虑下列一些问题:

(1) 开环辨识和闭环辨识

由于被辨识对象可能是一个开环系统;也可能存在于闭环系统之中(通常位于正向通道),又不允许断开闭合回路。对于前一种情况,只需采用开环系统的辨识方法;而对于后一种情况,就必须在闭环运行的条件下,根据被辨识对象的输入、输出信息来辨识其数学模型,这种辨识方法称之为闭环系统的辨识方法。无论是开环辨识或闭环辨识,都需要正确选择被辨识对象的输入变量和输出变量。

(2) 离线辨识与在线辨识

离线辨识,要求把被辨识对象从整个系统中分离出来,然后将大量输入、输出数据贮存起来,并按照一定的辨识算法进行数据处理。离线辨识的优缺点是:对于计算时间没有苛刻的限制;可以达到较高的计算精度;但信息贮存量比在线辨识往往要大得多。有的辨识对象根本就不允许离线辨识。例如自适应控制系统和某些不允许中断正常运行的工业系统中的被控对象。有时,为了进行离线辨识而中断系统的正常运行,会造成人力和生产上的极大耗费。在这种情况下,必须采用在线辨识。

在线辨识,它通常不要求给被辨识对象施加特殊的输入信号,而直接利用实际运行条件下被辨识对象的输入、输出信息;它不要求贮存从过去到现在的全部输入、输出信息,而是在某个初始估计下起动,然后按照递推算法,随着新信息的不断获得而不断修正模型参数的估计值。因此,它要求数字机在一个采样周期内,能够完成一次迭代计算,要求递推算法有足够快的收敛速度。在线辨识的优缺点是:可以不中断系统的正常运行和进行实时辨识;采用

递推算法无需贮存大量数据；但它要求有足够高的计算速度，相应地会增加设备费用。

(3) 模型类型与形式

被辨识系统的数学模型，可以按照参数模型和非参数模型分成两大类。所谓参数模型指的是：传递函数（阵）、微分方程、状态方程或差分方程形式的数学模型；而非参数模型是指：脉冲响应、频率响应等非显含参数的动态特性模型。

也可以这样来进行分类：线性或非线性；连续或离散；定常或时变；集中参数或分布参数；确定型或随机型；单输入、单输出或多输入、多输出等等。

如果不经任何简化，一般说来，被辨识系统的数学模型，多半是一个高阶非线性偏微分方程。这样的数学模型，不仅难以得到，从工程设计的观点来看，它也是不实用的。对于一个工程设计人员，他们往往需要经过合理的简化假设，既能够反应被辨识系统动态特性的本质，又尽可能简单的数学模型。在这种情况下，所得到的数学模型，其中很大一类是属于线性定常的。本篇将重点讨论线性定常系统的辨识问题。

由于所需提供模型的类型与形式，关系到辨识方法与输入试验信号的选择。因此，在进行辨识试验之前，必须事先知道所需提供的模型的类型与形式。

(4) 试验信号的选择

后面将会看到，离线辨识对于辨识试验信号有着一定的要求。不同类型的数学模型，试验信号往往有着不同的选取。为了得到一个好的参数估计，有时需要设计最优的输入试验信号。对于在线辨识，如果不是直接利用被辨识对象的正常运行信号，而是采用在正常运行信号基础上外加辨识试验信号，则必须防止外加试验信号对于被辨识系统正常运行的严重干扰。如果是离散信号时，还应考虑所加信号的采样周期等。

(5) 噪声状况

在系统辨识中，经常碰到随机噪声问题。随机噪声可能发生在输入、输出的观测信号之中；也可能发生在正向通道或反馈通道中；被辨识对象也可能直接受到噪声的干扰。总之，系统中有无噪声；噪声存在于什么信息之中；以及噪声的统计性质等都会直接关系到辨识算法的选择和辨识结果的精度。

以上这些问题，在决定辨识方案时都应当予以考虑。

再来回顾一下前边提到的系统辨识的一般性定义。所谓“指定的一类系统”其含义是：根据辨识目的的要求，在先验知识的基础上，确定被辨识系统模型的类型。所谓“对已知输入量的输出响应的观测”其含义是：在所选择的输入试验信号的作用下，被辨识系统的输出观测信息。我们把输入、输出观测信息统称为数据。所谓“与被辨识系统等价的系统”中的“等价”概念指的是：如果两个系统在所有可能的输入下具有完全相同的输入、输出数据，则称这两个系统“等价”。事实上，要做到被辨识系统（简称对象）与经辨识所得到的模型（简称模型）之间完全等价是不可能的，在工程上往往采用“近似等价”的概念。为了检验对象与模型之间的近似程度，必须规定一个性能准则函数，并简称为准则。由此可见，模型、数据和准则构成了系统辨识中的三个基本要素。

4. 结构参数与模型参数的确定

所谓结构参数，对于单输入、单输出系统来说，通常是指它的阶数；对于多输入、多输出系统来说，不同的模型形式有着不同的结构参数；即使采用状态空间模型，不同的标准型其结构参数也是不同的，例如，当采用可观测标准型时，其结构参数就是可观测性指数。所

谓模型参数指的是：不依赖于输入、输出和状态变量的那些参量，例如传递函数、微分方程、差分方程中的诸系数；状态方程中各系数阵中的诸元素。而模型参数估计指的是：在确定了模型类型和结构参数之后，根据输入、输出观测数据，一定的性能准则函数和计算方法来估计模型参数值。

关于模型参数估计中的性能准则函数可以有两种提法。一种提法是：建立一种性能准则函数，使模型参数的估计值在该准则意义下达到最优。假设 θ^0 是对象的参数向量， y 是对象的输出观测量； θ 是已知模型类型和结构参数条件下的模型参数向量， y_m 是模型输出（令 y 与 y_m 均为标量）；定义 $e \triangleq y - y_m$ 为模型与对象之间的输出误差。如果我们规定性能准则（标量）函数为输出误差在辨识时间区间内的平方积分，即

$$J(e) \triangleq \int_0^T e^2(t) dt$$

则当 $J(e)$ 取极小时的参数估计值，就是在上述性能准则意义下的参数最优估计。

另一种提法是：使模型参数向量 θ 在某个统计准则下最优。这些统计准则是：最小方差准则；线性最小方差准则；似然函数极大准则等。

参数估计的计算方法很多。有以脉冲响应为基础的脉冲响应法、相关函数法和局部辨识法；有以最小二乘法为基础的（加权、递推）最小二乘法、辅助变量法和广义最小二乘法等；有以似然函数为基础的极大似然法；另外，还有时间序列的建模和随机逼近法等等。

5. 模型的校验

当辨识出了对象的数学模型之后，它究竟在多大程度上真实地反映了对象的动态特性，还必须通过校验。比较常用的方法有“白色度”检验法。当然也可以根据特定的辨识目的，通过实验来加以检验，例如对模型与对象施加相同的输入信号，比较它们之间的输出，如果偏差很大，则再修正模型，如此反复，直到满足一定的精度要求为止。

以上初步介绍了系统辨识的大致过程，并通过它说明了一些有关的概念和名词术语。下面将开始介绍以脉冲响应为基础的系统辨识方法。

第一章 以脉冲响应为基础的辨识方法

§1-1 脉冲响应法

脉冲响应法是利用线性、定常被辨识系统的输入、输出信息（不含噪声），通过脉冲响应来辨识系统的数学模型。它是一种比较简单实用、且具有一定适用范围的辨识方法；它既是一种非参数模型（脉冲响应）的辨识方法，又是一种通过脉冲响应得到参数模型（传递函数）的辨识方法。

设线性、定常系统的传递函数为 $G(s)$ ，系统的输入、输出信号分别为 $x(t)$ ， $y(t)$ 。由经典控制理论知道

$$G(s) = L[g(t)] \quad (1-1)$$

式中 $g(t)$ 为系统的脉冲响应， L 表示拉氏运算符。辨识分两步进行。①首先从 $x(t)$ 、 $y(t)$ 求 $g(t)$ ②然后根据脉冲响应 $g(t)$ 的采样序列 $g(nT)$ ，求出脉冲传递函数 $G(z)$ 和传递函数 $G(s)$ 。

一、从 $x(t)$ 、 $y(t)$ 求 $g(t)$

设 $t \leq 0$ 时系统静止。由卷积公式

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) g(t - \tau) d\tau = \int_0^t x(t - \tau) g(\tau) d\tau \quad (1-2)$$

式中 $g(\tau)$ 为脉冲响应。当步长 T 足够小时， $x(t)$ 、 $y(t)$ 和 $g(t)$ 可用下列阶梯信号近似代替

$$\begin{aligned} x(t) &= x(kT) \\ y(t) &= y(kT) \\ g(t) &= g(kT) \end{aligned} \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (1-3)$$

由式 (1-2) 可以导出

$$\begin{aligned} y(T) &= \int_0^T x(T - \tau) g(\tau) d\tau = T x(0) g(0) \\ y(2T) &= \int_0^{2T} x(2T - \tau) g(\tau) d\tau = \int_0^T x(2T - \tau) g(\tau) d\tau + \int_T^{2T} x(2T - \tau) g(\tau) d\tau \\ &= T [x(0) g(T) + g(0) x(T)] \end{aligned} \quad (1-4)$$

⋮

$$y(NT) = T \sum_{i=0}^{N-1} g(iT) x(NT - iT - T)$$

令

$$Y \triangleq \begin{bmatrix} y(T) \\ y(2T) \\ \vdots \\ y(NT) \end{bmatrix}, \quad G \triangleq \begin{bmatrix} g(0) \\ g(T) \\ \vdots \\ g(NT - T) \end{bmatrix}$$

以脉冲响应为基础的方法

本文所描述的是一种更文明的方法
辨识分两步进行 阶梯信号代替脉冲信号
可用下列脉冲信号

$$X \triangleq \begin{bmatrix} x(0) & 0 & \cdots & 0 \\ x(T) & x(0) & & \vdots \\ x(2T) & x(T) & & 0 \\ \vdots & & & \\ x(NT-T) & \cdots & x(T) & x(0) \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

$$\text{则有} \quad y = TXG \quad (1-6)$$

如果 X^{-1} 存在, 则

$$G = \frac{1}{T} X^{-1} Y \quad (1-7)$$

由式 (1-7) 所解出的脉冲响应 $g(t)$ 的采样序列 $g(nT)$, 其精度与步长 T 的选择有关。检验 T 是否足够小的办法是: 如第一次选择步长为 T ; 第二次选步长为 $T/2$, 如果根据两次步长所得到的脉冲响应其结果无明显变化, 则认为 T 已经足够小了。

二、由 $g(nT)$ 求 $G(z)$ 和 $G(s)$

不失一般性, 设系统的脉冲传递函数为

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n}} = \frac{2K}{\pi K} \quad (1-8)$$

z^{-1}: 1/z, 2/z^2, \dots

式中 $g(iT)$ $i=0, 1, 2, \dots$ 为脉冲响应序列, 令

$$g_i \triangleq g(iT) \quad (1-9)$$

则由式 (1-8) 可得

$$b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_n z^{-n} = g_0 + (g_1 + a_1 g_0) z^{-1} + \cdots + \left(g_n + \sum_{i=1}^n a_i g_{n-i} \right) z^{-n} + \sum_{m=n+1}^{\infty} \left[\left(g_m + \sum_{i=1}^n a_i g_{m-i} \right) z^{-m} \right] \quad (1-10)$$

令式 (1-10) 等式两边 z^{-i} ($i=0, 1, 2, \dots, n$) 相同幂次项的对应系数相等, 可得下式

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & & \vdots \\ a_2 & a_1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

如果已知 g_i ($i=0, 1, 2, \dots$) 和 a_i ($i=1, 2, \dots, n$), 则由上式可以解出 b_i ($i=0, 1, \dots, n$)。为了求 a_i , 可令式 (1-10) 中等式两边 z^{-i} ($i=n+1, n+2, \dots, 2n$) 项的对应系数相等 (注意: 式 (1-10) 等号左边的这些系数均为零), 即得下列方程

$$\begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_n \\ g_2 & g_3 & & g_{n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_n & g_{n+1} & \cdots & g_{2n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ \vdots \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g_{n+1} \\ -g_{n+2} \\ \vdots \\ -g_{2n} \end{pmatrix} \quad (1-12)$$

从式 (1-11) 和式 (1-12) 中不难看出, 只要知道 $g_0 \sim g_{2n}$ (其中 n 为系统阶数), 即可由式 (1-12) 求出 $a_i (i=1, 2, \dots, n)$, 将其代入式 (1-11), 再求出 $b_i (i=0, 1, \dots, n)$, 从而得到 $G(z)$ 。至于如何从 $G(z)$ 求 $G(s)$ 的方法, 读者可参考采样系统理论中有关 z 变换的论述。

应当指出: 这种辨识方法虽然简便易行, 但是它仅适用于确定型线性定常系统, 在有随机噪声的情况下, 会带来误差; 另外, 从推导过程中还可看到, 对于一个 n 阶的系统来说, 它是根据 $2n$ 拍脉冲响应的采样值来近似求出 $G(z)$ 的 $2n+1$ 个未知参数。因此, 这种方法的精度取决于步长 T 和脉冲响应 $g(t)$ 的形状, 如果在某一步长 T 下, $2n$ 拍内的 $g(iT)$ 能很好地反应脉冲响应的全过程, 那么才有可能取得好的辨识结果, 下面用例子来说明这个结果。

例1-1 设被辨识系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{200(s+2)}{(s+4)(s^2+10s+100)}$$

如果事先已知系统为三阶, 即结构参数 $n=3$ 。取步长 $T=0.05$ (秒), $2n=6$ 拍的脉冲响应采样值为

t (秒)	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
$g(t)$	0	7.157039	9.491077	8.563889	5.930506	2.845972	0.144611

从上述步长 T 与 $g(iT)$ 来看, 在六拍内脉冲响应已趋结束, 因此, 预计可以得到比较精确的参数值。

先求 $G(z)$, 设

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}$$

den = (1, a₁, a₂)
num = (b₀, b₁, b₂, b₃)

由式 (1-12) 得

$$\begin{pmatrix} 7.157039 & 9.491077 & 8.563889 \\ 9.491077 & 8.563889 & 5.930506 \\ 8.563889 & 5.930506 & 2.845972 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.930506 \\ -2.845972 \\ -0.144611 \end{pmatrix}$$

解出

$$a_1 = -2.232575, a_2 = 1.764088, a_3 = -0.496585$$

代入式 (1-11) 得

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2.232575 & 1 & 0 & 0 \\ 1.764088 & -2.232575 & 1 & 0 \\ -0.496585 & 1.764088 & -2.232575 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 7.157039 \\ 9.491077 \\ 8.563889 \end{pmatrix}$$

解出

$$b_0 = 0, b_1 = 7.157309, b_2 = -6.487547, b_3 = 0$$

$$\therefore G(z) = \frac{7.157309z^2 - 6.487547z}{z^3 - 2.232575z^2 + 1.764088z - 0.496585}$$

$$= \frac{7.157309z^2 - 6.487547z}{(z - 0.818731)(z^2 - 1.413844z + 0.606530088)}$$

$G(z)$ 的三个特征值为

$$z_1 = 0.818731, z_{2,3} = 0.706922 \pm j0.326789494$$

对应于 $G(s)$ 的特征值, 由 $z = e^{sT}$ 可导出

$$s_1 \approx -4.0, \quad s_{2,3} = -5.0 \pm j8.66022902$$

由 z 变换求出

$$G(s) = -\frac{5.263158}{s+4} + \frac{5.261358(s+5) + 205.263158}{(s+5)^2 + (8.66022902)^2}$$

$$= \frac{200(s+2)}{(s+4)(s^2 + 10s + 100)}$$

辨识结果与被辨识系统的传递函数非常一致。这个例子说明一个 n 阶系统, 只有在合适的步长 T , 以及 $2n$ 拍的 $g(iT)$ 能够充分反映 $g(t)$ 的基本特征时, 才能得到比较满意的辨识结果。否则, 或者由于 n 较小, $g(t)$ 持续时间较长且变化剧烈, 而取较大的步长 T , 使 $2n$ 拍的 $g(iT)$ 无法充分反映 $g(t)$ 的基本特征; 或者 T 偏小而出现过剩的 $g(iT)$ 信息, 同样也不能充分反映 $g(t)$ 的基本特征。这两种情况都会导致辨识误差。因此, 一旦出现了这种情况以及系统中含有噪声时, 为了改善辨识结果, 可以采用第二章中介绍的最小二乘法或其它辨识方法。

§1-2 相关函数法

上面提到了脉冲响应法的一些主要缺陷, 它实际上是一种确定型的离线辨识算法。这是因为从表面上看, 脉冲响应法可以利用被辨识对象在线运行的输入、输出信号进行在线辨识, 但是事实上, 在线运行的输入、输出信号, 不一定能提供具有一定幅度和持续时间足够长的信息。

在有随机噪声的条件下, 对被辨识对象的脉冲响应进行非递推的和递推的辨识; 或者进行离线辨识和某种条件下的在线辨识, 可以采用相关函数法。如果将相关函数法与最小二乘法相结合 (§2-4), 还可以进一步辨识对象的参数模型。

相关函数法在1951年即已提出, 并得到了广泛应用。它是根据对象的平稳随机输入、输出信息之间的相关函数, 求出对象脉冲响应的一种辨识方法。下面分别讨论线性定常连续和离散系统的相关函数法。首先介绍线性定常连续系统的非递推辨识的基本原理。

一、连续系统非递推辨识的基本原理

设被辨识对象是传递函数为 $G(s)$ 的线性定常连续系统。它的输入、输出分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$, $\eta(t)$ 为对象的输入噪声; $\xi(t)$ 为对象的输出观测噪声。 $x(t)$ 、 $\eta(t)$ 和 $\xi(t)$ 均为零均值的平稳随机过程, 且彼此统计独立。 $y(t)$ 也是零均值平稳随机过程。系统的结构图如图

1—1 所示。

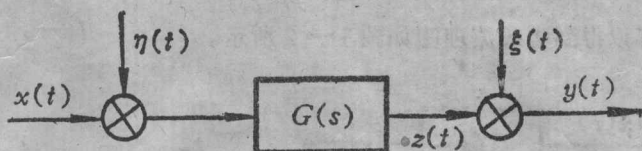


图1—1 連續系統結構图

设 $t \leq 0$ 时系统处于静止。由卷积公式有

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\sigma) [x(t-\sigma) + \eta(t-\sigma)] d\sigma + \xi(t) \quad (1-13)$$

式中 $g(\sigma)$ 为对象的脉冲响应。令 $t = t_2$, 得

$$y(t_2) = \int_0^{\infty} g(\sigma) [x(t_2-\sigma) + \eta(t_2-\sigma)] d\sigma + \xi(t_2) \quad (1-14)$$

两边乘以 $x(t_1)$ 并取数学期望

$$E[x(t_1)y(t_2)] = \int_0^{\infty} g(\sigma) E[x(t_1)x(t_2-\sigma)] d\sigma \quad (1-15)$$

等式左侧为输出、输入之间的互相关函数，右侧积分号内的数学期望为输入信号的自相关函数。

$$\therefore R_{xy}(t_2 - t_1) = \int_0^{\infty} g(\sigma) R_{xx}(t_2 - t_1 - \sigma) d\sigma \quad (1-16)$$

令 $t_2 - t_1 \triangleq \tau$, 则

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(\sigma) R_{xx}(\tau - \sigma) d\sigma \quad (1-17)$$

如令 $\xi(t) = \eta(t) = 0$, 同样可以导出式 (1-17), 可见相关函数法具有某种滤波特性。式 (1-17) 称为维纳-霍甫积分方程。

如果 $x(t)$ 为零均值的白噪声, $R_{xx}(\tau) = K\delta(\tau)$, 式中 $\delta(\tau)$ 为狄拉克 δ 函数, K 为脉冲强度, 将它代入式 (1-17), 则有

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(\sigma) K \delta(\tau - \sigma) d\sigma = K g(\tau) \quad (1-18)$$

即

$$g(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{K} \quad (1-19)$$

式 (1-19) 是由相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 求脉冲响应的原始公式, K 为白噪声 $x(t)$ 的强度。

当 $x(t)$ 为零均值白噪声、时间 T 足够大、 $y(t)$ 具有各态历经性时, 可以导出用实验方法求相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 和脉冲响应 $g(\sigma)$ 的数学公式。在上述条件下

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t+\tau) dt \quad (1-20)$$

因 $x(t)$ 、 $y(t)$ 为平稳随机过程, 上式可改写为

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t-\tau)y(t)dt \quad (1-21)$$

根据式 (1-21) 可以得到实验原理图如图 1-2 所示。

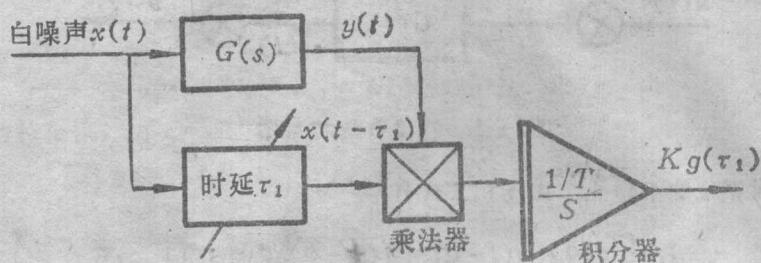


图1-2 求 $R_{xy}(\tau)$ 和 $g(\tau)$ 的实验原理图

图中 $G(s)$ 为被辨识系统的传递函数, 若给定一个时间延迟的 τ_1 值, 当 T 足够大时, 即可得到相对应的 $R_{xy}(\tau_1) = Kg(\tau_1)$ 值, 改变 τ_1 值而获得 $R_{xy}(\tau)$ 和 $g(\tau)$ 。

用上述方法求脉冲响应, 存在两个缺陷。第一是白噪声物理上不可实现; 第二是由式 (1-21) 可知, 由于要 T 趋于无穷大, 因此, 辨识 $g(t)$ 的时间将会很长。为了克服第二个缺陷, 可以改用周期性的白噪声; 为了克服第一个缺陷, 可以采用近似的白噪声, 即 $x(t)$ 的自相关函数近似为一个脉冲, 或者说它的功率谱密度, 在实际的使用频率区域内近似为常值。这种周期性的近似白噪声, 常称为伪随机噪声, 并常用 m 序列来实现。首先讨论用周期性白噪声来求 $g(t)$ 时对周期 T 的要求。

二、用周期白噪声代替白噪声

当 $x(t)$ 是以 T 为周期的周期白噪声, 则有

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (1-22)$$

将 τ 改为 $\tau - \sigma$

$$R_{xx}(\tau - \sigma) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau - \sigma)dt \quad (1-23)$$

将式 (1-23) 代入式 (1-17) 得

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^\infty g(\sigma) \left[\frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau - \sigma)dt \right] d\sigma \quad (1-24)$$

$R_{xx}(\tau - \sigma)$

交换上式中的积分次序

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \left[\int_0^\infty g(\sigma)x(t+\tau - \sigma)d\sigma \right] dt \quad (1-25)$$

由于相关函数法的滤波性质, 可将式 (1-25) 改写为

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (1-26)$$

式 (1-26) 告诉我们: 当 $x(t)$ 为周期白噪声, 其周期为 T ; 噪声满足前边的假设条件, 则

求 $R_{xy}(\tau)$ 仅需积分一个周期。那么，周期 T 应选多大才合适呢？如果将式(1-17)改写为

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^T g(\sigma) R_{xx}(\tau - \sigma) d\sigma + \int_T^{2T} g(\sigma) R_{xx}(\tau - \sigma) d\sigma + \dots \tag{1-27}$$

当 T 大于脉冲响应 $g(t)$ 衰减到零的时间，而 $R_{xx}(\tau - \sigma) = K \delta(\tau - \sigma)$ ，由式(1-27)可导出

$$R_{xy}(\tau) = K g(\tau) \tag{1-28}$$

由此可以得出结论：如果 $x(t)$ 是以 T 为周期的周期白噪声， T 大于 $g(t)$ 衰减到零的时间，则可根据式(1-26)一个周期内积分所得的 $R_{xy}(\tau)$ ，代入式(1-28)而求出 $g(t)$ ，其中 K 为白噪声 $x(t)$ 的强度。

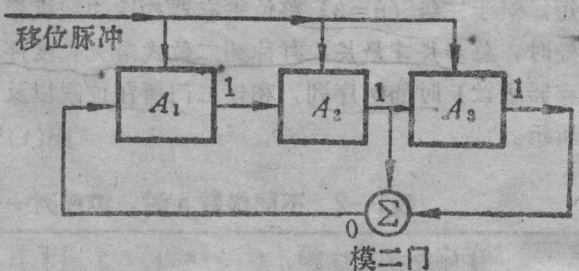


图1-3 由三级移位寄存器构成的随机信号发生器方框图

下面进一步讨论用伪随机噪声— m 序列代替周期白噪声 $x(t)$ 的情况。先介绍 m 序列的产生及其自相关函数和功率谱密度。

三、 m 序列的产生及其自相关函数和功率谱密度

1. m 序列的产生及其主要性质

先讨论用移位寄存器组成的随机信号发生器。图1-3是一个由三级移位寄存器构成的随机信号发生器方框图。

假设三个移位寄存器 A_1 、 A_2 、 A_3 输出的初态非全零（不妨假设初态均为“1”）， A_3 的输出是随机信号发生器的输出，其中模二门设置在 A_2 、 A_3 的输出处。模二门的加法规则为

$$1 \oplus 1 = 0; \quad 0 \oplus 1 = 1; \quad 1 \oplus 0 = 1; \quad 0 \oplus 0 = 0 \tag{1-29}$$

移位寄存器的工作原理是：每来一个移位脉冲，每一级移位寄存器的输出即被其输入顶替一次。所以，图1-3中的三级移位寄存器，当初态均为“1”时， A_1 、 A_2 、 A_3 和模二门输出真值表如表1-1所示。

表1-1 移位寄存器和模二门的输出真值表

模二门输出	各级移位寄存器的输出		
	A_1	A_2	A_3
0	1	1	1
0	0	1	1
1	0	0	1
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0
0	1	1	1

一个循环

下一个循环