LOGIC & LANGUAGE

# 范畴、语境与博弈

## 语言逻辑研究新视角

文学锋◎著

科学出版社

# 范畴、语境与博弈

## 语言逻辑研究新视角

文学锋◎著

科学出版社
北 京

**图书在版编目（CIP）数据**

范畴、语境与博弈：语言逻辑研究新视角/文学锋著. —北京：科学出版社，2013.11

ISBN 978-7-03-038986-2

Ⅰ.①范… Ⅱ.①文… Ⅲ.①语言逻辑学-研究 Ⅳ.①H0-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 254812 号

责任编辑：樊 飞 侯俊琳 唐保军 / 责任校对：桂伟利

责任印制：赵德静 / 封面设计：无极书装

编辑部电话：010-64035853

E-mail: houjunlin@mail.sciencep.com

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www. sciencep. com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 11 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2013 年 11 月第一次印刷 印张：10 1/4 插页：2

字数：220 000

定价：**49.00** 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

国家社会科学基金项目“基于范畴论的语言逻辑研究”
(项目批准号09CZX031)研究成果

# 前　言

现代逻辑自诞生起就与语言有着密切的联系。Frege 因为抛弃传统的主谓语法结构，发明函项-论元结构的谓词语言而一举创立了现代逻辑，克服了 Aristotle 的三段论无法刻画关系推理的局限。Wittgenstein 利用现代逻辑为语言界定了边界，规定了哪些是可以言说的、哪些是只可显示的(shown)，建立了逻辑、语言与世界三者之间的联系。Russell 将现代逻辑用于自然语言分析，指出了像"当今法国国王是秃头"这样的语句背后的深层逻辑形式，开分析哲学之先河。当 Tarski 创立了现代逻辑的语义理论后，现代逻辑成为与"有缺陷的"、模糊的、有歧义的自然语言相对照的"完美的"、无歧义的、精确的形式化语言。然而，运用以一阶谓词语言为核心的现代逻辑对自然语言进行推理仍然存在两个根本性的难题。

第一，自然语言中存在一些内涵性的表达无法恰当地翻译为一阶谓词语言。例如，尽管我们可以把"Jumbo is a pink elephant"翻译为 $P(j)\wedge E(j)$，但却不能把"Jumbo is a small elephant"翻译为 $S(j)\wedge E(j)$。这样一来，一些内涵性的复合谓词在一阶谓词语言中就只能处理为原子谓词，从而损失关于这些复合谓词的推理：当把 small elephant 处理为与 elephant 不同的初始谓词时，将不能在形式语言中再现由 Jumbo is a small elephant 得到 Jumbo is an elephant 这样的推理。

第二，由于一阶谓词语言与自然语言在语法结构上有较大差异，这就使得将自然语言翻译为形式语言成为具有技巧的工作，而不能通过机械的方法自动完成。例如，同样是主谓结构的 John is a man 和 Every boy loves games，在翻译为形式语言后，前者是 $M(j)$，后者则变成了 $\forall x(B(x)\rightarrow L(x))$ 这样的量化蕴含结构。如果试图用机器实现对自然语言的自动推理，那么将自然语言翻译为一阶谓词语言这一步将很难通过机器完成。

Montague 在 20 世纪 70 年代提出了一种革命性的观点。他认为自然语言本身就是一种形式语言，在自然语言与形式语言之间并没有不可逾越的鸿沟。通过引入高阶类型语言，Montague 表明，可以直接根据自然语言的表层语法将其翻译为形式语言。自 Lambek 发明了用于刻画范畴语法的逻辑演

算后，从自然语言到形式语言的翻译就可以通过推理自动完成了。

不过，上面提到的第一个困难仍然没得到根本解决。尽管可能世界语义的出现在一定程度上缓解了内涵性问题，但内涵修饰和超越逻辑等价的意义区分问题仍然亟需新的技术手段来解决。本书第一部分和第二部分分别从范畴和语境角度对这两个问题进行了尝试。

为了对自然语言更好地作出形式刻画，我们不仅需要发明更多的逻辑工具，而且也需要对逻辑语言给出新的语义。由 Hintikka 开创的博弈语义即是对传统 Tarski 语义的重要替代。博弈语义的发明为逻辑语言提供了更加灵活的语义框架。本书第三部分通过引入新的博弈者和博弈结构对已有的博弈语义作出发展，进而为自然语言的形式刻画提供新的逻辑工具。

下面我们对本书各章内容作简要介绍。本书分为三大部分，分别从范畴、语境和博弈角度对逻辑语言，以及自然语言的形式语义进行了研究。

**第一部分：范畴论语义**

第 1 章：范畴论基础。介绍了范畴论中最重要的基本概念，以及与范畴论语义密切相关的概念，包括范畴、函子、自然变换、极限等基本概念，以及卡氏闭范畴、单群范畴、单子等与范畴论语义相关的概念，最后还简要介绍了范畴论在认知科学领域（包括语言学）的应用。

第 2 章：逻辑语言的范畴论语义。介绍了基于范畴论的逻辑语义，包括一阶谓词逻辑、类型逻辑（lambda 演算）、子结构逻辑和模态逻辑的范畴论语义。

第 3 章：自然语言的范畴论语义。综述了基于范畴论的自然语言语义，包括内涵三段论的范畴论语义、非布尔否定的范畴论语义，以及组合性与语境性的范畴论解释。

第 4 章：基于范畴论的内涵推理。首先介绍了预群语法，然后介绍了如何在预群语法的基础上，运用范畴论统一组合性语义与分布式语义，最后我们给出了基于组合性分布式语义进行内涵推理的方法。

**第二部分：语境内涵语义**

第 5 章：内涵逻辑。介绍了内涵逻辑的哲学动机、语形思想和语义思想，归纳总结了内涵逻辑面临的超内涵问题。

第 6 章：超内涵逻辑。综述了已有的超内涵逻辑，包括外延主义超内涵逻辑和内涵主义超内涵逻辑，指出了所有超内涵逻辑面临的共同问题，提出了解决该问题的内涵语境主义思想。

第 7 章：语境超内涵逻辑。在内涵语境主义思想的指导下，运用代数语义分别基于对语境的不同刻画，给出了两种不同的语境超内涵逻辑，证明了逻辑的可靠性和完全性，运用语境超内涵逻辑部分解决了“分析悖论”难题，提出了将语境处理为范畴的思想。

第 8 章：极小内涵逻辑。以 IMA 语言为对象，给出了一种极小的内涵逻辑，并讨论了其若干扩充系统，证明了这些逻辑的可靠性与完全性，揭示了自然语言语义的共同特征，为自然语言的形式语义提供了更具一般性的框架。

**第三部分：博弈语义**

第 9 章：多主体博弈与多值逻辑。构造了一种特殊的多值逻辑，从而将博弈语义扩展至多值逻辑和多主体博弈，进一步拓展了运用博弈对逻辑语义进行建模的空间。

第 10 章：不完全信息博弈与部分逻辑。通过引入随机行动或伪玩家，给出了部分逻辑(partial logic)的博弈语义，重新考察了 IF 逻辑与博弈之间的联系，给出了将随机行动或伪玩家引入其他逻辑博弈，以及博弈逻辑的方法。

# 目　　录

# II　语境内涵语义



# III　博 弈 语 义

I

# 范畴论语义

范畴论是用于描述一般和抽象结构的数学理论。与集合论不同，范畴论更关心的不是结构中的对象，而是各对象之间的关系。更高阶的范畴论 (higher category theory) 则不但考察对象间的关系，还考察关系间的关系，关系间关系的关系，等等①。

范畴论的基本概念最早由 Eilenberg 和 Mac Lane 于 1945 年提出。范畴论的出现被看成是 20 世纪下半叶的一次数学革命 (Landry and Marquis, 2005)。范畴论之所以强大，原因之一在于其对自身的包容性。例如，函子是范畴间的函数，本来是范畴之外的概念，但它们又可以看成是另一个范畴 (函子范畴) 里的对象，从而又被包含在范畴之中。这种自包容性源于范畴论中的函数 (箭头) 与对象处于平等地位，而不是将函数还原为对象的集合。由于这种包容性，范畴论可以将很多看似不相关的数学概念或结构统一起来，② 从而不但能简化证明 (很多具体数学分支的证明抽象到范畴论下变得极其简单，或成为某个一般结论的推论)，而且为将一个数学领域的知识迁移到另一个数学领域提供了方便。范畴论强大的另一个原因是其对偶性思想。范畴论的对偶原理可以将数学概念和理论简化一半，很多看上去差异巨大的数学结构在范畴论观照下成为对偶概念，从而可以相互借鉴。由于这些特点，运用范畴论可以对逻辑语言给出更加灵活、丰富和统一的形式语义。

对于自然语言而言，内涵性、模糊性、多义性等仍是自然语言语义面临的基本难题。困难的根源在于：现有的以类型逻辑为主要代表的逻辑语义是用函数来解释自然语言的，函数则被归约为集合，而集合论的外延公理和属于关系的确定性使得其难以处理内涵性和模糊性。模糊逻辑和模糊数学在一定程度上改造了经典集合论的属于关系；一些非经典集合论则试图通过抛弃外延公理来刻画内涵现象 (Jubien, 1988)。然而这些改造一方面难以脱离集合论的整体框架，另一方面又舍弃了太多已被经典数学承认的内容，因此其解决方案仍不尽如人意。基于范畴论的方法何以有希望解决这些语言逻辑的难题呢？这是因为，范畴论的基本单位“范畴”不但包括对象，还包括对象

---

① 参见 Baez, 1997。

② 例如，最小公倍数与向量空间的直积这两个貌似毫无关系的概念在范畴论下是同一概念的特例。

之间满足一些基本性质的态射关系，而不像集合论那样将态射关系归约为对象的集合。这就使得范畴论的基本单位比集合论的基本单位在结构上更为丰富，从而更具灵活性和表现力。与基于集合论的语义理论相比，基于范畴论的语义理论有如下优点：

首先，基于范畴论的语义可以包括传统的语义理论。基于标准集合论的一些概念，如塔斯基语义在范畴论中可以获得自然的推广 (Marquis, 2011)。

其次，由于集合是范畴的一种特例，因而基于范畴的语义可以抛弃那些由集合概念决定的特殊要求。例如，外延性是集合论的基本性质，范畴论则可以不必假定外延性，一些在集合论下的非经典逻辑 (如直觉主义逻辑、内涵逻辑) 在范畴论下变成基本的和自然的逻辑 (Ghilardi and Zawadowski, 2002)，一些烦琐的定义也可以在范畴论下得到简化处理。① 这就使得在非经典逻辑的基础上构造为自然语言服务的逻辑语义比原来更加方便和自然。

再次，由于范畴比集合的结构更丰富，被集合抽象掉的性质可以在范畴论中得以表达 (Ellerman, 1988)。例如，在集合论中，一个 sup 格也是一个 inf 格，因此到底用哪一个并无区别，但在范畴论中，sup 格的态射却完全不同于 inf 格的态射，二者的区别是实质性的 (Reyes et al, 1999)。因而范畴论比集合论具有更精细的刻画能力，更适合于处理自然语言。

最后，由于基于集合论的函数被归约静态的集合，因而难于刻画动态性和过程性。相反，态射关系在范畴论中是初始对象，因而在刻画自然语言的动态性上更加容易 (Goldblatt, 1984)。

由于范畴论与集合论在看待事物的基本观点上存在重要区别 [集合论是自底向上的，范畴论则是自顶向下的 (Awodey, 2004)；集合论强调内部构造，范畴论强调外部关系]，因而其对语言逻辑产生的影响或将更甚以往。事实上，范畴论不但可以用来发展形式语义理论，而且在可以用于形式语用学。②

本部分首先介绍了范畴论的基本概念，包括范畴、函子、自然变换、极限及卡氏闭范畴、单群范畴、单子等；其次介绍了基于范畴论的逻辑语义，包

---

① 如 Lambek(1988) 将 Montague 那里的从语法分析树 (范畴语法证明) 到内涵的转换函数，处理为双闭单群函子 (biclosed monoidal functor)。

② 如 Ranalter(2008) 构造了一种基于范畴论语义的语用逻辑。

括一阶谓词逻辑、类型逻辑 (lambda 演算)、子结构逻辑和模态逻辑的范畴论语义；然后综述了基于范畴论的自然语言语义，包括内涵三段论的范畴论语义、非布尔否定的范畴论语义，以及组合性与语境性的范畴论解释；最后介绍了预群语法，以及如何在预群语法的基础上运用范畴论统一组合性语义与分布式语义，并给出了基于组合性分布式语义进行内涵推理的方法。

# 第 1 章 范畴论基础

## 1.1 基本概念

### 1.1.1 范畴

**定义 1.1** (范畴 category) 一个*范畴* $\mathcal{C}$ 由一组对象 Ob$\mathcal{C}$、一组箭头 Ar$\mathcal{C}$ 和一个箭头间的二元运算 $\circ$ 构成，并满足：

(1) 每个箭头 $f$ 都有两个对象 $\mathrm{dom}(f)$ 和 $\mathrm{cod}(f)$，分别称为 $f$ 的域(domain)和协域(codomain)，一个具有域 $A$ 和协域 $B$ 的箭头 $f$ 记作

$$f : A \to B \text{或} A \xrightarrow{f} B$$

(2) 每个对象 $A$ 都有一个*恒等箭头*(identity)$1_A : A \to A$；

(3) 对任意首尾相连的箭头 $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$，存在由运算 $\circ$ 得到的箭头 $A \xrightarrow{g\circ f} C$；

(4) 运算 $\circ$ 满足结合律，即对任意箭头 $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} D$，有

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

(5) 恒等箭头满足：对任意 $f:A\to B$，有

$$f\circ 1_A = f = 1_B\circ f$$

范畴中的箭头也称为态射(morphism)。为简洁起见，有时会省略 $\circ$ 将 $f\circ g$ 直接写为 $fg$。

**注记 1.1**　根据定义，在同一范畴中，每个箭头 $f$ 有唯一域 $\mathrm{dom}(f)$ 和协域 $\mathrm{cod}(f)$；换言之，若两个箭头的域或协域不同，则这两个箭头一定不是同一个箭头。但在不同范畴中，同一箭头可以有不同的域或协域，如后面定义的对偶范畴与原范畴有相同的箭头，但域和协域正好相反。

**例 1.1**　各种具体范畴：

(1) 每个预序 (preorder) 可看作一个范畴；

(2) 每个单群 (monoid) 可看作一个范畴；

(3) 所有集合作为对象和所有集合间的函数作为箭头构成一个范畴，记作**Set**；

(4) 所有单群作为对象和所有单群间的同态映射作为箭头构成一个范畴，记作 **Mon**；

(5) 所有格作为对象和所有格间的同态映射作为箭头构成一个范畴，记作 **Lat**；

(6) 所有域 $k$ 上的 (有限维) 向量空间作为对象和这些向量空间之间的线性映射作为箭头构成一个范畴，记作 $(\mathbf{Fd})\mathbf{Vect}_k$。

**注记 1.2**　在 **Set** 中对函数的理解与通常有所不同。通常把一个函数与该函数的图像等同起来。但从函数图像我们只能确定函数的定义域，而不能确定其值域。换言之，图像相同而值域不同的函数通常被看成是同一个函数；而按照范畴论的观点，它们是不同的箭头。

**定义 1.2** (小范畴 small category)　若 $\mathrm{Ob}\mathcal{C}$ 和 $\mathrm{Ar}\mathcal{C}$ 均为集合，则称范畴 $\mathcal{C}$ 为小的，否则称其为大的 (large)。

**定义 1.3** (局部小范畴 locally small category)　范畴 $\mathcal{C}$ 称为*局部小的*，若对 $\mathcal{C}$ 中的任意对象 $A,B$，所有 $f:A\to B$ 构成一个集合，记该集合为 $\mathcal{C}(A,B)$。

除非特别声明，下面讨论的范畴都是局部小范畴。

**注记 1.3** 单群可以看成是只有一个对象的范畴。反之，只有一个对象的范畴构成一个单群。但需注意的是，单群的论域是一个集合，而范畴里的所有箭头不必构成一个集合。所以，严格来说，与单群对应的并不是只有一个对象的范畴，而是只有一个对象的小范畴。但由于我们通常讨论的范畴都是局部小的，这意味着只有一个对象的范畴也一定是小范畴。所以在这种约定下，单群与只有一个对象的范畴就是对应的。

**定义 1.4** (对偶范畴 dual or opposite category) 范畴 $\mathcal{C}$ 的对偶范畴$\mathcal{C}^{\mathrm{op}}$ 与 $\mathcal{C}$ 相同，除了 $\mathcal{C}^{\mathrm{op}}$ 中的箭头与 $\mathcal{C}$ 中的箭头恰好有相反的方向，即，$f : A \to B \in \mathrm{Ar}(\mathcal{C})$ 当且仅当 $f : B \to A \in \mathrm{Ar}(\mathcal{C}^{\mathrm{op}})$。由此，对偶范畴中的复合运算 $\circ^{\mathrm{op}}$ 与原范畴中的复合运算 $\circ$ 满足如下关系：

$$f \circ^{\mathrm{op}} g = g \circ f$$

**定义 1.5** (乘积范畴 product category) 由范畴 $\mathcal{C}$ 和范畴 $\mathcal{D}$ 构成的乘积范畴 $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ 定义如下：

(1) $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ 中的对象由序对 $(A, B)$ 构成，其中 $A$ 是 $\mathcal{C}$ 中的对象，$B$ 是 $\mathcal{D}$ 中的对象；

(2) $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ 中从 $(A, B)$ 到 $(A', B')$ 的箭头为序对 $(f, g)$，其中 $f : A \to A'$ 为 $\mathcal{C}$ 中的箭头，$g : B \to B'$ 为 $\mathcal{D}$ 中的箭头；

(3) $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ 中的箭头复合运算定义为

$$(f', g') \circ (f, g) = (f' \circ f, g' \circ g)$$

(4) $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ 中的恒等箭头定义为

$$1_{(A,B)} = (1_A, 1_B)$$

**定义 1.6** (逗号范畴 comma category) 令 $G : \mathcal{D} \to \mathcal{C}$ 为给定的函子，$C$ 为 $\mathcal{C}$ 中的对象。考虑所有序对 $(D, f)$，其中 $f : C \to G(D)$，若 $g : G(D) \to G(D')$