稳定性和操纵性飞行试验

W. H. 格拉斯哥 著

飞行力学杂志社

稳定性和操纵性飞行试验

（第 I 卷）

稳定性和操纵性飞行试验理论

W.H.格拉斯哥 著

李树有 全昌业 罗荣增等译

陈启顺 戈 平 董庚寿等校

飞行力学杂志社

内 容 简 介

本书按美国空军飞行试验中心报告（AFFTC-TIH-77-1）翻译而成。该书是由美国空军试飞员学校的教官们编写的，作为学校学员的一门理论教材。飞机《稳定性和操纵性飞行试验》（第Ⅰ卷）一书的主要内容包括：微分方程、运动方程、纵向静稳定性、机动性、横-航向静稳定性、动力学、过失速旋转/尾旋和滚转耦合共八章。

目前我国尚无此类教材。因此该书不仅对空、海军部队、航校、试飞大队和试飞员学校的广大飞行人员是一本难得的教材，而且对于从事飞行试验、飞行力学研究的广大科技人员以及各高等航空院校的师生也是一部有价值的参考书。

稳定性和操纵性飞行试验

W. H. 格拉斯哥 著

李树有 全昌业 罗荣增 等译

陈启顺 戈 平 董庚寿 等校

责任编辑 鲍亚平

编辑出版： 飞行力学杂志社

印 刷： 陕西省富平印刷厂

陕西省新闻出版局书刊登记号：077

·内部发行·

出版说明

《稳定性和操纵性飞行试验》一书，系按美国空军飞行试验中心报告AFF TC—TIH—77—1翻译而成。全书共分两卷，第Ⅰ卷为《稳定性和操纵性飞行试验理论》，第Ⅱ卷为《稳定性和操纵性飞行试验技术》。该书是美国空军试飞员学校的理论教材，其内容紧密结合当代飞机的发展，论述深入浅出。我国目前尚无此类教材，因此该书不仅对广大飞行员是一本难得的教材，而且对从事飞行力学研究的广大科技人员和高等航空院校的师生也是一本有价值的参考书。

参加本书译校工作的是中国飞行试验研究院从事飞机稳定性和操纵性飞行试验研究的工程技术人员。其中参加翻译的人员有：第一章李树有、吴正元，第二章全昌业，第三章罗荣增、李雪琴，第四章刘金生，第五章陈增江，第六章李兴中、陈福明，第七章李树有，第八章李兴中。负责校审工作的是陈启顺、戈平、董庚寿、李志强、宫西卿等同志。全书由李树有同志统校。最后由鲍亚平同志负责校订和统编工作。飞行力学杂志社负责编辑出版事务。

由于水平有限，难免有错，敬请读者批评指正。

飞行力学杂志社

1989年11月

前　言

稳定性和操纵性是航空科学的一个分支，它关系到如何向驾驶员提供具有良好操纵品质的飞机。因为把飞机设计成能满足较主要的性能技术要求时，在稳定性和操纵性方面遇到了一些新的问题。正是这些问题的解决才使稳定性和操纵性这门学科发展到了今天的水平。

本手册是由美国空军试飞员学校的教官们编写的，供学校的稳定性和操纵性部分课程使用。本手册第一卷中的大部分材料是从各种参考书中摘录来的，并且主要是面向试飞员。在第二卷中的有关飞行试验技术和数据处理方法是由加利福尼亚州爱德华空军基地（Edwards Air Force Base，California），空军飞行试验中心（AFFTC）研究的结果。本手册的主要意图是作为我们学校里的一门理论教材使用，但愿对从事稳定性和操纵性试验的同事们也能有所裨益。

美国空军试飞员学校校长，

美国空军上校：

W·H·格拉斯哥

目　录

第 1 章　微分方程

缩写和符号表

符　号	定　义
x, y, z	变量
t	时间，s
p	微分算符，量纲 1/s
j	等于$\sqrt{-1}$ 的常量
ϕ, θ	角常量，rad
e	等于 $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=2.718\ 28\cdots$的常数
x_t, y_t, z_t	微分方程的瞬时解
x_p, y_p, z_p	微分方程的特解(稳态)
$\dot{x}$	圆点记号表示对时间的微分，如 $\dot{x}=\frac{dx}{dt}$
τ	时间常数，s
T_1	半幅时间，s
ζ	阻尼比
ω_n	无阻尼自振频率，rad/s
ω_d	阻尼频率，rad/s
s	拉普拉斯变量，量纲1/s
L	拉氏变换
L^{-1}	拉氏反变换
$X(s)$, $Y(s)$, $Z(s)$	$x(t)$, $y(t)$, $z(t)$的拉氏变换
$\triangleq$	使用的定义符号，例如 $\dot{x}\triangleq\frac{dx}{dt}$意指$\dot{x}$定义为 $\frac{dx}{dt}$

1.1 引　　言

微分方程理论是一门辖域很广的学科，包括从相当简单明瞭的直到抽象的和不那么明瞭的。要研究这门学问,可能花费掉一个人的毕生精力,并且有一些人已经这样做了。而我们既没有这样的时间，恐怕也没有为此而献身的爱好。在学校，我们的目的是要补足能直接适用于工作的那些方面的微分方程理论。

本章讲义论及到分析微分方程需要的工具和方法。这样的方法很容易推广应用于飞机动力学的研究中 。飞行中，一架飞机呈现的运动类似于一个质量一弹簧一阻尼系统的运动(图1.1)。飞机的静稳定性类似于弹簧,惯性矩类似于质量,而气流起阻尼飞机运动的作用。

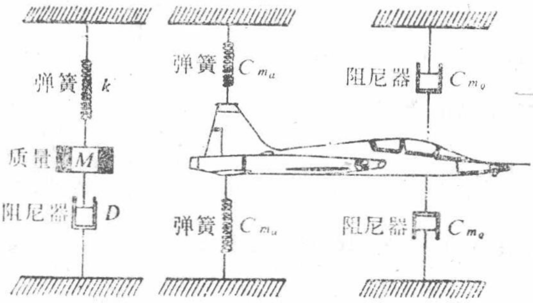

图 1.1

第一节回顾一下基本的微分方程理论。后边各节涉及到算符方法，一阶和二阶系统的分析，拉氏变换的应用和联立方程的解法。

在着手研究之前，得先定义一些在本讲义中要用到的术语。

微分方程—— 包含一个（或多个）因变量以及它们中的一个或多个相对于一个（或多个）自变量的导数的方程。

解—— 满足微分方程的，不含导数的任何函数称为微分方程的解。

常微分方程——只包含相对于单一自变量的导数的微分方程叫做常微分方程 。

阶—— 一个因变量的第n阶导数叫做n阶导数或第n阶导数。微分方程的阶是指出现的最高阶导数的阶 。

次 —— 最高阶导数的指数称为微分方程的次 。

线性微分方程(常规的，单一因变量)—— 在微分方程中，如果因变量及其导数不高于1次，系数不是常数就是自变量的函数，则称该微分方程为线性微分方程。

线性系统—— 任何能用一个线性微分方程描述的物理系统均可称为线性系统。

通解—— 包含n个任意常数的n阶微分方程的解就叫做微分方程的通解。

1.2 基本原理的回顾

在研究算子符号和拉氏变换之前,让我们先来回顾一下解微分方程的更基本的方法。

1.2.1 直接积分

为 求解一个微分方程，我们寻找一个出现在微分方程中的有关变量的数学表达式，把这个表达式看作是上述给定定义下的一个解。第一个设想或启发可能是：因为我们是

用一个包含导数的方程来表示的，因此，其解可能通过反微分或积分来得到 。这种方法移动导数并规定任意常数。

例题

已知：$\dfrac{dy}{dx}=x+4$

改写为

$$dy=(x+4)dx$$

积分

$$\int^{①} dy=\int^{①}(x+4)dx$$

得到

$$y=\frac{x^2}{2}+4x+C \tag{1.1}$$

例题

已知：$\dfrac{d^2y}{dx^2}=x+4$

假设

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy'}{dx}$$

式中：$y'=\dfrac{dy}{dx}$

因此

$$\frac{d(y')}{dx}=x+4$$

或

$$d(y')=(x+4)dx$$

则

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2}+4x+C_1$$

再次积分

$$\int dy=\int\left(\frac{x^2}{2}+4x+C_1\right)dx+C_2$$

得

$$y=\frac{x^3}{6}+2x^2+C_1x+C_2 \tag{1.2}$$

方程(1.1)和(1.2)就是早先叙述的定义下的通解。

生活中有很多令人失望的事情，我们立刻就可以知道，这种直接应用积分的方法在许多情况下将不能求解。

---

① 原文漏印了此处的积分符号“∫”，现已更正。

例题

$$2xy+(x^2+\cos y)\frac{dy}{dx}=0 \tag{1.3}$$

或

$$dy=\frac{-2xy\,dx}{(x^2+\cos y)} \tag{1.4}$$

我们无法完成方程(1.4)右端项的积分，然而方程(1.3)能够利用直接积分的方法解出($x^2+\sin y=C$是一个通解①)。我们特别强调“技巧”这个词，因为解可能依赖于新奇的方法、特殊组合、或“巧妙的排列”，或许还要靠点小聪明或用点怪着。前者要求广泛的经验和完备的训练，而后者的才能很少是生来就赋予的。我们将研究几种容易解的并且在物理学问题的分析中具有广泛应用价值的特殊微分方程。

1.2.2 一阶微分方程

我们将简要地研究一下一阶微分方程。假定我们把这样的一种方程表示为:

$$P(y',\ y,\ x)=0$$

式中: $y'=dy/dx$

这是数学家们使用的简单标记，表明微分方程含有一个自变量x，一个因变量y以及y对x的导数 。这个方程可以包含微分形式的导数。

例题

$$\frac{dy}{dx}=x+y \qquad 3x\,dx+4y\,dy=0$$

$$y'=\frac{x-y}{x+y} \qquad \frac{dy}{dx}=\frac{x-y\cos x}{\sin x+y}$$

一阶微分方程可以通过下列方法求解

1.分离变量并直接积分。

2.找出精确形式并直接积分。

3.找出一个能使方程精确的积分因子(假想因子)。

4.为运用方法1或2，或者两者的组合，对各项进行检验，重新组合等等。

这些方法在所有初等微分方程课本中均有充分论述。下面将给出对方法1和2的简短回顾。

1.2.2.1 分离变量

当一个微分方程可以表达成如下形式时:

$$f_1(x)dx+f_2(y)dy=0 \tag{1.5}$$

其中，一项只包括x的函数和dx，而另一项仅包含y的函数和dy，这样的变量是可分离

① 原文可能有错，此式应为($x^2y+\sin y=C$)。

的变量。因此，方程(1.5)的解可以用直接积分得到

$$\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(y)\mathrm{d}y=C \tag{1.6}$$

式中C为一个任意常数。注意，一个一阶微分方程有一个任意常数。通常，任意常数的个数等于微分方程的阶数。

例题

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{x^2+3x+4}{y+6}$$

$$(y+6)\mathrm{d}y=(x^2+3x+4)\mathrm{d}x$$

$$\int(y+6)\mathrm{d}y=\int(x^2+3x+4)\mathrm{d}x+C$$

$$\frac{y^2}{2}+6y=\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+4x+C$$

1.2.2.2 精确微分方程

联结两个变量$f(x, y)$中的每一个相应可 微 分的函 数所具有的一种表达式称为它的全微分，即

$$\mathrm{d}f=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y \tag{1.7}$$

相反地，如果微分方程

$$M(x, y)\mathrm{d}x+N(x, y)\mathrm{d}y=0 \tag{1.8}$$

具有下述特性

$$M(x, y)=\frac{\partial f}{\partial x} \text{ 和 } N(x, y)=\frac{\partial f}{\partial y}$$

那么，它以可按如下形式写出

$$\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y=\mathrm{d}f=0$$

由此，可以得出结论

$$f(x, y)=C$$

是一个解。这类方程叫精确方程，因为,按照实际情况,它们的左边部分是精确的微分。

微分方程

$$M(x, y)\mathrm{d}x+N(x, y)\mathrm{d}y=0$$

是精确的，只有当且仅当

$$\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x} \tag{1.9}$$

如果微分方程

$$M(x,y)\,\mathrm{d}x+N(x,y)\,\mathrm{d}y=0$$

是精确的，那么对所有的k值

$$\int_a^x M(x,y)\mathrm{d}x+\int_b^y N(a,y)\mathrm{d}y=k \tag{1.10}$$

均是这个方程的一个解。

例题

证明方程

$$(2x+3y-2)\mathrm{d}x+(3x-4y+1)\mathrm{d}y=0$$

是精确的，并且求通解。

应用检验标准，我们发现

$$\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial(2x+3y-2)}{\partial y}=3$$

$$\frac{\partial N}{\partial x}=\frac{\partial(3x-4y+1)}{\partial x}=3$$

因为两个偏导数相等，所以这个方程是精确的。它的解可用方程（1.10）的方法求得。

$$\int_a^x(2x+3y-2)\mathrm{d}x+\int_b^y(3a-4y+1)\mathrm{d}y=k$$

$$(x^2+3xy-2x)\Big|_a^x+(3ay-2y^2+y)\Big|_b^y=k$$

$$(x^2+3xy-2x)-(a^2+3ay-2a)$$
$$+(3ay-2y^2+y)-(3ab-2b^2+b)=k$$

$$x^2+3xy-2x-2y^2+y=k+a^2-2a+3ab-2b^2+b=K$$

1.2.2.3 一阶线性微分方程

我们通过研究下列形式的方程来结束一阶微分方程的讨论

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+R(x)y=0 \tag{1.11}$$

式中$R(x)$可以是一个常数，为了求解，仅仅分离变量

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}+R(x)\mathrm{d}x=0$$

积分

$$\int\frac{\mathrm{d}y}{y}=-\int R(x)\mathrm{d}x+C'$$

式中： $C'=\ln C$