

精辟的见解，专业的建议，真实的案例

波动率曲面

期权波动率建模实战指南

[美] Jim Gatheral 著

陈思 译



The Volatility Surface
A Practitioner's Guide

波动率曲面建模于实际中的应用
衍生品定价领域全新理论，期权市场交易实践

波动率曲面

期权波动率建模实战指南

[美] Jim Gatheral 著
陈思 译

The Volatility Surface
A Practitioner's Guide

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书可以帮助读者快速了解期权定价领域最新的理论，熟悉权益类衍生品市场的历史和交易实践。这是一本写给实践工作者的实战性书籍，本书的前半部分侧重于构建理论架构，后半部分则面向实际应用：

- 包含了 Heston 模型的详细推导过程，解释了很多流行的模型，如：SVJ, SVJJ, SABR 和 CreditGrades；
- 讨论了多种类型的奇异期权的特征，从简单的障碍期权到特别奇异的拿破仑；
- 通过对最新研究成果的完美呈现，详细介绍了波动率衍生品；
- 通过对真实交易的到期债券的案例研究，检验了奇异凯利合约的表现。

The Volatility Surface: A Practitioner's Guide, 978-0471792512, Jim

Copyright © 2006 by Jim Gatheral. All rights reserved.

This translation published under license.

No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of John Wiley & Sons, Inc.

Copies of this book sold without a Wiley sticker on the back cover are unauthorized and illegal.

本书简体中文字版专有翻译出版权由美国 John Wiley & Sons, Inc. 公司授予电子工业出版社。未经许可，不得以任何手段和形式复制或抄袭本书内容。

本书封底贴有 John Wiley & Sons, Inc. 防伪标签，无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字：01-2014-5124

图书在版编目（CIP）数据

波动率曲面：期权波动率建模实战指南 /（美）吉姆·盖斯勒尔（Jim Gatheral）著；陈思译. —北京：电子工业出版社，2017.10

（Broadview 财富管理）

书名原文：The Volatility Surface: A Practitioner's Guide

ISBN 978-7-121-32639-4

I. ①波… II. ①吉… ②陈… III. ①期权交易—指南 IV. ①F830.91-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 215658 号

责任编辑：高洪霞

印 刷：三河市双峰印刷装订有限公司

装 订：三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：720×1000 1/16 印张：11 字数：188 千字

版 次：2017 年 10 月第 1 版

印 次：2017 年 10 月第 1 次印刷

定 价：59.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）51260888-819，faq@phei.com.cn。

中文版序言

对风险的认识和管理贯穿整个人类金融发展史。无论风险管理的工具和手段有多么复杂和精细，风险管理的方法本质上都归为风险的分散和转移两种方式。投资组合理论是风险分散的典型实践应用，而期权的出现则为风险转移提供了条件和工具。在 300 多年前的欧洲，作为风险转移的有效机制，海运保险和财产保险的产生大大促进了国际贸易和工业生产，进而推动经济社会的发展；期权市场的出现则为全球金融市场的风险转移提供了有序、高效而透明的市场机制，也进一步推动了全球金融市场的演化和进步。从全球金融市场发展的普遍经验来看，一个稳定而富有弹性的金融市场必须以高效的风险定价和转移机制为基础，而期权市场正是这个必备基础的核心要件。

我国的资本市场经过二十多年的发展，已经取得了显著的成果，目前股票市场规模已经仅次于美国，位列全球第二。然而，我国金融衍生品市场的发展才刚刚起步，不仅与成熟市场国家有较大的差距，在发展节奏上也落后于印度、巴西、南非、俄罗斯等新兴市场国家。和国外市场一样，我国建设完善稳定的资本市场也离不开高效的金融衍生品市场。期权必然是我国金融衍生品市场发展的下一个重点。

作为非线性特征的产品，期权和期货、股票等线性产品最明显的区别在于期权比线性产品增加了波动率维度。期货等线性产品是在价格和时间的二维平面里面交易的；而期权多出的波动率维度把我们带入了神奇的三维立体空间。了解期权的人都知道决定期权价格最重要的因素是对标的资产波动率的预期。正是这个波动率维度，让我们摆脱了二维平面的束缚，增加了交易的自由度和选择性，但同时也增加了定价的复杂性。BS (Black-Scholes) 模型为我们提供了非常优雅和简单的期权定价解决方案，很多金融界的从业人员把 BS 模型奉为“金融界的牛顿万有引力定律”。但是，BS 模型中有很多条件假设在现实世界中是无法成立的。例如，1987 年股灾发生后，很多业界专家发现了期权隐含波动率的“微笑”曲线，认识到波动率并不是一个恒定的值。很多充满好奇心并且勇于探索的学术界和从业人员在不断挑战 BS 模型的有效性，并且在强大的数学工具帮助下探寻更加精

细化的数学模型来定价期权。这些模型摆脱了 BS 模型有关波动率在一定期限内是不变的和不同行权价格期权的波动率是相同的等与现实世界不符的前提假设，采用波动率曲面的模型来优化和更加准确地为期权定价。这些波动率曲面的模型成功地把波动率微笑和波动率本身的随机性等特征刻画出来，计算的结果更加接近现实世界中期权的交易价格。

期权把交易的维度从价格方向扩展到波动率维度（从泰勒公式的一阶到二阶），交易的复杂性大大提升，对复杂数学工具的依赖性也不断提升。行之有效的期权定价模型是期权交易的基础，而波动率曲面模型则是期权定价的核心。波动率曲面模型是通往期权定价之门的钥匙，各类期权市场的参与者，包括做市商、套保投资者、套利交易者、投机者都需要有效的波动率曲面模型来提供定价参考。没有这把钥匙参与期权交易无异于蒙着眼睛在车流繁忙的大街上行走，行程将会危机四伏。从 1973 年 BS 模型诞生到现在学术界对波动率模型和波动率曲面进行了持续不断的探索，产生了大量的研究成果，但是由于在计算和参数设置上较为复杂，这些成果在业界的运用受到较大限制。在业界，由于波动率模型的选择和实施是一个机构的核心竞争力，很少有专家把波动率模型的方法和细节公布于众，因此，有关探讨在实际交易中行之有效的波动率模型教材并不多见。2006 年，作为研究波动率模型的权威学者和业界专家，Jim Gatheral 博士把他在纽约大学教授波动率曲面模型课程的讲义编成书出版，学界和业界就有了一本非常贴近实践运用的优秀教材。由于 Jim 长期在投行自营交易一线从事研究和交易工作，他的视角和对模型的探索成果对参与市场的从业人员非常有参考价值。

本书的中文版译者陈思博士在读博期间就把研究方向集中于波动率曲面这个很有挑战性的课题，她敏锐地发现这本贴近实践的教材对于我们国家刚刚起步的期权市场存在巨大的参考价值，并且花费了大量心血把这本书翻译成中文带给国内的读者。希望这本书的中译版能够给中国学术界和业界人士提供一个急需的学习资料，拓宽视野和启迪思维，推动我们国内学术与业界在期权定价方面的深入研究和探讨，促进国内期权市场的健康平稳发展。

最后，我想提醒读者一点，期权交易是科学也是艺术，定价模型只能解决期权定价中的一部分带有科学属性的问题。与其他市场一样，期权市场的价格是由所有市场参与者共同作用和相互作用形成的，全面深入理解期权的定价还需要仔细考虑市场规则、投资者结构、投资者行为和市场情绪等重要因素，而有效的波

动率模型仅仅是提供了一个理解和定价期权市场的标尺，这是一个解决问题的工具和开始，而不是解决方案。在实际运用中，也并不是越复杂和精细化的定价模型越好，经验丰富的期权交易员总是在模型的精细化和便利性两个方面做好平衡。同样地，我希望这本书是你进一步深入探索期权定价的一个良好起点，从这里出发开启探寻定价期权金钥匙之路，尽管你会发现旅程的终点似乎永远都遥不可及，但是会感受到探索之旅的过程趣味无穷、美丽至极。欢迎你来到奇妙的期权世界！

王琦

2017年7月

引 言

(一)

吉姆·盖斯勒尔 (Jim Gatheral) 在纽约大学柯朗研究所开了 6 次关于波动率建模的课程，慢慢形成了这本讲义。吉姆 2000 年写下这些公式，经过了 6 年的修改终于形成了 2006 年春天的这个版本，我见证了整个过程，并且深深地被这本书吸引了。就像酿酒一样，要反复提炼才能酿出好酒。这本书整整修改了 7 次，经过一次又一次的修改，它变得更简洁明了、思路更清晰。这本书的绝妙之处在于它的内容恰到好处，既实现了最大程度的简洁，又涵盖了所有关键的知识点，没有过于冗长也没有过于片面，切中要点却没有过分地炫耀自己的专业技术。

这门课开课之后迅速走红。第二年，学校的工作人员就开始抱怨了，因为有太多的业界工作者来免费旁听，以至于交学费的学生们都没有位置坐。到了第三年、第四年，这本书就开始在老师之间传阅，变成了一本标准教程。吉姆对随机波动率和局部波动率的处理方式已经成为一种标准。

我和吉姆商量好去听对方的课，比起普通的听课者，我们更像是对方的合作讲师。我们经常质疑对方，以确保每个知识点都没有争议，在其他参加这个课程的教员看来，我们对每个细节都吹毛求疵，好像是故意来砸对方场子的。有的时候我们会因为讨论问题过于激烈而变得不理智，学生们很快就从吉姆那里知道了我喜欢白酒配红肉的嗜好，我也不甘示弱，嘲笑他说法语的时候会有很奇怪的苏格兰口音。后来，我在其他学校开了这门课，那时我才真正意识到这门课的价值，所以我又回去听他讲了很多次。

(二)

吉姆和其他量化分析师的不同之处在于，对于大多数量化分析师来说，模型在一定的限制条件下提供了对资产价格动态过程的一种表示。出于某种原因，商学院的教授们倾向于认为模型是对现实的一种自上而下的统计假设。这种观点在

那些没有实际的风险管理经验的人中也很流行。

但是，吉姆不一样，他既做过量化分析师，又做过交易员。在他看来，随机波动率模型的作用不应该像大多数人那样理解。这些模型并不是对现实世界的、自上而下的、教条式的表示，而是保证所有产品都在一个统一的框架下被合理定价的工具，也就是要满足无套利的定价规则。任何机构或个人都不能通过用其他金融工具复制某个金融工具而获利。举个例子，一个模型应该保证欧式看涨期权和欧式数字期权定价的一致性。一个好的模型应该满足无套利原理，同时又没有过多的限制条件。

在他的启发下，我意识到了下面的问题。听他的课到大概第五次的时候，我意识到这个世界需要曼德尔布罗幂律或者可扩展性分布，我发现吉姆用来构建波动率曲面的模型和这些分布是一致的。如何做到这一点呢？你只需要选定某种特殊的方式来提升虚值期权的波动率，波动率曲面就和扩展的幂律保持一致了。

吉姆·盖斯勒尔是个天生的数学家，他非常有天分。听他的课时，你会非常明显地感觉到，他可以毫不费力、自然而然地流露出技艺的精湛，意大利语中，这种状态叫“sprezzatura”。看了这本书，我的这种感触更深了，因为这本书是用LaTeX排版过的，比看他糟糕的板书更加清楚。

——纳西姆·尼古拉斯·塔勒布^①

^① Nassim Nicholas Taleb, *Dynamic Hedging and Fooled by Randomness* 的作者。

前 言

自从 Black-Scholes 期权定价公式出现之后，对隐含波动率的研究就成了学术界和业界的研究热点。大家都知道，Black-Scholes 模型算出的期权价格往往和实际有偏差，因为模型假设违背市场实际情况。Black-Scholes 模型假设隐含波动率（将期权市场价格带回 Black-Scholes 公式倒推出的波动率）是一个常数，实际上隐含波动率是和期权的到期时间、执行价格相关的，所有这些隐含波动率的集合被称为波动率曲面。

这本书的重点在于对波动率曲面的理解，也就是：为什么期权是这样定价的，以及股票收益率是如何影响期权的定价的。

人们一贯认为定价（Pricing）比对冲重要，可是实际上对冲（Hedging）和复制（Replication）才是实现产品收益的过程。从某种程度上讲，定价确实是关键，因为对冲过程只影响产品收益的分布情况，而不影响产品的期望价值。一般情况下，再精妙的对冲也无法弥补定价错误。这是因为，从某种角度来看，对冲是比定价更复杂、更需要技术含量的事情。

这本书介绍了很多模型，不同的模型假设了不同的动态过程，对这些动态过程的检验是帮助读者建立建模直觉的关键。这本书的目的并不是单纯地罗列结果，而是教会读者如何进行思考以及如何解决各个领域中的实际问题。读完这本书，读者会了解大量最新的期权定价理论，也能够体会出股票衍生品市场在历史上、在实践中到底是如何交易的。这本书的内容与衍生品的交易、营销、定价、对冲和风险管理息息相关，读者若能有幸理解其中真谛，定会受益匪浅。

正如书名所示，这本书是一个经验丰富的业界工作者写给业界工作者的指南。这本书还给出了 Heston 模型的详细推导，同时解释了其他一些非常著名的模型，例如：SVJ 模型、SVJJ 模型、SABR 模型和 CreditGrades 模型。读者还会了解到奇异期权的知识，从最简单的障碍期权（Barrier Option）到非常复杂的拿破仑（Napoleon）奇异期权。这本书的部分内容讲述了如何用未来可能的波动情况的加权平均来表示隐含波动率（Implied Volatility）。这种表示隐含波动率的方式可以帮

帮助大家理解不同模型假设对波动率曲面动态 (Dynamics of Volatility Surfaces) 及波动率曲面形状的影响, 其中波动率曲面动态是量化分析师和交易员都很感兴趣的问题。书中还介绍和解释了很多实践中的结论与技巧。最后一章详细地介绍了时下非常热门的波动率衍生品 (Volatility Derivatives)。

这本书对学术界也非常有用, 它是现阶段研究波动率建模的指南, 同时让学者们了解到他们的理论在实际中到底是如何应用的。相比于学术界工作者, 业界工作者的优势是: 他们不需要担心他们的成果是否被他人关注和认可。这本书从一个业界工作者的角度讲述了在实践当中什么是被关注的、有用的。

总之, 我希望大家都能从这本书中学到有用的东西, 无论是学术界工作者还是业界工作者。

我在纽约大学柯朗研究中心开了一门波动率建模的课程, 选修过这门课程的人一定对这本书的目录非常熟悉。我希望即使是一直在听我的这门课程的人也能从这本书中得到有价值的东西。在这本书中我又补充了一些资料, 插入了一些图解和注释, 还加了索引。

这本书的前身是一门金融数学三个学期的硕士项目的课程讲义, 这门课程是针对最后一个学期的硕士在读学生的。这个项目的学生本科时的专业一般都和量化相关, 比如: 数学、物理、工程学。有一些学生已经在业界工作了, 他们参加这个项目的学习是为了加深对工作上需要用到的数理知识的理解; 另一些学生来学习必要的数学和金融背景知识, 为后面进入金融领域工作做准备。到了三个学期, 学生们已经学过了金融数学、计算科学、基本的概率理论和随机过程。

由此可见, 要充分理解这本书的内容, 读者需要掌握一定的期权定价理论和金融市场知识, 这些知识可以参考 Wilmott (2000)。关于数学、基础的概率理论和随机积分的知识, 可以参考 Neftci (2000) 或者 Mikosch (1999)。然而, 我更希望即使不懂公式的推导过程, 读者在信任这些公式的可靠性的情况下, 也能够理解我对模型的解释。

这本书的内容安排

这本书的前半部分, 从第 1 章到第 5 章, 重点介绍了理论框架的建立。后面的章节侧重于实际应用。但是这种分界并不明显, 前面几章也有实际应用的东西,

波动率曲面：期权波动率建模实战指南

后面的章节也会涉及理论构建的内容。这反映出，理论与实践是分不开的，一个业界工作的量化分析师既要懂理论，又要知道如何在实践中运用这些理论。

第 1 章，解释了随机波动率（Stochastic Volatility）和局部波动率（Local Volatility），证明了局部方差（Local Variance）是瞬时方差（Instantaneous Variance）在风险中性（Risk-Neutral）测度下的期望，这个结论在后面的章节中会反复用到。

第 2 章，介绍了时至今日仍然非常受欢迎的 Heston 模型，并且推导了 Heston 模型下的欧式期权定价公式。除此之外，还讲了如何模拟（Simulate）Heston 模型。

第 3 章，给出了隐含波动率关于局部波动率的表达式，这个表达式非常有用，对建立波动率建模的直觉很重要。结合这个表达式，我们推导出了 Heston 模型生成的隐含波动率曲面的一些性质，并且将 Heston 模型生成的隐含波动率曲面与实际中观察的标准普尔 500 指数期权隐含波动率曲面进行了对比。通过对比，我们得到的结论是：随机波动率模型并不能完全地刻画市场实际情况。

第 4 章，给定了 Heston 模型中的几个参数，选定 $\rho = -1$ 的情况，这种情况最开始被 Heston 和 Nandi 研究过。我们证明了，在这种情况下，第 3 章中得到的关于隐含波动率的近似公式表现得非常好。结论是，我们可以通过合理地设定局部波动率和随机波动率模型的参数，使得它们得到的欧式期权价格是一样的。为了说明模型对不同假设条件的依赖性，我们在后面的章节中会重复地使用这些参数。

第 5 章，探讨了如何对跳（Jumps）进行建模。开始，我们讨论了为什么要在模型中加入跳。随后，我们引入特征函数（Characteristic Function）技术，并介绍了如何用这种技术计算带跳的模型的隐含波动率。最后，我们得到的结论是，SVJ 模型（股票价格动态过程中带跳的随机波动率模型）产生的波动率曲面能描述市场实际波动率曲面的大部分特征。在这一章中，我们主要描述了跳是如何影响波动率曲面的形态的。

第 6 章，把关于跳的结果应用到 Merton 的跳违约模型（Jump-to-Ruin Model of Default）上。另外，我们还介绍了 CreditGrades 模型，顺便提及了资本结构套利，也开始涉及实际交易中的一些不理想的情况，解释了做市商是如何产生巨大亏损的。

第 7 章，检验了波动率曲面的渐进性质（Asymptotic Properties），说明了所有随机波动率和带跳的随机波动率模型生成的波动率曲面的形状基本相同。

第 8 章，展示了如何从波动率曲面的时间序列数据中提取出波动率的动态，并且说明了为什么局部波动率模型产生的波动率曲面动态（Dynamics of the Volatility Surfaces）与实际情况背离。

第 9 章，我们介绍了各种障碍期权（Barrier Option），并且通过研究两种简单的极限情况帮读者建立直观的感觉。我们用随机波动率模型和局部波动率模型计算了障碍期权的相对价值，并验证了我们的直观感觉。这一章还介绍和运用了反射原理（Reflection Principle）、准静态对冲（Quasi-Static Hedging）的概念和平价公式（Put-Call Symmetry）。

第 10 章，仔细地研究了三个已经到期的凯利（Cliquet）奇异期权的交易费用，这样我们就可以进一步探索定价和事后的表现了。我们特别研究了局部封顶（Locally Capped）和全局封底（Globally Floored）凯利，反转凯利（Reverse Cliquet）和拿破仑（Napoleon）。经常关注财经新闻的人肯定知道，这些产品让一些经销商非常头疼。

第 11 章，是全书篇幅最长的一章，这一章重点介绍了如何对标的（Underlying）为二次变差（Quadratic Variation）的产品进行定价和对冲。在这一章中，我们呈现了金融数学领域最优雅和强大的结果，并从某些角度解释了为什么波动率衍生品市场（Volatility Derivatives）会具有惊人的活跃度和流动性。

轻松注册成为博文视点社区用户（www.broadview.com.cn），扫码直达本书页面。

- **提交勘误：**您对书中内容的修改意见可在 [提交勘误](#) 处提交，若被采纳，将获赠博文视点社区积分（在您购买电子书时，积分可用来抵扣相应金额）。
- **交流互动：**在页面下方 [读者评论](#) 处留下您的疑问或观点，与我们和其他读者一同学习交流。

页面入口：<http://www.broadview.com.cn/32639>



鸣 谢

我要感谢的人比我在这里列出的还要多很多，这么多年来他们给予我很多帮助、支持和鼓励。首先，我要感谢我之前的同事们，特别是在美林做量化分析师的同事。其次，作为一个业界工作者，我还要感谢那些公开他们研究成果的学术界工作者和业界工作者，他们的研究成果让我受益匪浅。除了这本书中引用的参考文献，还有很多人在这个领域做了非常大的贡献，并且对我产生了很大的影响。对于那些我没有明确地引用你们成果的人，我也非常感谢你们。

下面，我要特别感谢那些对这本书的撰写产生了直接帮助的人：纳西姆·塔勒布，是我在柯朗研究所的合作讲师，我和他之间的讨论帮我重塑了我的演讲内容。彼得·卡尔，布鲁诺·杜派和马可·阿韦亚内达给了我很多有用的建议。感谢尼尔·可莱丝分享了一些好的写作技巧，并且介绍我来柯朗研究所讲课。我还要感谢彼得·弗雷兹，他是我曾经的助教，现在在剑桥统计实验室做讲师，彼得非常仔细地看了我的讲义，经常给我一些修正和改进的建议。如果没有他，估计就不会有这本书。还要感谢他和布鲁诺·杜派校阅了这本书最新的手稿，并给了我很多有价值的建议。还要感谢 Wiley 出版社的编辑帕梅拉·范·吉森，珍妮弗·麦克顿和托德·特德斯科。如果这本书有什么纰漏，一定是我的原因。

最后要感谢由纪子和绫子对我的包容。

目 录

第 1 章 随机波动率和局部波动率	1
1.1 随机波动率	1
1.2 局部波动率	7
第 2 章 风险均衡原理简介	16
2.1 动态过程	16
2.2 Heston 模型下的欧式期权定价公式	17
2.3 Heston 模型下特征函数的推导	21
2.4 Heston 模型的仿真模拟	22
第 3 章 隐含波动率曲面	26
3.1 从隐含波动率到局部波动率	26
3.2 Heston 模型的局部波动率	33
3.3 Heston 模型的隐含波动率	35
3.4 标准普尔 500 指数期权的隐含波动率曲面	37
第 4 章 Heston-Nandi 模型	44
4.1 Heston-Nandi 模型的局部方差	44
4.2 数值例子	45
4.3 结果讨论	50
第 5 章 引入跳过程	51
5.1 为什么需要引入“跳”	51
5.2 跳扩散 (Jump Diffusion)	53
5.3 特征函数方法	56
5.4 随机波动率加跳	65

第 6 章 违约风险建模	72
6.1 Merton 的违约模型	72
6.2 资产结构套利	74
6.3 跳灭模型中的局部和隐含波动率	77
6.4 违约风险对期权价格的影响	79
6.5 CreditGrades 模型	81
第 7 章 波动率曲面渐近	85
7.1 剩余到期时间较短的情况	85
7.2 Medvedev-Scaillet 的结果	87
7.3 加入跳	90
7.4 剩余到期时间较长的情况：Fouque、Papanicolaou 和 Sircar	92
7.5 极小的波动率的波动率：Lewis	93
7.6 执行价的极值：Roger Lee	94
7.7 渐近性总结	97
第 8 章 隐含波动率曲面动态	98
8.1 随机波动率模型下的波动率倾斜动态	98
8.2 局部波动率模型下的波动率倾斜动态	99
8.3 随机隐含波动模型	100
8.4 数字期权和数字 Cliquets	100
第 9 章 障碍期权	104
9.1 定义	104
9.2 特殊情况	105
9.3 反射原理	106
9.4 回溯对冲法	109
9.5 平价公式	109
9.6 准静态对冲和定性估价	110
9.7 针对离散监测的调整	113
9.8 巴黎期权	115
9.9 障碍期权的应用	116

9.10 结论	116
第 10 章 奇异凯利期权	117
10.1 局部封顶、全局封底凯利	117
10.2 反向凯利	120
10.3 拿破仑	122
第 11 章 波动率衍生品	127
11.1 一般的欧式收益结构概览	127
11.2 方差和波动率互换	130
11.3 波动率衍生品定价	139
11.4 基于二次变差的交易所交易衍生品	148
11.5 总结	153
参考文献	154

第 1 章 随机波动率和局部波动率

这一章，作为研究波动率曲面（Volatility Surface）的第一步，我们介绍了随机波动率（Stochastic Volatility）模型，随机波动率的意思就是波动率服从一个随机过程。之后，我们证明了局部方差（Local Variance）是瞬时方差（Instantaneous Variance）的条件期望。所以，有时候我们计算某些值（比如：期权价格）的时候，感觉未来的波动率像是确定的而不是随机的。

1.1 随机波动率

如果你仔细观察一下股票市场上波动率曲面的实际情况，就能够理解为什么要用一个随机变量来表示波动率了。举个最有标志性的例子，就是 1987 年 10 月的股票市场崩盘。尽管 Black-Scholes 模型用非常简洁的方式给出了期权价格，鉴于其假设条件的局限性，选择这个模型并不明智。

随机波动率模型非常有用，因为这些模型用自成体系的方式解释了为什么同一标的、不同到期时间、不同执行价格的期权有不同的隐含波动率（Implied Volatility），我们称这种现象为“波动率微笑（Volatility Smile）”。与其他刻画波动率微笑的模型（比如：局部波动率模型）不同，随机波动率模型对标的资产动态的假设更加符合实际。随机波动率模型假设波动率服从一个随机过程，所以很多人指责这类模型没有固定的状态，任何一种状态都是临时的。相反，我们其实可以把随机波动率模型看作从属于一个随机时钟的布朗运动（Brownian Motion）。这个时钟的每一个时刻相当于某个交易时刻，每个交易时刻有不同的交易量和交易频率（Clark 1973）。这背后的想法就是，随着交易行为的变化，波动率也会变化，所以波动率是随机的。

从对冲的角度来讲，如果交易员选择用 Black-Scholes 模型，在对冲过程中，为了和市场上的价格数据保持一致，就必须不停地修改关于波动率的假设。这样一来，交易员定价和对冲过程中的不同时刻使用的模型都是不一样的，不符合模型的一致性；而且对冲比率（Hedge Ratio）也会以一种无法控制的方式变化。随机波动率模型的出现就解决了这个问题。