

数学与人文
· 第十七辑

数学的艺术

主编 丘成桐 刘克峰 杨乐 季理真
副主编 李方

高等教育出版社

Mathematics & Humanities



数学的艺术

SHUXUE DE YISHU

主 编 丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真
副主编 李 方

高等教育出版社·北京

International Press

图书在版编目(CIP)数据

数学的艺术 / 丘成桐等主编. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 7

(数学与人文; 第 17 辑)

ISBN 978-7-04-042812-4

I. ①数… II. ①丘… III. ①数学-普及读物
②艺术-普及读物 IV. ①O1-49②J-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第105708号

Copyright © 2015 by

Higher Education Press Limited Company

4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and

International Press

387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143 U.S.A.

出品人 苏雨恒

总 监 制 吴 向

总 策 划 李冰祥

策 划 赵天夫

责任编辑 李华英

书籍设计 王凌波

责任校对 胡美萍

责任印制 田 甜

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街 4 号

邮政编码 100120

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landaco.com>

<http://www.landaco.com.cn>

印 刷 三河市吉祥印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 9.75

字 数 180 千字

版 次 2015 年 7 月第 1 版

印 次 2015 年 7 月第 1 次印刷

定 价 25.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 42812-00

丛书编委会

主 编 (按姓氏笔画排序):

丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏笔画排序):

丁夏畦 万哲先 王 元 石钟慈 齐民友 吴文俊 张景中
陆启铿

编 委 (按姓氏笔画排序):

于 靖 马绍良 王仁宏 王则柯 王善平 井竹君 田 野
冯克勤 曲安京 朱熹平 刘献军 许洪伟 孙小礼 严加安
李文林 李 方 李建华 杨 静 肖 杰 吴 杰 沈一兵
张英伯 张顺燕 张海潮 张奠宙 周 坚 郑方阳 郑绍远
胡作玄 姚恩瑜 袁向东 顾 沛 徐 浩 翁玉林 黄宣国
康明昌 蔡文端

责任编委:

李 方

丛书编辑部 (按姓氏笔画排序):

邓宇善 杨 静 赵春莉

合作单位:

中国科学院晨兴数学中心

浙江大学数学科学研究中心

丘成桐数学科学中心

《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然做出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基本理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一个很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、电脑的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在 2000 年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆，意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情，我希望这套丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

前言

李 方

本卷的组稿过程是在一种顺其自然的状态下完成的，当初并没有在一个完全确定的主题指导下来做。但当我们完成组稿后，发现本卷的不少文章的一个共性，就是让我们看到了对于数学的艺术性的探讨。我们不觉得这完全是巧合，因为数学本来就是一种艺术，这也是丛书称为《数学与人文》的蕴含意义之一。

熟悉丘成桐教授的读者可能知道他在数学的人文和艺术性方面已有一系列的阐述。以文学特别是诗词形式表达数学和数学人物思想的虽并不鲜见，但丘教授在这方面如同他在数学上的成就，以其独特和恢弘的气度，为业界同行所称道。不妨读唱一下他在本卷的《书院院歌》，你是否会有同感？在本卷开篇《数理与人文》中，丘教授将数理科学与人文艺术的关系，从逻辑方法的类比到终极目标的共性等，都做了精彩论述，并指出了如何提高中国数学的原创性。

相比于代数学的抽象让人畏惧，拓扑学有其独特的优势，因为它的很多想法和研究对象直接来源于生活中对于物体几何形变的体验。但要让非数学家来理解其中的美妙和思想，也是殊为不易的。新加坡国立大学吴杰教授作为一个拓扑学家，第一次应邀为丛书撰稿，洋洋二十多页的长文《拓扑的艺术——中国结与纽结论》，显示了他对数学艺术性的独特感受，以及在研究之余，对于数学普及的热切心情。他从中国传统文化符号之一的中国结作为切入点，拉近了拓扑这门数学与每个人的距离，也让读者能体会到数学家在这个领域的思想精髓。这篇文章是对数学艺术性的很好的诠释。

那么是否有哪个艺术门类，其本身的原理就基于数学？《音乐中的二面体群作用》和《折纸艺术与偏微分方程》两文，分别告诉我们，音乐这个艺术中的王者和折纸这样似乎“小儿科”的艺术，它们的共性恰恰在于各自蕴含的数学原理。也许从这两篇文章我们可以说，要在更高的制高点上来玩音乐抑或折纸，除了需要艺术的感觉，多懂点数学会给你带来意想不到的优势。

在“数学人生”栏的《回首来时路》，李天岩教授回顾了从大学入学到后来的成功，让同为那个时代过来的人颇有共鸣。让我深有感触的是，他说的

从对数学现象的好奇出发去研究而不是为了发表 SCI 文章，以及“一个人必须为或将得到的幸运而做好准备”。我知道这些都是成功者的肺腑之言甚至是成功秘诀，但不知以彰显个性为炫耀的年青一代，是否会买账而不是斥之为老生常谈。

如果说李天岩教授回顾的是数学，那么刘克峰教授的《二十多年前与后》则回顾的是数学家之于社会。这篇文章展现了刘克峰教授的另一面，即他的文采和激情、对社会的深切关注、对祖国的信念和梦想。

学习和研究数学的人大约都不会对 Hochschild 这个名字感到陌生，这已经是数学很多领域的一个常见关键词了。Gerhard Hochschild (1915—2010) 刊载了 Hochschild 教授的朋友和学生等众多“大腕”数学家专门撰文全景式介绍了 Hochschild 教授的工作与生活，本辑登出该文的上半部分。Hochschild 教授是一位把数学当作艺术来研究的学者，就如同他通过热爱的摄影向大家展示美景，他的上同调理论和谱理论等，为数学界完美呈现了新的思想和方法，随着时间推移愈加显出其重要性。

符号是数学和所有科学传承的载体，它们除了必须具有简洁性和有效性，其美学意义上的艺术性，也是最终能否流传下来的关键。从莱布尼茨的微分和积分符号，到欧拉公式的表述……很难想象还能找到更完美的表达方式。历史告诉我们，符号虽然只是一种语言，却很大程度上决定了人类各民族数学和科学在近代以来发展的优劣。中国传统数学及其符号就是一个典型的例子，《数学符号在中国》一文对此做了阐述。

在“数学与教育”栏中，席南华教授的《数学——简单与高深》一文基于他在浙江大学面向本科生的一次演讲，当时我也聆听了演讲。能让本科生以欣赏的态度来从方法论上理解数学、领略它的美妙之处不是一件容易的事情，我认为这次演讲做到了这一点，从报告后学生的反映可以证明。所以之后两年多，我一直希望席教授能把报告整理为文章，让更多的读者来欣赏。以他的日常工作，该文的定稿实为不易。

热衷于追求数学艺术性的学者，常常体现出强烈的理性主义色彩，这其中最著名的代表大概就是布尔巴基学派了。《有关布尔巴基学派的数学辩论》一文展示了两位著名数学家阿诺尔德与塞尔之间对于布尔巴基的作用的貌似对立的看法。布尔巴基的理性主义在数学发展中的成功之处，也许恰恰就是其在面向社会和数学教育时引起众多争议的原因。

在“数学与人才培养”栏中，丘成桐教授在崇基学院的创校庆典上的演讲向大家讲述了崇基学院的育人环境和方式对他的影响。

加州理工学院的翁玉林教授的《中西教育之结合》一文则向读者阐述了他作为横跨中西文化和教育的学者对于中西教育的异同的深刻理解。

《与丘成桐教授关于中国数学的对话》是一篇特殊的书信往来和对话，在丘成桐教授与沃尔夫奖、菲尔兹奖获得者芒福德教授、美国艺术与科学院院士斯切米德教授和台湾大学康明昌教授之间展开，相信读者会有兴趣阅读。

目 录

《数学与人文》丛书序言（丘成桐）

前言（李方）

数学的艺术

- 1 数理与人文（丘成桐）
- 15 拓扑的艺术——中国结与纽结论（吴杰）
- 39 折纸艺术与偏微分方程（Bernard Dacorogna, Paolo Marcellini,
Emanuele Paolini, 译者：戴俊飞）
- 55 音乐中的二面体群作用（Alissa S. Crans, Thomas M. Fiore,
Ramon Satyendra, 译者：蒋迅、彭闯、张英伯, 校译：刘晓江）

数学人生

- 73 二十多年前与后（刘克峰）
- 75 回首来时路（李天岩）
- 81 Gerhard Hochschild（1915—2010）（上）（Walter Ferrer Santos,
Martin Moskowitz, 译者：洪燕勇、杨一超、张永、童纪龙）

数海钩沉

- 101 数学符号在中国（李方、张永）

数学与教育

- 107 数学——简单与高深（席南华）
- 120 有关布尔巴基学派的数学辩论
（Vladimir Igorevich Arnold, 译者：徐睿）

数学与人才培养

- 128 止于至善 真理弥光
——崇基学院创校六十周年庆典演讲词（丘成桐）
- 130 中西教育之结合（翁玉林口述 伊犁撰文）
- 133 书院院歌（丘成桐）

数学书信

- 135 与丘成桐教授关于中国数学的对话（译者：孙剑）

数理与人文

丘成桐

丘成桐，当代数学大师，现任哈佛大学讲座教授，1971 年师从陈省身先生在加州大学伯克利分校获得博士学位。发展了强有力的偏微分方程技巧，使得微分几何学产生了深刻的变革。解决了卡拉比 (Calabi) 猜想、正质量猜想等众多难题，影响遍及理论物理和几乎所有核心数学分支。年仅 33 岁就获得代表数学界最高荣誉的菲尔兹奖 (1982)，此后获得 MacArthur 天才奖 (1985)、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖 (1994)、美国国家科学奖 (1997)、沃尔夫奖 (2010) 等众多大奖。现为美国科学院院士、中国科学院和俄罗斯科学院的外籍院士。筹资成立浙江大学数学科学研究中心、香港中文大学数学研究所、北京晨兴数学中心和清华大学数学科学中心四大学术机构，担任主任，不取报酬。培养的 60 余位博士中多数是中国人，其中许多已经成为国际上杰出的数学家。由于对中国数学发展的突出贡献，获得 2003 年度中华人民共和国科学技术合作奖。

编者按：本文由作者于 2015 年 1 月 9 日根据其在各地演讲的讲稿修订而成。此版是作者授权确认的唯一正版文本。

1. 引言

从古到今，无论是科技、数学或人文科学，内容愈来愈丰富，分支也愈来愈多。考其原因，一方面是由于工具愈来愈多，能够发现不同现象的能力也比以前大得多，一方面全世界的人口大量增长，不同种族、不同宗教、不同习俗的人在互相交流后，不同观点的学问得到融会贯通，迸出火花，从而产生新的学问。

从前孔子讨论自己的学问时说：吾道一以贯之。现在的学科这么多，这么复杂，今天有人能做得到孔子所说的一以贯之吗？我现在来探讨这个问题。

学者在构造一门新的学问，或是引导某一门学问走向新的方向时，我们会问，他们的原创力从何而来？为什么有些人看得特别远，找得到前人没有发现的观点？这是不是一个理性的选择？还是因为读万卷书而得到的结果？

上述这些当然都是极其重要的原因，但是我认为最重要的创造力，有了扎实的基础后，却源于丰富的感情。

2. 文以载道，气象万千

在中国文学史上，我们看到：屈原作楚辞，李陵作河梁送别诗，太史公作史记，诸葛亮写出师表，曹植作赠白马王彪诗，庾信作哀江南赋，王粲作登楼赋，陶渊明作归去来兮辞，他们的作品都可以说是千古绝唱。然后，我们又看到李白、杜甫、白居易、李商隐、李煜、柳永、晏殊、苏轼、秦观、宋徽宗、辛弃疾，一直到清朝的纳兰容若、曹雪芹，他们的文章诗词，热情澎湃，回肠荡气，感情从笔尖下滔滔不绝地倾泻出来，成为我们今天见到的瑰丽的作品。看来，这些作者，并未刻意作文，却是情不能自禁。绝妙好文，冲笔而出。

何以故？孟子说：吾善养吾浩然之气也。太史公说：意有所郁结也。能够影响古今传世文章的气必须要至柔至远，至大至刚！

南北朝时，刘勰著文心雕龙，他评论五经，认为从文学的角度来看，经文都是上品，以其载道也，载道的文章必定富有文气。道不一定是道德，也可以是自然之道。至于数理方面，也讲究相似的文气。

自希腊的科学家到现代的大科学家，文笔泰半优美雅洁。正如上述，他们并没有刻意作文，然而文既载道，自然可观。数理之与人文，实有错综交流的共通点，互为学习。

3. 科学的基础：公理和哲学

古代希腊人和中国战国时的名家，雅好辩论，寻根究底。在西方，因此而产生了公理的研究，影响了整个自然科学的发展。从欧几里得的几何公理到牛顿的三大定律，再到爱因斯坦的统一场论，莫不与公理的思维有关。

无论在西方或是在中国，科学的突变或革命都以深刻的哲学思想为背景。希腊哲学崇尚自然，为近代的自然科学和数学发展打好了基础。中国人偏重人文，在科学上主要的贡献在应用科学。但有趣的是，中国人提出五行学说，希腊人也企图用五种基本元素来解释自然现象，柏拉图甚至用当时发现的五

个最对称的正则多面体来跟这些元素一一对应。中国人提出阴阳的观点，西方人也讲究对偶，事实上，希腊数学家研究的射影几何就已经有极点（pole）和极线（polar）的观念。文艺复兴时的画家则研究投影几何（perspective geometry），对偶的观念，从那些时候，就已经开始了。

值得一提的是，对偶的观念虽然肇源于哲学和文艺思想，但对近代数学和理论物理的影响，至大且巨。在现代数学和粒子物理中，由对偶理论推广到对称群的观点，得到的结果，更是具体入微。七十年前，物理学家已经发现负电子的对偶是正电子，而几何学家则发现光滑的紧致空间存在着庞加莱对偶性质，到了 70 年代，高能物理学最成功的标准型理论的主要骨干就是几个重要的对称群的表示，这种表示理论在近代几何和数论也有着奠基性的重要作用。近三十多年来，物理学家发现他们在 70 年代引入的超对称观念，可以提供粒子物理和几何丰富的思想，它预测所有粒子都有超对称的对偶粒子，同时极小的空间和极大的空间可以有相同的物理现象，假如实验能够证明超对称的想法是正确的话，阴阳对偶就可以在基本物理中具体地表现出来了，说不定现代物理的概念可以修正和改进中国人对阴阳的看法。

文艺复兴时期的科学家理文并重，他们也将科学应用到绘画和音乐上去。从笛卡儿、伽利略到牛顿和莱布尼茨，这些大科学家们在研究科学时，都讲究哲学思想，通过这种思想来探索大自然的基本原理。以后伟大的数学家高斯、黎曼、希尔伯特、外尔（Hermann Weyl）等都寻求数学和物理的哲学思想。黎曼创造黎曼几何，就从哲学和物理的观点来探讨空间的基本结构。至于爱因斯坦在创造广义相对论时，除了用到黎曼几何的观念外，更大量地采用到哲学家恩斯特·马赫（Ernst Mach）的想法。

4. 地域文化对科学人文的影响

每个国家，每个地方，甚至每个大学，它们发展出来的科学、技术，虽然都由同样的科学基础推导而来，结果却往往迥异。这是什么原因呢？除了制度和经费投入不一样以外，更重要的是它们有不同的文化背景，不同地方的科学家对自然界有不同的感受。他们写出来的科学文章和科技成果往往受到家庭社会背景和宗教习俗的影响。他们学习的诗词歌赋、文学历史也都与他们的科技成就有密切的关系。

举个例子，在中国成长的数学家，就受到地域和导师的影响很大，不少的中国数学家喜欢读几何，大概是受到陈省身先生的影响；其次是读解析数论，则是受到华罗庚先生的影响。而这些数学家里，又以江浙人占大多数，大概是这些地方比较富庶，又得西方风气之先。印度的学者，则受 Srinivasa Ramanujan 和 Harish Chandra 的影响，喜欢数论和群表示论。日本近代数

学的几位奠基者，包括高木贞治（Takagi Teiji）在内，家里都是精通兰学的学者，对荷兰文有很好的认识，因此他们比较容易接受西方的数学观念。

我遇见过很多大科学家，尤其是有原创性的科学家，对文艺都有涉猎。他们的文笔流畅，甚至可以媲美文学家的作品。其实文艺除了能够陶冶性情以外，文艺创作与科学创作的方法实有共通的地方。

5. 中国人的感情和理想

出色的理文创作，必须有浓厚的感情和理想，在这一点上，中国人并不比西方人逊色。中国古代学者都有浓厚的感情，它们充分地表现在诗词歌赋上。

其实中国文化在文艺以外的活动，表现出来的感情也是极为丰满的。在中国古代，不少人为了理想而不惜性命。当年张骞出使西域，间关万里。西域的文化、农产和牲畜，因此源源不绝地输入中原。而卫青和霍去病奔驰大漠，窈窕勒石燕然，出生入死，才去除匈奴数百年来在北方做成的祸患。霍去病曾说：匈奴未灭，何以家为？有了这些勇气，这种志愿，他们才能够建立这些名垂千古的事迹。

东晋时，外族入侵，中原板荡，祖狄谋复中原之地，带兵渡江时，祖狄击楫而誓，说“祖狄不能清中原而复济者，有如此江”！这是何等的志气！何等的应许！

在魏晋南北朝和唐朝，僧人为求佛法，不惜舍命于沙漠和大海，终于带回大量的经卷。其中一个典型的例子是东晋时的法显，他为求佛法，在五十九岁的高龄，行走河西走廊，过玉门关，横越沙河，翻过葱岭，直达印度。其间历尽艰险，苦学梵文和抄写经典后，又在海上多次遇难，才回到中原。全程十三年四个月，他自己在佛国记里面说：“顾寻所经，不觉心动汗流。所以乘危履险，不惜此形者，盖是志有所存。专其愚直，故投命于不必全之地，以达万一之冀。”这种毅力，真是值得我们钦佩。

宋朝文天祥被蒙古人囚禁时，作正气歌。他认为天地间有一种正气，这个气是文学家和科学家共同享有的，也就是孟子说的浩然之气。我们在创作的时候，这种气会表现出来。现代的杰出科学工作者，肉体上未必经得起上述诸贤的艰苦经历，但他们做研究时坚持的意志却可以跟上述诸贤媲美。初学者需要欣赏和学习这种意志。

6. 科学和人文的共同点

文人墨客，诗词歌赋，最能表达这种高尚的情怀。所以科学家与文学家有很多能够产生共鸣的地方。事实上，科学家和文学家除了有共同的感情以

外，在研究的方法上，也有很多类似的地方。

我从前写了一篇文章，用不同的例子指出数学家可以用和古代中国文学家赋比兴类似的手法，做出第一流的创作。

现在再举另一个例子：

苏东坡是北宋的大文豪，一代词宗。他作了一首《洞仙歌》：

冰肌玉骨，自清凉无汗。水殿风来暗香满。绣帘开，一点明月窥人，人未寝，倚枕钗横鬓乱。起来携素手，庭户无声，时见疏星渡河汉。试问夜如何，夜已三更，金波淡，玉绳低转。但屈指，西风几时来，又不道，流年暗中偷换。

这首词的背景是：苏轼在七岁时，见过眉山地方的一个老尼，姓朱，年约九十，自己说曾经去过蜀主孟昶的宫廷中。有一日，天气炎热，蜀主和他的妃子花蕊夫人深夜纳凉于摩河池上。孟昶作了一首词，这个尼姑还能记得这首词，并告诉了苏轼。四十年后，苏轼只能够记得词中前两句。苏轼有天得暇，寻找词曲，猜测这词应该为洞仙歌令。因此苏轼循着这两句的做意和猜测蜀主的想法，将这首词续完。

苏轼续词对中国文学是一个贡献。但我们想想，不同的文人对着残缺的词句，一定会有不同的反应。

假如是清代的乾嘉学者，就可能花很多时间对这件事做考据，得出一个结论：这词不可考！因此不会去续这首词。

有一些文人，可能没有能力去猜测到这词的词牌名，当然也不会做任何事。

另外有一些文人，可能像苏轼一样，猜到了词牌名，却没有兴趣去将它续起来。还有一些文人，虽然找到词牌名，但文学功力太差，续出来的可能是没有趣味的词。但是苏轼却兴致勃勃地花了时间去推敲、去猜测，写了一篇传世的杰作！

我为什么要举这个例子呢？因为科研的创作有类似的情形。上述四个不同的描述正好反映了清初到近代，中国科学发展的几个阶段！

但有一点值得注意的是，苏轼深爱文学，才会在四十年后还记得七岁学过的词的前两句，但是纵然这是绝妙好句，有多少人过了一两年后还记得别人写的词？从这里也可以看到学者的感情所在。坦白说，我本人五十年前读



这首词，到现在也还记得词中这两句。但是我教我的小孩念词，过了两三年后他们就全部忘记了。

现在来看看科学的发展，在 1905 年时，物理学家知道两个重要的理论，就是牛顿的引力场论和狭义相对论。它们都与引力有关，同时都基本正确，却互相矛盾。爱因斯坦对这个问题有无比的兴趣，他知道这两个理论是一个更完美的引力理论的一部分，他在数学家闵科夫斯基、高斯、黎曼和希尔伯特的帮忙下，完成了旷世大作，就是我们钦佩的广义相对论。

爱因斯坦的创意和能力当然远胜于苏轼补洞仙词，但却有点儿相似。我来做一个不大合适的比拟，苏轼记得蜀主的两句词，一句可比拟为牛顿力学，另一句可比拟为狭义相对论里面的洛伦兹变换。爱因斯坦花了十年工夫来研究引力场，就是从这两件事情作为出发点，用他深入的物理洞察力和数学家提出的数学结构，才完成他留名千古的引力理论！这一点有点儿像苏轼在续词时，对四川有深入的了解，又能体会到孟昶和花蕊夫人在摩河池水晶殿里的情形，心有所感，才能以他高明的手法续完这首词。

但这里有一个重要的分别，假如爱丁顿（Arthur Stanley Eddington）在 1919 年时没有用望远镜观察证明广义相对论的话，那么无论爱因斯坦的理论多漂亮，仍然不是一个重要的工作。物理学需要实验，数学需要证明，文学却不需要这么严格，但是离现象界太远的文学，终究不是上乘的文学。

一首词续得好，需要有文学修养，也需要有意境，才能够天衣无缝，但和大型歌剧或小说比较，它的创作，还是来得容易些。

7. 文学和科学中的大型创作

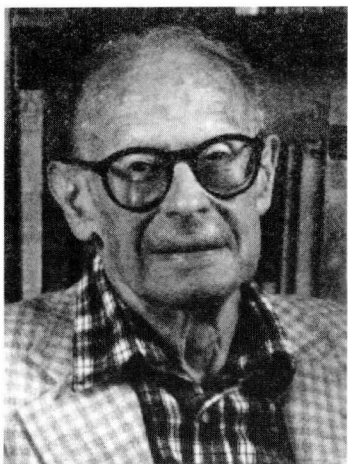
现在来看看文学和科学的领域里，大型的结构是如何被创作出来的。中国最有名的经典著作要数红楼梦，它的作者曹雪芹并没有将这部巨著全部完成，这可是千古憾事，我们如何将它续完呢？除了需要有出色的文学技巧外，还需要了解该书的内容和背景，由于这部书的内容错综复杂，从现代的观点来看，可能需要用统计和数学的方法来帮忙。

当年曹雪芹写红楼梦，借用了自身的经历来描述封建社会大家族所遇到的无可避免的腐败和堕落，也描述了当年家族的荣华富贵。他与评书人脂砚斋，一路著书，一路触目愁肠断。整本书可以说是以血书成，作者自己也说：十年辛苦非寻常。书中表现出来的笔墨，充满了他澎湃的感情，但却是有条有理的创造和叙述。在这本书差不多完成时，作者却因伤感而去世了，“芹为泪尽而逝”。但至今还没有任何作者能够将这部巨著完满地续成，对曹雪芹当年的想法如何处理，还是争论不已的大问题。

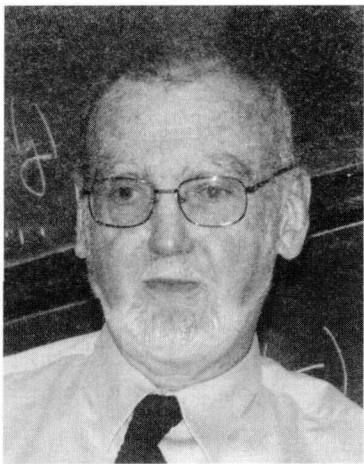
曹雪芹和他的家族的经历当然是多姿多彩，但是他不可能将真事尽数写下来。毕竟事情有先后轻重之分，又为了将真事隐去，他不可能不创造一些情节、一些诗词、一些交谈内容来完成一个完整的图画，他用了种种不同的手法，将旧社会与大家庭的腐败以及个人的经历用富有感情的文笔表现出来。曹雪芹以后，很多学者想学他的写法，效果却相差甚远，除了文学水平不如曹雪芹外，他们写书时感情的浓郁和曹雪芹的内心世界是无法比拟的。

红楼梦的创作过程有如一个大型的数学创作，或者一个大型的科学创作。数学家和科学家，也是企图构造一个架构，来描述见到的数学真理，或是大自然的现象。在这个大型结构里，有很多已知的现象或者定理。在这些表面上没有明显联系的现象里，我们要企图找到它们的关系。当然我们还需要证明这些关系的真实性，也需要知道这些关系引起的效果。

但如何找到这些联系的方法，因人而异。在小说的创作里，小说家的能力和经历，会表现在这些地方。一个好的科学家，都会创造自己的观点，或者说自己的哲学观点，来观察我们研究的大结构，例如韦伊（André Weil）要用代数几何的方法来研究数论的问题，而朗兰兹（Robert Langlands）要用自守型表示理论来研究数论。他们在建立现代数论的大结构时，就用了不同的手法来联系数论中不同的重要部分，得到数论中很多重要的结论，令人惊讶的是：他们得到的结论往往一样，殊途同归。当年我和一群朋友建立几何分析这门学问时，就采取一个观点，就是大量的几何现象需要用非线性微分方程来解释，方程的解往往可以决定空间的几何性质。几何学家想研究的现象包括了子流形和不同的几何结构，我在 1976 年完成的卡拉比猜想就是要构造复流形上的几何结构，方法是解非线性微分方程。



安德烈·韦伊（1906—1998）



罗伯特·朗兰兹（1936—）

以后大家开始重视这种方法，非线性方程因此横跨各个领域。除了复几