

# 断裂力学

# 目 录

关于蠕变裂纹扩展的研究现状和问题.....	( 1 )
蠕变断裂.....	( 21 )
蠕变损伤和断裂判据.....	( 29 )
断裂力学在蠕变裂纹扩展中的应用.....	( 31 )
断裂力学在蠕变裂纹中的应用 .....	( 49 )
断裂力学理论和实验方面的若干新进展.....	( 55 )
弹塑性断裂力学准则的 比较.....	( 71 )
由轴向部分贯穿裂纹削弱的圆筒形容器中亚临界蠕变裂纹扩展的现象学理论 .....	( 86 )
在惰性环境中在恒定载荷下亚临界蠕变裂纹扩展的 现象学理论.....	( 96 )
在蠕变条件下压力容器中的裂纹 扩展.....	(104)
高温时低循环载荷下裂纹的扩展.....	(115)
奥氏体不锈钢在高温下蠕变裂纹的 扩展.....	(118)
在持久负荷下奥氏体钢晶间裂纹的扩展速度 .....	(125)
非线性断裂力学的若干 问题.....	(131)
用J积分法估算结构材料的抗裂性 (综述) .....	(138)
J积分在蠕变裂纹问题中的 应用.....	(151)
C <sup>*</sup> 参量在预测蠕变裂纹扩展率中的应用 .....	(155)
确定疲劳裂纹扩展的应力强度因子门槛 值的方法.....	(166)

## 关于蠕变裂纹扩展的研究现状和问题

水平面上の風速は、風速の測定位置と風速の測定時間との間に相関がある。

久保司郎、大路清國、小倉徹二

一  
錯

作为断裂力学发展转折点的Jr和论文，自发表以来约20年了。现在，断裂力学不仅限于脆性断裂问题，而且对于疲劳裂纹问题、环境裂纹问题也可适用。断裂的研究以断裂力学作为一个分支正在形成，而蠕变断裂问题也不例外。对于蠕变断裂问题而言，试用断裂力学的方法可以说比其它分支迟些。由于蠕变断裂的研究是从1970年才开始的，所以总有落后的感觉。另外，在蠕变断裂中将讨论到材料非线性、材料结构的变化、随着大变形而引起的形状非线性等不少的疑难问题。这些在其它分支中是不成问题的，但由于这些原因，所以在蠕变裂纹的问题中不明确的地方还很多，连关于控制裂纹扩展速度的力学参数，现在还在争论之中。

在这种状况下，为了要对蠕变裂纹扩展进行研究，首先必须掌握恰如其分的现状，这些可以作为提出今后研究方针的依据。于是在本文中，对于直到现在为止的有关蠕变裂纹扩展的实验方面和解析方面的研究，并不单纯地停留在文献介绍上，而对其结果也进行详细的探讨。哪些是已经明确了的，哪些是不清楚的，今后应弄清哪些问题和进行什么研究等都想展开讨论。

## 2. 实验研究

## 2.1 关于控制裂纹扩展速度的力学量的探讨

由于蠕变裂纹扩展速度  $dl/dt$  是工程上最关心的事, 所以  $dl/dt$  用怎样的力学量来处理的问题, 在很多论文中已讨论过了。本节将介绍为探讨这种控制力学量所作的实验中的代

表性結果。

迄今为止被提出来的力学量有：(1)等效  
面名义应为 $\sigma_n$ ，(2)弹性应力强度因子 $K_1$ ，  
又译(3)塑性应力强度因子 $J'$ 或修正的J积分  
 $J'^{1/2}-42$ ，(4)基准应力为 $\sigma_{sp}$ 等。因为其中以  
 $\sigma_n$ 和 $K_1$ 用得较多，所以下面以它们为中心进  
行叙述。用 $J'$ 处理虽然不太多，但最近也作了一  
些尝试，有一些值得注意的结果，所以也提一下。用 $\sigma_{sp}$ 处理实际上还未试过。

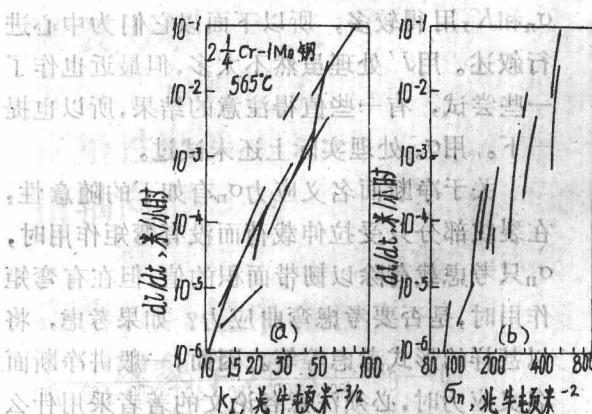
关于净断面名义应力 $\sigma_n$ 有如下的随意性。在裂纹部分只受拉伸载荷而没有弯矩作用时， $\sigma_n$ 只考虑载荷除以韧带面积的值；但在有弯矩作用时，是否要考虑弯曲应力？如果考虑，将拟甚样的形式考虑等等。因而，一般讲净断面名义应力时，必须注意各论文的著者采用什么量来定义净断面名义应力的。本论文中为避免误解起见，分别把不考虑弯曲应力时的名义应力记作 $\sigma_n$ ，把考虑弯曲应力的弹性名义应力记作 $(\sigma_n)_e$ ，把考虑弯曲应力并假定完全塑性时的名义应力记作 $(\sigma_n)_p$ 。

### 2.1.1 应力水平变化时的试验结果

现在假定  $dl/dt$  可以表示成某个力学量的单值函数，当把加在同一种试件上的应力水平变化到某阶段时的  $dl/dt$ ，以这种力学量进行处理时，那末，与各应力水平相对应的裂纹扩展速度曲线的斜率，应当和全部实验点的斜率一致，为此，实验点的分布带宽应该很窄。由这种观点出发，试对控制力学量进行研究，这就是从蠕变裂纹扩展的研究初期所看到的。

例如, Siversns等<sup>[6-8]</sup>用单边切口的板试件(SEN)对(2%)Cr-1Mo钢和(1%)Cr-(1%)Mo-(1%)V钢作了试验,得到了图1所示的结果,即用 $\text{K}_1$ 处理 $da/dt$ 比用 $\text{R}_m$ 处理来得好,其分布带宽要窄些。这些数据可以作为主张用

$K_1$ 来处理 $dl/dt$ 的资料而被引用。然而，在Sivers等用的SEN试件中，尽管考虑到随着裂纹的扩展，弯曲应力的影响将变大，但作为净断面名义应力，单纯地只采用载荷重量除以最小断面积的值 $\sigma_n$ ，而没有考虑弯曲应力的影响。现在，用考虑了弯曲应力的名义应力来代替这样的 $\sigma_n$ ，即用拉伸名义应力与弹性弯曲名义应力的和 $(\sigma_n)_e$ 来处理，这样，图1(b)的裂纹扩展速度曲线的斜率将减少 $\frac{1}{2}$ 左右\*。同样，可以用所谓完全塑性体中的净断面名义应力 $(\sigma_n)_p$ 来替代 $\sigma_n$ ，其斜率也将减少 $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$



左右\*。根据这种情况，试把图1(b)粗糙地还原成 $dl/dt - (\sigma_n)_e$ 、 $(\sigma_n)_p$ 的关系，就得到图1(c)和(d)。如图所示，在用 $(\sigma_n)_e$ 或 $(\sigma_n)_p$ 处理时，应力水平不同的裂纹扩展速度曲线基本上是重合的，分布带宽是和用 $K_1$ 处理（图1(a)）的情况相同。由这些资料尽管可以得出结论说，用不考虑弯曲应力的净断面名义应力 $\sigma_n$ 来处理，不会获得良好的结果，但一般还不能判定净断面名义应力和弹性应力强度因子 $K_1$ 之间的优劣。

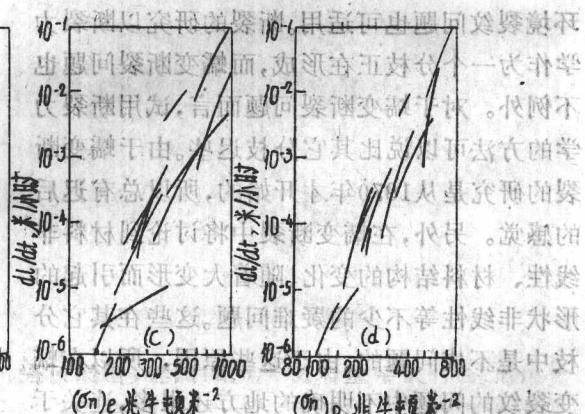


图1 应力水平变化时的裂纹扩展速度

$$(2 \frac{1}{4} \text{ Cr}-1\text{Mo钢})^{[7]}$$

图2是大路等<sup>[9]</sup>用中心切口的板试件(CN)，在600°C、650°C和700°C下，对SUS

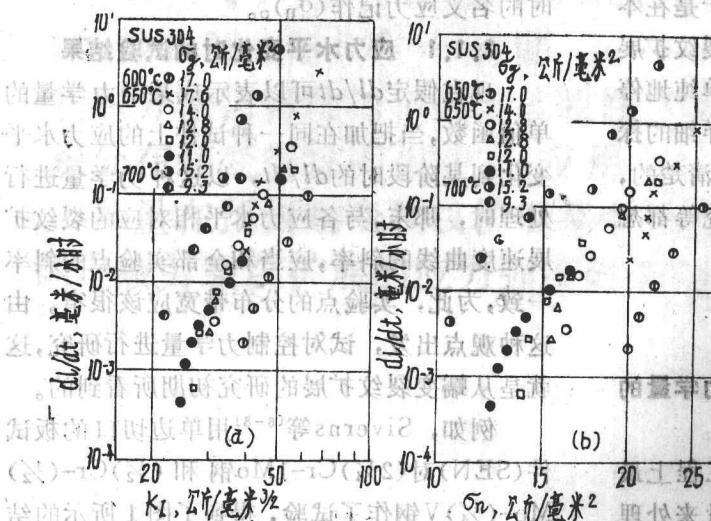


图2 应力水平变化时的裂纹扩展速度  
(SUS 304)<sup>[9]</sup>

304所做的试验结果。在CN试件的情况下，因为没有弯曲应力的作用，所以也就没有象上述SEN试件那样的净断面名义应力取法上的随意性，变成 $\sigma_n = (\sigma_n)_e = (\sigma_n)_p$ 。如图所示，用 $\sigma_n$ 、 $K_1$ 两参数处理，不能认为有显著的差别。

另外，Harrison等<sup>[10]</sup>在三个名义应力水平下，对1Cr-1Mo-(1/4)V钢的CN试件作了试验。其结果是，用 $\sigma_n$ 处理 $dl/dt$ 比用 $K_1$ 处理好，前者实

\* 参考附录I。

验点的分散度小些。

摘自 根据大谷等<sup>[11]</sup>在SUS304的CN试件中的实验结果,和川崎等<sup>[12]</sup>在SUS304的双边切口板试件(DEN)中的实验结果,用 $K_I$ 和 $\sigma_n$ 的任意一个都可以对 $dl/dt$ 进行比较好的处理,两者的优劣很难区分。

此外,对于 $dl/dt$ 用 $\sigma_n$ 不太好进行处理的,但用 $K_I$ 能很好处理的情况,有坂田等<sup>[13,14]</sup>、Kashiwaya等<sup>[15,16]</sup>、Robson<sup>[17]</sup>和佐佐木等<sup>[18]</sup>的报告。

再有,如在同一形状的试件中,把只改变应力水平时的 $dl/dt$ 表示成无因次量的话,则可以处理成一条标准曲线,它附加着既可表示分析,又可表示实验的结果<sup>[14,19-21]</sup>。

象上面那样,只从改变同一种试件中的应力水平情况下的结果出发,在现阶段探讨控制力学量中,是不能获得好而适当的资料的。

### 2.1.2 应力强度因子一定或净断面名义

**应力一定的试验结果** 摘自大谷等<sup>[11]</sup>的报告。把各种力学量保持一定的试验,在探讨控制力学量中,认为是很有力的,因此可作几组试验。首先, Sivers等<sup>[22]</sup>在(2½)Cr-1Mo钢的SEN试件中,使 $K_I$ 保持一定的情况下作了试验,所做的报告是:在实验精度范围内,裂纹扩展速度保持一定。另外,大路等<sup>[23]</sup>使用或在SUS304的CN试件中几乎保持一定的情况下,使载荷逐段发生变化,可是不论对哪一种情况,裂纹扩展曲线并不是完全的直线,因此不能得出用哪一个作为控制力学量比较适宜。

摘自 Keeney等<sup>[22]</sup>用试验中 $K_I$ 几乎没有变化的DCB试件,做了铝合金RR58的试验。如图3所示, $dl/dt$ 发生减少的第Ⅲ阶段\*和直线部分比较短,如果除了为消除端面影响而让 $K_I$ 上升,同时 $dl/dt$ 也增大的第Ⅳ阶段之外的话,因为 $dl/dt$ 基本上保持不变(第Ⅰ阶段),所以就提出了 $K_I$ 是 $dl/dt$ 的控制力学量的主张。然而,作者如果只看这部分数据,那么在满足 $K_I$ 为一定值的第Ⅰ阶段和第Ⅱ阶段中, $dl/dt$ 继续减小的说法,看来并不是没有道理

的。另外,他们在试验过程中,用增加载荷使 $K_I$ 提高,此后又把 $K_I$ 恢复到原来值进行实验的,但 $dl/dt$ 指的是 $K_I$ 升高之前的值。关于这点,作者得到的印象是:使 $K_I$ 减小到原来值时的 $dl/dt$ ,要比 $K_I$ 提高前的 $dl/dt$ 值小些。原论文合著者中的两人,在以后的报告<sup>[22]</sup>中,对于 $K_I$ 保持一定的条件下, $dl/dt$ 要减小而不保持定值的原因进行了讨论,指出,与其假设 $K_I$ ,还不如假设J积分(实质上是下述的修正J积分<sup>[24]</sup>)作为 $dl/dt$ 的控制力学量好,这样对上述的现象就可说明了。

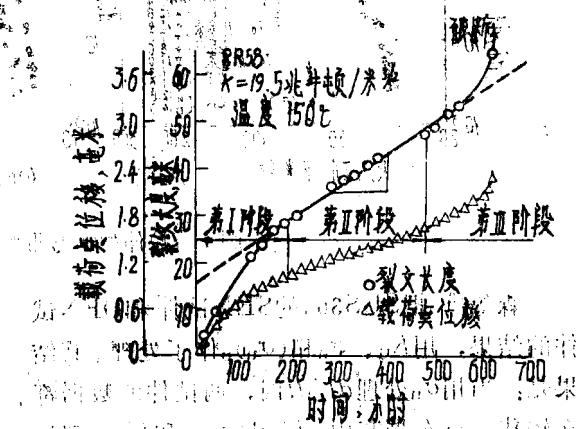


图3 用DCB试件 $K_I$ 为一定值的实验结果<sup>[22]</sup>

### 2.1.3 拉伸型试件和弯曲型试件的试验结果的比较

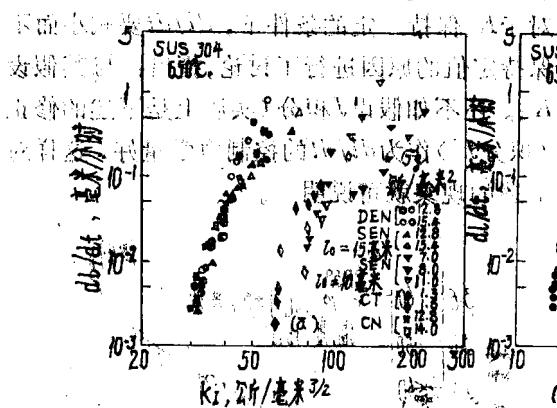
着眼于拉伸型试件和弯曲型试件不同点的研究,可从几方面来看。

James<sup>[24]</sup>用CT试件和CN试件,对SUS316的裂纹扩展作了若干实验,提出的报告是:用 $K_I$ 处理 $dl/dt$ 时,在两个试件的数据之间几乎没有差异的。但根据最近的试验报告认为,象下面那样用 $K_I$ 不太好处理的情况是很一般的。

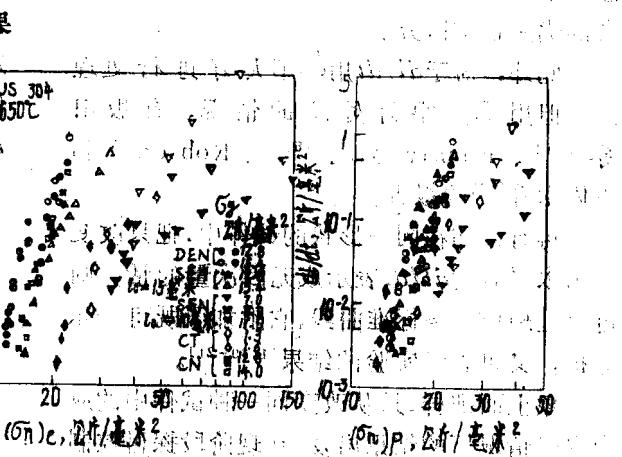
图4是大路等<sup>[25]</sup>在拉伸型范畴内用DEN试件和CN试件,以及用弯曲型的CT试件和

\* 第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ阶段的划分示于图中,为帮助理解方便起见,这是本文著者假设的;在原论文中没有画出。

SEN试件，对SUS304所作试验的结果。由图4(a)和(b)知道，虽然用拉伸名义应力与弹性弯曲名义应力之和的 $(\sigma_n)_e$ ，以及用应力强度系数 $K_I$ 都可以进行处理，但用弯曲型和拉伸型试件所得的结果分别各为一组，而且还发现这两组的值分得很开。用 $(\sigma_n)_p$ 处理的结果



分散较小（图4(c)）。再有，小寺沢<sup>[26]</sup>大胆地研究了弯曲型试件的 $K_I$ ，由于应力松弛而降低约为1/5分之1的情况，并把图4(a)的结果重新作了处理。此时，两组数据的分散度比图4(c)的略有减小。



(b)  $\frac{dL}{dt}$ ,  $\text{mm}/\text{min}$  与  $K_I$ ,  $\text{N}/\text{mm}^{3/2}$  の関係

又普通薄板試験結果

森等<sup>[27]</sup>把SUS304的SEN试件和DEN试件的结果，用 $K_I$ 、 $\sigma_n$ 和 $(\sigma_n)_p$ 作了处理。其结果是：当用 $\sigma_n$ 处理 $dL/dt$ 时，两试件的数据都在较窄的分布带宽内，但用 $(\sigma_n)_p$ 和 $K_I$ 处理结果的分布带宽较大。关于这方面的原因，森等指出：由于试件变形，所以试件发生偏心，使得作用在裂纹断面上的弯矩显著减少，因此在SEN试件中有必要考虑到实际的偏心量。

#### 2.1.4 圆棒试件和平板试件的結果的比較

在圆棒的环状裂纹试件(RB)和平板试件中，对裂纹扩展进行比较的研究已经很多。

图5是小寺沢等<sup>[28, 29, 30]</sup>对SUS304的试验结果，用 $K_I$ 处理的方法要比用 $\sigma_n$ 处理的方法来得优越。大谷等<sup>[31, 32]</sup>用1Cr-1Mo-(1/4)V钢的圆棒和平板试件做了实验，并把 $dL/dt$ 表示为无因次量。若著者等把这些量还原成普通的 $dL/dt$ - $K_I$ 、 $\sigma_n$ 的关系，并根据这些结果来看的话，则无论怎样说，用 $K_I$ 处理的方法是良好的。大路等<sup>[4]</sup>也做了这种实验，按其结果得到，用 $K_I$ 处理比用 $\sigma_n$ 处理的结果稍好些。

此外，在圆棒试件中，对于裂纹部位可近

似地看成平面应变状态，而在通常所用的平板试件中，则可视为平面应力或处于平面应力与平面应变之间的应力应变状态。然而，如下面所述的那样， $dL/dt$ 在平面应变场合下一般要比平面应力场合下的大些。因此，自然可以想到，圆棒的 $dL/dt$ 比薄平板的 $dL/dt$ 要大些。但根据图5的、用 $K_I$ 处理的结果，显示出了相反的倾向。另外， $dL/dt$ 曲线的斜度在圆棒和平板的两种试件中是不一致的<sup>[4, 11, 28, 29]</sup>。由上所述，比较圆棒和平板的试验结果，对于控制力学量的研究，可能不一定适宜。

#### 2.1.5 试件尺寸变化时的试验结果

在一种试件形状中，关于尺寸不同的相似形试件的试验结果，也可给出有关控制力学量的有用的知识。森等<sup>[27]</sup>在形状上虽不相似，但半分相隔的DEN试件中，把板寬改变成32毫米、20毫米和8毫米三种类型，对SUS304作过试验。图6(略)示出了试验结果。由图可知，用 $\sigma_n$ 处理比用 $K_I$ 处理好，其数据分布在

图6、图6和图12，由于原图小，无法大设备，播出不清，故略去——编者注

狭窄的带宽内，但即使是用 $\sigma_n$ 进行处理的情况下，各数据也并不重合在一条直线上，可以看到，尺寸愈大， $dl/dt$ 也愈大的倾向。

Neate等<sup>[8]</sup>一些人，对板宽作了改变的相似形试件的裂纹扩展也做了实验。其结果不论从哪一个来说，用 $\sigma_n$ 处理的数据分散带宽，比用 $K_I$ 处理的来得小。

### 2.1.6 圆孔和切口的裂纹扩展结果的比较

Nicholson等<sup>[13]</sup>把在SUS316的SEN试件中的与在SUS316的带圆孔的板试件(NCH)中的裂纹扩展速度作了比较。其结果是，在用 $K_I$ 处理数据的场合中，两种试件的裂纹扩展速度曲线的坡度是不一致的，但用 $\sigma_n$ 进行处理时，它们基本上重合成一条直线。然而，还存在着如下一些问题：在SEN试件中，由于考虑到弯曲应力的影响比较大，所以作为净断面名义应力，并不使用考虑这种影响的 $(\sigma_n)_e$ 和 $(\sigma_n)_p$ ，而是采用 $\sigma_n$ 的问题；以及由尖锐切口和钝切口发生的蠕变裂纹扩展速度能否按原样作同等处理在现阶段还不清楚等。所以根据这些资料立即断定净断面名义应力的方法的优越性，看来是不行的。

### 2.1.7 修正 $J$ 积分值 $J'$ 的处理

在上面的实验结果处理中使用过的弹性应力强度因子，是概括了应力水平、试件形状和裂纹长度的所谓断裂力学量，但它是基于线弹性假定下的，因此用于材料非线性比较显著的材料，是有问题的。另一方面，净断面名义应力对材料非线性的某些材料，虽然是可以定义的，但不能加进裂纹长度的影响。于是提出了修正的 $J$ 积分<sup>[13, 21]</sup>作为断裂力学的一个参数，它对于应变速率和应力之间有着非线性关系的情况也可以适用。

修正的 $J$ 积分值 $J'$ ，若用一句话来说，就是在形式上用位移速度场来置换Rice $J$ 积分中的位移场而得到的下一个量。即，设 $T_i$ 为应力矢量、 $v_i$ 为位移速度矢量、 $\sigma_{ij}$ 为应力、 $\epsilon_{ij}$ 为应变速度，则 $J'$ 为

$$J' = \int_C \left( W' dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dc \right) \quad (1)$$

式中：

$$W' = \int_0^{c_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

$J'$ 和 $J$ 积分一样，具有与积分路径 $c$ 无关的性质<sup>[22]</sup>。利用这种积分路径的独立性，就可使 $J'$ 与塑性的应力强度因子 $K_I$ 一一对应起来，因此， $J'$ 可以看作是代表蠕变裂纹尖端附近的应力应变速度场的尺度<sup>[22]</sup>。

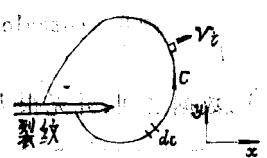


图 7

根据 $J'$ 对 $dl/dt$ 的处理结果已提出好几篇报告。图8是由Landes等<sup>[8]</sup>，对于坯平叶片用镍铬钼钢(Discaloy)的CT和CN试件，在载荷点位移速度一定的条件下的试验结果，用 $K_I$ 、 $\sigma_n$ 和 $J'$ 进行处理的结果。由图可知，当载荷与裂纹长度给定时，换句话说，当力学量的数值给定时的 $dl/dt$ 的分布带宽，以用 $J'$ 处理的为最狭窄。图中虽然没有画出用 $(\sigma_n)_e$ 或 $(\sigma_n)_p$ 的处理结果，但由于在CT试件中，一般是 $\sigma_n < (\sigma_n)_p < (\sigma_n)_e$ ，而在CN试件中是 $\sigma_n = (\sigma_n)_e = (\sigma_n)_p$ ，因此即使用它们进行处理，其分布带宽也要比图8(b)来得宽。另外，若按CN试件的实验结果，在位移速度一定的条件下，则 $K_I$ 和 $\sigma_n$ 将变大，但 $J'$ 却几乎没有变化。再一方面， $dl/dt$ 在试验中也几乎不发生变化。这些都是 $J'$ 的优点。

如附录II所示，Landes等根据能量法用实验求取 $J'$ 值，但这个方法很复杂。另一方面，深裂纹材料的 $J'$ 值，只要根据载荷、韧带尺寸以及载荷点的位移速度，用简单的式子即可求得(附录II)。根据这个简单式子求得的 $J'$ 值，对SUS304的DEN、CT和RB试件中的 $dl/dt$ 所作的处理结果示于图9<sup>[13]</sup>。可以认为，在弯曲型试件和拉伸型试件以及在平板试

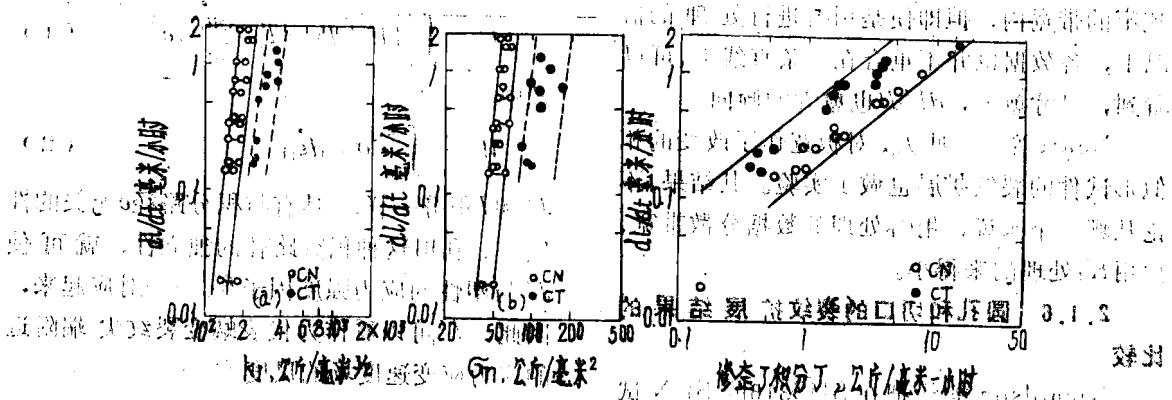


图8 Discaloy的裂纹扩展速度和 $K_{Ic}$ 与 $\Delta J$ 的关系(由图87中引出)

件和圆棒试件的数据之间，并无很大的差异。

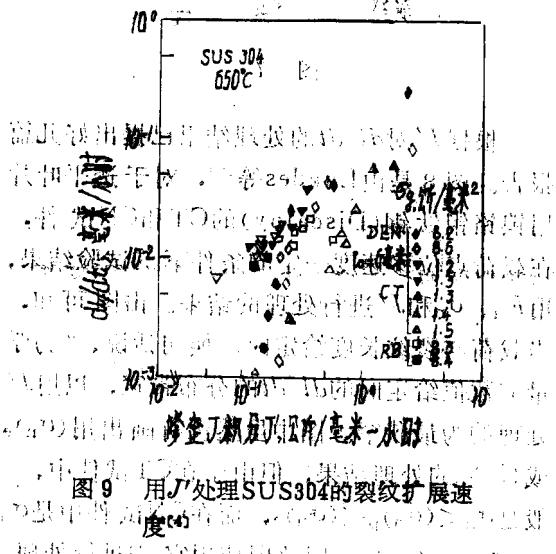


图9 用J'处理SUS304的裂纹扩展速率

归纳以上各点，并把迄今已提出报告的实验结果作个比较和研究的话，那么就可以认为：对于试件、加载条件受到制约情况下的结果，即使用应力强度因子，净断面名义应力的任一个量，都能进行较好的处理，但对不同的试件和加载条件下的数据进行统一处理，它们都是不充分的。在结果的处理中，两者要说哪一个更优越的话，由于支持应力强度因子的实验资料实际上还不太多，所以看起来净断面名义应力的方法稍处于优位。诚然，研究还不太可能进行的条件下，例如在低应力部分，也就是裂纹扩展速度较小的区域，或者对于低延性材料， $K_I$ 成为控制力学量的可能性也会发

$t/t_0$	$d/dL$
0.1	0.2
1.0	0.8
10.0	1.2
50.0	1.8

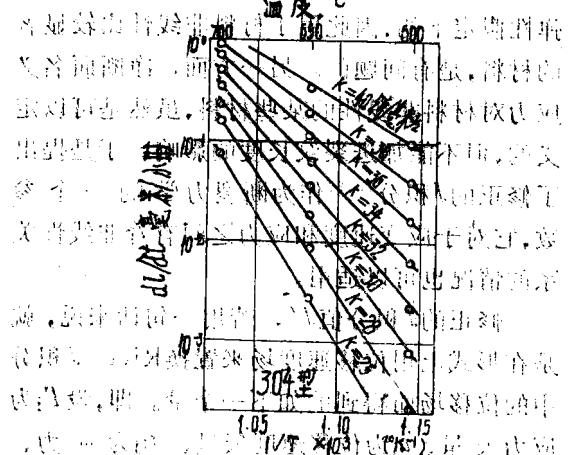


图10 裂纹扩展速度与温度的关系(12)

但由于有如下缺点，因此出现在他们报告中的 $\Delta H$ 值，看来还有讨论的余地：温度条件只取了几种，以及在现阶段还不过是候补控制力学量之一的 $K_I$ 。在把它取为同一值时的实验点用直线连结起来，并由这些直线的倾斜度来求 $\Delta H$ 等。

### 2.3 板厚的影响

在板厚比较大的场合中，板厚中心部分的裂纹长度，比近表面处的裂纹长度来得大，即发生所谓管环（トンネリング）现象<sup>[18, 15, 17, 18, 32, 44]</sup>。其原因可认为是：在板厚的中心部分，接近于平面应变状态，在板的表面，接近于平面应力状态，而裂纹扩展速度，平面应变状态的要比平面应力状态的大一些。在试件的侧面开有适当深度的槽，以约束侧表面的变形，这样就不会引起管环<sup>[34, 18]</sup>。如果上述原因是确实的话，则在接近于平面应变状态的厚板试件中的 $dl/dt$ ，比薄板试件中的 $dl/dt$ 要大些。

支持这个论点的资料，完全可以引用示于图11中的、有关铝合金RR58制的DCB试件的Kenyon等的实验结果<sup>[22]</sup>。若按此图，则会发生于常识略为难以相信的事实，即把板厚提高2.6倍并将横沟槽加深， $dl/dt$ 就会成数百倍地增大。Neate等<sup>[8]</sup>对只改变板厚 $B$ 的试件也做了实验。按其结果的话，则在延性低的经过淬火处理的 $(\frac{1}{2})Cr - (\frac{1}{2})Mo - (\frac{1}{4})V$ 钢中，同板宽 $W = 40$ 毫米， $B = 5$ 毫米试件的 $dl/dt$ 相比， $B = 15$ 毫米试件的 $dl/dt$ 要大好几倍。与此相反，将同样材料经过正火后再进行回火处理而提高韧性的情况下，在 $W = 25.4$ 毫米时，板厚即使从5毫米变化到约为5倍的25.4毫米， $dl/dt$ 几乎没有变化。

根据以上的实验事实，一般地板越厚，换句话讲，与平面应力状态相比，越接近于平面应变状态，则 $dl/dt$ 将有变大的趋势。再有，在这个问题中，应当考虑到与材料的韧性也是有关系的。

### 2.4 静水压的影响

AI有报告指出：在静水压下，破断应变速

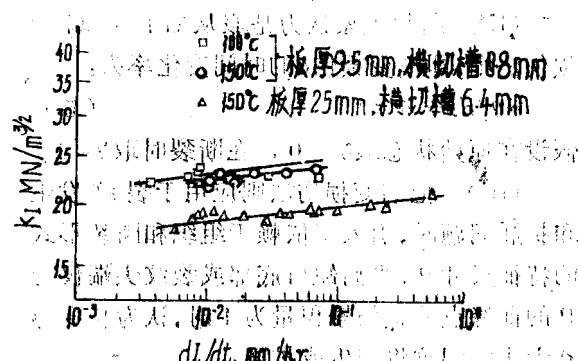


图11 板厚对裂纹扩展速度的影响<sup>[22]</sup>  
从图中可以看出，随着板厚的增加，裂纹扩展速度减小<sup>[35-38]</sup>。因而可以预想到，在静水压下，裂纹扩展速度将会降低。实际上，河井等<sup>[39]</sup>已提出报告，用铜的CN试件证实了上述的结论。

### 2.5 断裂型式的影响

如图12所示，随着应变速率的提高，由晶界断裂向晶内断裂过渡的裂纹扩展速度<sup>[40]</sup>。由断面分析对过渡进行观察，可以看到，随着断面名义应力水平 $\sigma_{eq} = 123$ 公斤/毫米<sup>2</sup>附近，裂纹扩展速度曲线的斜度有变化。

## 3. 解析研究

如图12所示，随着应变速率的提高，由晶界断裂向晶内断裂过渡的裂纹扩展速度<sup>[40]</sup>。由断面分析对过渡进行观察，可以看到，随着断面名义应力水平 $\sigma_{eq} = 123$ 公斤/毫米<sup>2</sup>附近，裂纹扩展速度曲线的斜度有变化。和实验研究平行的，有关蠕变裂纹扩展的解析研究也曾尝试过。本节对它作一些介绍。

**3.1 蠕变塑形较大情况下的裂纹扩展分析** 涉及蠕变塑形较大的情况，目前主要采用基于Norton型稳定蠕变法则基础上的应力应变分析结果与一般化的蠕变损伤法则组合起来的办法，主要对Ⅱ型蠕变裂纹的发生和扩展作了分析。

### A. 分析的基本假定

力学分析的基本假定是以下的三点：

- (1) 假设是Norton型的稳定蠕变状态。即，对塑性裂纹问题，应变速率可用应力表示成 $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c(\sigma/\sigma_c)^n$ 的形式，其中 $\dot{\epsilon}_c$ 、 $\sigma_c$ 和 $n$ 是材料的常数。

(ii) 断裂现象认为是服从如下的蠕变损伤法则,即蠕变损伤 $\eta$ 的时间变化率为:

$$d\eta/dt = A \tau^{b(t)} \quad (5)$$

假设在原始状态取  $\eta = 0$ ，在断裂时取  $\eta = 1$ 。

(iii) 把蠕变损伤法则应用于裂纹发生和扩展问题时,引入了依赖于组织和断裂形式的特征尺寸  $\rho$ ,当离缺口底部或裂纹尖端仅为  $\rho$  的前缘点的损伤累积量为 1 时,认为长度为  $\rho$  大小的裂纹将产生或扩展。

若适当选择损伤法则(5)中的常数 $A$ 和 $b$ , 则这个损伤法则, 形式上对各种断裂形式都可适用。例如晶内断裂问题是用极限应变条件得到处理的话, 则此时的 $b$ 等于蠕变指数 $n$ 。在材料和(5)中所含的常数, 根据光滑材料的蠕变试验和蠕变断裂试验的结果, 可由实验求得。

B. 根据奇异应力场的假定分析裂纹传播

在上述假定下进行裂纹扩展分析时，通常不得不采用数值解的方法。因而，对各种因素对裂纹扩展速度  $d\delta/dt$  的影响，以怎样的函数形式给出的问题，要进行正确的评价，这未必是容易的事。下面，说明  $d\delta/dt$  的分析表示式<sup>[45]</sup>，它是根据假定了裂纹尖端近傍的奇异应力场并把问题作了简化而求得的。

$$t = K_o r^{-1/(n+1)} \sigma_e(\theta) / \sqrt{3} \quad (6)$$

将式(6)代入式(7),即得所求的常数

将式(6)代入式(5), 则表征突变能级的  $d\eta/dt$  变为

$$dn/dt = A \left( K_a / \sqrt{3} \right) D^b / r^{b/(m+b)}$$

第三部分：小學課業評量與評語範例 (7)

在式(7)的基础上来进行裂纹扩展分析。根据式(7)中  $r$  的指数  $b/(n+1)$  对于 1 的大小关系, 即可显示出裂纹扩展性状的差异。即  $b/(n+1) > 1$  时,

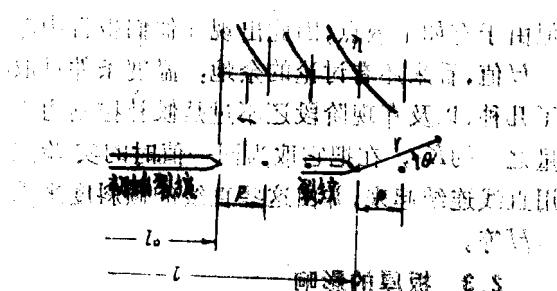


图13 裂纹尖锐近傍  
引子根球突起及松散小枝之顶上，嫩叶基部

$$dl/dt = 3^{-b/2} A \xi \left( \frac{b}{n+1} \right) \rho^{1-b/(n+1)} K_b b$$

(8)

当  $b/(n+1) < 1$  时，  
 $d_1/d_4 = e^{-b/2} \sqrt{E}$

在這種情況下， $\alpha^{1/2}$  是指分子的平均活化能。

$$\frac{b}{(n+1)} \left(1 - 10^{1-b(n+1)} K_B\right)$$

或者是對抗的關係，只長了幾個人。次級

$$dt/dt = A\Gamma\left(\frac{b}{n+1}\right)\Gamma\left(\frac{1}{n+1}\right)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{n+1} \right)^2 \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k \binom{n+1}{k} \left( \frac{2k-1}{2k+1} \right) = \frac{\pi^2}{12(n+1)}.$$

1. 单句 (单句) 2. 复句 (复句) 3. 短语 (短语)

$$= \frac{1}{2} \times (1 - I_0)^{1-bA(n+1)} \times (I')^{b/(n+1)}.$$

式中,  $\Gamma$  为  $\Gamma$  函数,  $A_0$  为初期裂纹长度.

对于塑裂纹，也可得到完全相同形式的结果。只增加大数倍即可。

象上面那样, 当  $(n+1) > 1$  时,  $d\sigma/dz$  基本上只要用表示奇异应力场强度的  $K_s$  或  $J'$  就可表示。与此相反, 在  $n=1$  时, 由于损伤累积的影响变得显著, 所以不能只用  $K_s$ 。

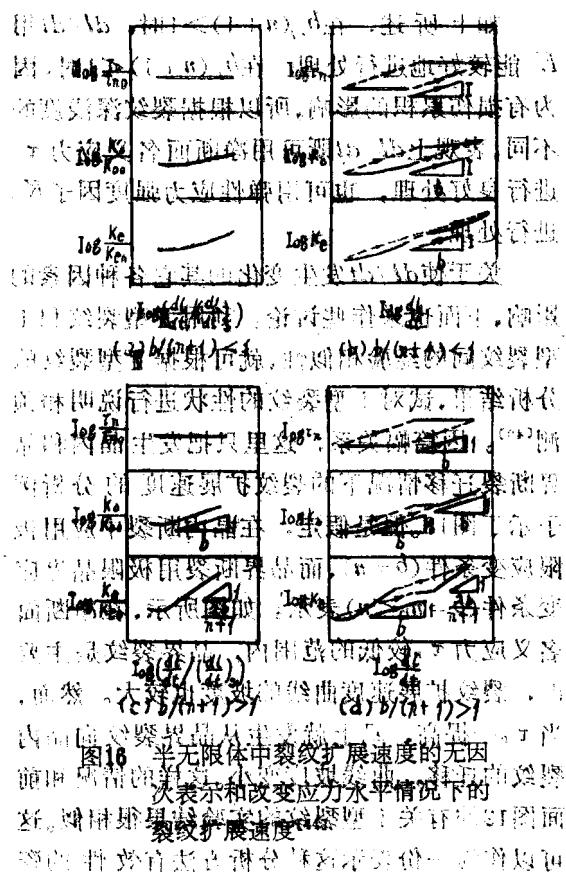
或  $\tau/\tau_0$  表示; 裂纹长度  $l$  使它也受到影响。因为通常  $b/(n+1) < 1$  的, 所以应根据损伤累积考虑其历程影响的数值。在实验结果中, 裂纹扩展初期的  $\tau/\tau_0$  是微小的, 因此裂纹扩展速度曲线的弯曲可以解释为是这种情况的影响。

第二章 C 级：浅裂纹和深裂纹的护理分析

对于为浅裂纹极限的图14那样的半无限体内裂纹（和无限体内的滑度即裂纹相当）以及为深裂纹极限的图15那样的双曲线裂纹的性状，也曾作过分析<sup>[1,43,44]</sup>。把浅裂纹的  $d\ell/dt$  的无因次表示\*，和变化应力水平情况下裂纹扩展速度曲线示于图16中。图中的  $\tau_*$  是净断裂名义应力， $K_0$  是弹性断裂强度因子， $\tau_*/(\tau_{**})_0$ 、 $K_0/K_{**}$ 、 $K_e/K_{**}$  以及  $(d\ell/dt)/(d\ell/dt)_0$  分别是  $\tau_*$ 、 $K_0$ 、 $K_e$  和  $d\ell/dt$  的无因次量。诚然，因势在  $J^*$  和  $K^*$  之间，幂次律的关系总是成立的<sup>[1,44]</sup>，所以对用  $J^*$  的处理作了省略。如图所示， $d\ell/dt$  的行为将根据  $b/(n+1)$  是否大于 1 而有所不同，在  $b/(n+1) > 1$  时，可用  $K^*$  就能很好地处理；但在  $b/(n+1) \leq 1$  时，看来还不如用  $K_e$  处理来得好。这些结果，同上述基于奇异应力场假定下的裂纹扩展分析相比，可以看作是由损伤累积的结果。

图17是深裂纹的 $dL/dt$ 的无因次表示，以及改变应力水平情况下的裂纹扩展速度曲线。对于深裂纹， $dL/dt$ 的行为也随 $\sigma/\sigma_{cr}$ 的大小而有所不同，但因为在表观上没有大的差别，所以只画出一个典型的示意图。

图14 半无限体中的  
I型裂纹



异，所以没有作出象图16所示情况的区分。如在图中看到的那样， $dl/dt$ 用 $K_e$ 或净断面名义应力 $\sigma$ 处理比较好，但用 $K_e$ 处理却不好。

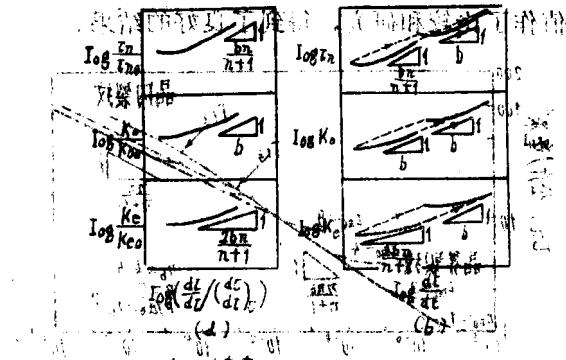


图17 欢曲线裂纹扩展速度的无因次表  
和改变应力水平情况下的裂纹  
扩展速度

对于同一形状的试件，裂纹扩展速度用无因数的  $\frac{d\alpha}{dt}$  表示为常数，由公式得

如上所述，在 $b/(n+1) > 1$ 时， $dl/dt$ 用 $K_c$ 能较好地进行处理；在 $b/(n+1) \leq 1$ 时，因为有损伤累积的影响，所以根据裂纹深浅度的不同，宏观上 $dl/dt$ 既可用净断面名义应力 $\tau_n$ 进行良好处理，也可用弹性应力强度因子 $K_c$ 进行处理。

关于使 $dl/dt$ 发生变化的其它各种因素的影响，下面也来作些讨论。利用Ⅲ型裂纹和Ⅰ型裂纹间的经验相似性，就可根据Ⅲ型裂纹的分析结果，试对Ⅰ型裂纹的性状进行说明和预测<sup>[48]</sup>。因篇幅关系，这里只把发生晶内和晶界断裂迁移情况下的裂纹扩展速度的分析例子示于图18。但是假定，在晶内断裂中应用极限应变条件( $b=n$ )，而晶界断裂用极限晶界应变条件( $b=n_b < n$ )表示。如图所示，在净断面名义应力 $\tau_n$ 较低的范围内，晶界裂纹是主要的，裂纹扩展速度曲线的坡度也较大。然而，当 $\tau_n$ 提高，马上就发生从晶界裂纹向晶内裂纹的迁移，曲线坡度变小。这样的情况和前面图12的有关Ⅰ型裂纹的实验结果很相似。这可以作为一份表示这种分析方法有效性的资料。此外，大路等<sup>[42, 46~48]</sup>用上述的力学分析方法，对扭转蠕变下的切口材料以及裂纹材料的裂纹扩展和断裂作了预测，把预测值和实验值作了比较和研究，得到了良好的结果。

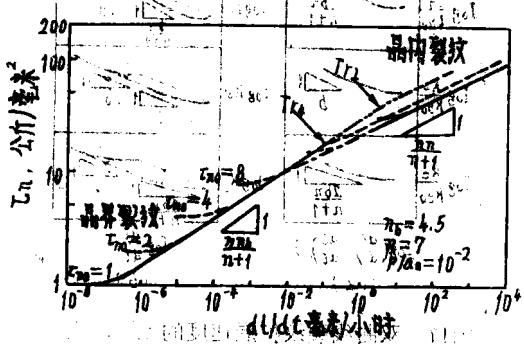


图18 发生晶内和晶界断裂迁移情况下的裂纹扩展速度<sup>[48]</sup>

### 3.1.2 根据有限单元法的蠕变应力分析结果和局部断裂应变的断裂条件相组合的裂纹扩展分析

大谷等<sup>[49]</sup>基于有限变形的理论用有限单元法分析了蠕变应力应变，并把它和局部应变达到某极限值时那部分就发生破坏的所谓断裂条件结合起来，据此来模拟蠕变裂纹的扩展。分析中采用了以下的假定：这些假定和上述大路等的基本假定本质上是属于同一类的，但由于其方法以大谷等提出的有限单元法用幂函数形的Norton法作为蠕变法则，即 $\epsilon_{eq} = D_1 \sigma_{eq}^n$ ，<sup>④</sup>见一个例子(12)

式中， $\sigma_{eq}$ 是等效塑性应力， $\epsilon_{eq}$ 是等效蠕变应变速率， $D_1$ 是常数。<sup>⑤</sup>另外，大路等<sup>[42, 46~48]</sup>采用局部断裂应变条件作为断裂条件，并假定局部应变 $\epsilon_{loc}$ 的时间变化率可由下式给出： $\dot{\epsilon}_{loc} = A \ln(\sigma_{eq}/\sigma_{eq0})$ ，<sup>⑥</sup>其中 $A$ 是常数， $\sigma_{eq0}$ 是 $\sigma_{eq}$ 的平均值。因此，如果将式(12)代入<sup>(iii)</sup>围绕裂纹尖端节点的单元的局部应变 $\epsilon_{loc}$ 的平均值达到某极限值时，裂纹假定只扩展一个网格，即，作为模拟的程序，此时避开了裂纹尖端节点的约束。<sup>⑦</sup>在此基础上，以上述的假定为基础，分析了蠕变裂纹扩展。在 $n = b = 15$ 以及 $n_b = b = 8.89$ 的条件下，对中心切口板试件(CN)中的裂纹扩展所作的分析结果<sup>[42, 50]</sup>，说明如下：

首先，如果利用由计算结果导出的，在裂纹尖端的相当应力 $\sigma_{eq}$ 与净断面名义应力 $\tau_n$ 之间的关系，以及 $\sigma_{eq}$ 与切口张开位移速度 $v$ 之间的关系，则裂纹扩展速度 $dl/dt$ 分别与 $\tau_n$ 的 $b$ 次方或 $v$ 的 $b/n$ 次方近似地成比例。其次，最近有报告指出， $dl/dt$ 不仅依赖于 $\sigma_{eq}$ ，而且还受到裂纹传播过程中累积的裂纹前缘的损伤历程的影响<sup>[51]</sup>。这一点与3.1.1的大路等的主张一致。作为非线性对 $dl/dt$ 的影响来说，用式(13)中的指数 $b$ 表示的材料非线性是显著的，而形状非线性的影响是比较大的。此外，如前面所述的那样， $dl/dt$ 的无因次表示法也可给出，并且在有关SUS304、<sup>⑧</sup>Cr-1Mo-1/4

<sup>④</sup> 此时，网格的大小是材料的特征值，可认为是与在3.1.1节的大路等分析中所引入的特征尺寸 $\rho$ 相当。

V钢和S15C钢的裂纹扩展实验结果的处理上<sup>[11, 20]</sup>。在前面图12所示的SUS304的CN试件的实验结果中, 把有关晶界裂纹的资料表示成无因次量的结果见图19所示。横轴是净断面名义应力 $\sigma_n$ 除以全断面名义应力 $\sigma_g$ 的无因次化了的值, 纵轴是 $d\ell/dt$ 除以 $(d\ell/dt)_s$ 的无因次裂纹扩展速度。这里,  $(d\ell/dt)_s$ 是光滑材料的破断时间除板宽一半的数值。如图所示, 在各种应力水平下的数据, 用无因次表示时, 几乎可以用一条直线表示。

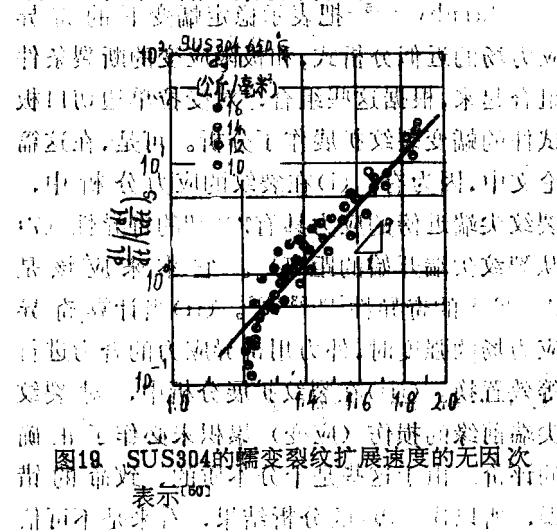


图19 SUS304的蠕变裂纹扩展速度的无因次表示<sup>[20]</sup>

在上述的大谷等的分析中, 由于在应力分析中使用有限单元法的数值方法, 所以存在着一些问题, 如: 各种因素对裂纹扩展的影响, 按其原来情况就难以理解; 另外, 在尖锐切口或裂纹尖端中, 解对计算参数变得很敏感等。然而, 也有一些优点, 如: 实用上最重要但分析困难的塑性裂纹得到了处理, 在原理上任意形状的裂纹都能分析; 作为构成的分析式也可采用复杂的形式等。因此, 完全可补足上述的短处。

Hayhurst等<sup>[22]</sup>在考虑随着蠕变损伤的进行而应变速率增加以及损伤变化率增加的基础上, 用有限单元法分析了带圆孔的平板拉伸断裂。即, 引入了在原始状态中为0、在断裂时为1的蠕变损伤 $\omega$ , 并且假设在简单拉伸中 $\omega$ 的时间变化率用

$$d\omega/dt = A_1 \sigma^{\beta} / (1 - \omega)^{\alpha}$$

表示的蠕变损伤法成立。另外, 蠕变应变速度假设可用下式表示:

$$\dot{\epsilon} = D_2 \sigma^n / (1 - \omega)^n$$

式中,  $A_1$ 、 $b$ 、 $d$ 、 $D_2$ 和 $n$ 是常数。如果把这两式作为一般化的空间应力状态式的话, 则用有限单元法可进行应力应变以及蠕变损伤变化的分析。Hayhurst等把经过切口底部全断面的、并使 $\omega=1$ 时的点定义成断裂, 同时计算了带圆孔的平板受拉伸时的断裂时间。现在假如认为在断裂以前的各阶段中, 使 $\omega<1$ 的区域是存在着主裂纹的区域, 则这个分析照样可以用来作为裂纹扩展分析的一种方法。

Goodall等<sup>[23]</sup>虽然没有作过裂纹扩展分析, 但用有限单元法研究了在受拉伸的双边切口材料中损伤区域的长度, 即应变超过极限值的区域的长度变化。这里, 用Norton法则(12)作为蠕变法则, 同时假定应变超过极限值时, 应变速度变成无限大。

### 3.2 蠕变变形较小情况下的裂纹扩展分析

上面, 对于蠕变变形较大情况下的裂纹扩展分析作了说明, 但蠕变变形较小情况下的分析, 多少也能碰到一些。

#### 3.2.1 根据Dugdale模型与Kachanov蠕变损伤法则组合的裂纹扩展分析

To<sup>[24]</sup>根据Dugdale模型与蠕变损伤法则的组合, 对在平面应力条件下的无限体内的I型裂纹扩展作了分析。基本假定是以下几点:

(i) 蠕变变形比较小, 基于完全弹塑性体以及平面应力假定下, 应力分布可以用Dugdale模型近似。

(ii) 材料的断裂用Kachanov的蠕变损伤法则<sup>[25]</sup>记述。即:

$$d\phi/dt = -A_2(\sigma/\phi)^b \quad (14)$$

式中,  $\phi$ 是蠕变损伤; 假设在受力状态下取 $\phi=1$ , 在断裂时取 $\phi=0$ 。甲乙丙中, 蠕变损伤 $\phi$ 的值随时间而变化, 由公式(14)得

(iii) 当塑性区域尖端点的蠕变损伤值为零时, 裂纹逐渐地沿扩展一个塑性区的长度部分。

分析结果示于图21。由假定(14)可以预料,

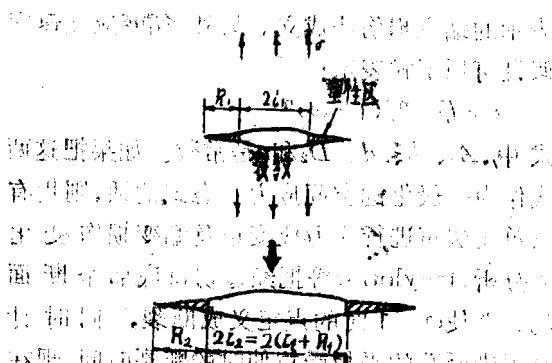


图20 根据Dugdale模型的裂纹扩展分析  
物理概念。图中显示了裂纹尖端附近的应力分布，其中弹性带、塑性带和屈服带被清楚地划分出来。裂纹尖端的应力强度因子 $K$ 决定了裂纹尖端附近的应力分布，从而影响裂纹的扩展速度。

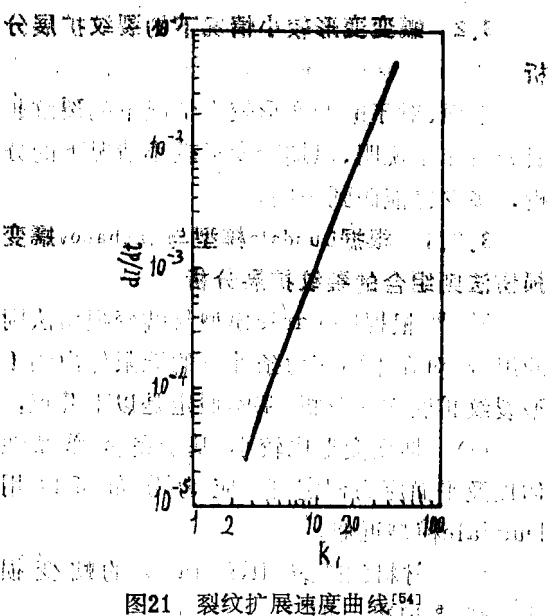


图21 裂纹扩展速度曲线<sup>[64]</sup>

### 8.2.2 小范围屈服条件下非线性断裂力学的方法在蠕变问题中的应用

坂田等<sup>[13,14]</sup>在以下三个假定的基础上，对受蠕变变形支配的区域较小情况下的 $dI/dt$ 进行了考虑：

(i) 除裂纹尖端近傍以外，弹性应力场

起支配作用，即所谓与小范围屈服相同的条件可以成立。

(ii) 在裂纹尖端近傍，服从Nanson型蠕变法则(12)的蠕变变形是个支配量。

(iii) 裂纹扩展速度 $dI/dt$ 与裂纹尖端近傍的、切线方向的应力分量 $\sigma_{\theta}$ 的奇异性强度的 $b$ 次方成比例。

综合这些假定，可得到下式：

$$dI/dt = C_3 K^{2b/(n+1)} \quad (16)$$

### 3.3 其它分析的讨论

Barnby<sup>[66,67]</sup>把表示稳定蠕变下的奇异应力场的近似分析式，和极限应变的断裂条件组合起来，根据这些组合，对受拉单边切口板试件的蠕变裂纹扩展作了分析。可是，在这篇论文中，因为有：(i)在裂纹的应力分析中，裂纹尖端近傍的应力具有 $\gamma^{-1/2n}$ 的奇异性( $\gamma$ ：从裂纹尖端开始的距离)。它本来应该是 $\gamma^{-1/(n+1)}$ 的奇异性<sup>[19,68,69]</sup>。(ii)当计算奇异应力场的强度时，外力用奇异应力的合力进行等效置换。(iii)在裂纹扩展分析中，对裂纹尖端前缘的损伤(应变)累积未必作了正确的评价。由于这些是十分本质的、致命的错误，所以Barnby的分析结果，看来是不可信的。

## 4. 今后的研究课题

第2节中论述了至今已提出报告的有关实验的研究，第3节中讲述了解析的研究。本节将根据这些结果，对今后的课题作一阐述。

### 4.1 裂纹扩展速度的控制力学量

为了根据实验室中被得到的裂纹扩展资料，来设定有缺陷的结构构件的许用应力，或推算其之剩余寿命，因此搞清裂纹扩展速度的控制力学量是很必需的。然而，正如第2节中所述的那样，关于控制力学量的研究还不够充分。究竟把什么当作控制力学量比较恰当的问题，还没有得出结论。今后，希望通过下面例示的、很易显示出各控制力学量之间的差异的实验，来积累一些裂纹扩展的资料：

(i) 把弹性应力强度因子、塑性应力强

度因子、净断面名义应力等各种力学量保持一定的实验。而且，(i)根据一些伸缩试验的比较，(ii)拉伸型试件和弯曲型试件的实验结果的比较，(iii)用相似试件的裂纹扩展实验。

然而，原先提与疲劳裂纹等的情况一样，先验地认为蠕变裂纹扩展速度  $dl/dt$ ，也可以用单一的力学量的函数来表示，实验结果的处理就是建立在这种观点上的。上面(i)~(iii)的实验，也是根据这个观点而被推荐的。可是  $dl/dt$  不仅只与力学量有关，而且在蠕变假定下，它也有可能会受到损伤累积的历程影响，这已在3.1.1节的大谷等的分析和3.1.2节的大谷等的分析中指出过了。另外，就实验结果而言，由于裂纹扩展初期的  $dl/dt$  非常低，这部分的裂纹扩展速度曲线将如图12那样，几乎与  $dl/dt$  轴平行<sup>[4, 9, 25, 40]</sup>，而且疲劳与裂纹材料的裂纹扩展初期的  $dl/dt$  比用电火花切割的予裂纹材料的要大些等等，这些若认为是历史影响的话，那就比较容易理解<sup>[41]</sup>。

若根据分析结果，那么像式(10)那样，对于  $dl/dt$  的历程影响，认为几乎是与裂纹扩展量  $(l-l_0)$  的  $\{1+b/(n+1)\}$  次方成比例。因而  $b/(n+1)$  在取为 1 的近似值时，历程的影响实际上并不在实验结果中出现。另外， $b/(n+1)$  即使在远小于 1 的场合中，历程的影响至多也只与  $(l-l_0)$  成比例。这样，使  $dl/dt$  发生变化的历程影响，通常要比力学量的影响小些。然而，由于在实验室中处理的裂纹扩展量  $(l-l_0)$  的范围有限，所以根据无历程影响而以力学量的函数处理  $dl/dt$  的结果，来推算  $(l-l_0)$  的微裂纹扩展初期的  $dl/dt$  时，对  $dl/dt$  值的估计将会过大。相反，在大的结构物中，对  $(l-l_0)$  较大情况下的  $dl/dt$  值的估计有过小的倾向。另外，在有历程影响的一些场合中，如图16(b)所示的那样，单纯地用力学量对浅裂纹材料的  $dl/dt$  进行处理时，譬如在裂纹尖端近傍的应力场可以用塑性应力强度因子  $K_p$  表示的场合中，结果在形式上，变成也可以用弹性应力强度因子  $K_e$  很好地进行处

理，也许对控制力学量作了错误判断。

因而，(i)当明确什么是  $dl/dt$  的控制力学量的问题时，一定要注意不能忘记有历程的影响，(ii)引起  $dl/dt$  损伤累积的历程影响，实际是否存在，(iii)如果存在，那么就会认为表示成怎样的依赖关系的问题，有必要用实验进行说明。另外，由于墨卡托的历程影响是在裂纹扩展的初期，所以从这部分的裂纹扩展性状出发，比较容易获得有关历程影响的知识，但在这个区域中，引入了初期裂纹的加工影响，因此有所谓难以分离这两种影响的问题。<sup>[1, 3, 10, 11, 12, 13, 14, 15]</sup>象上面考虑的那样，关于控制力学量的研究包含着十分复杂的问题，将这个问题解释清楚是不容易的。作者等虽然并没有掌握解决问题的好办法，但由于建立在现在这种观点上的实验研究还完全没有，所以对于通过简单实验结果，就能有效地给出今后研究方向的一些研究课题，想稍微详细地作些讨论。

### 3.1.4. 根据相似试件中的尺寸效应的研究

关于尺寸效应的研究，不仅在根据实验中用规定尺寸的试件的试验结果，来推算，实际使用的构件的强度上，有其本身的重要性，而且在控制力学量的研究中认为也是很有效的。即，现在不论  $K_p$ 、 $K_e$ 、 $b$  中的哪一个，如果其中某个力学量是  $dl/dt$  的单一控制参数，那用那个参数来处理  $dl/dt$  的话，那么它与试件尺寸就具有依赖关系，按此结果就可明确什么是控制力学量。另外，假定曲率损伤累积的历程影响存在，那么可得到下面那样的有关控制力学量的知识。

根据3.1.3的力学分析，在通常认为可以实现的  $b/(n+1) < 1$  的条件下，以裂纹的扩展速度  $dl/dt$  将和式(10)或式(11)一样，为  $dl/dt = K_p^{1-b/(n+1)} (l-l_0)^{1-b/(n+1)} K_e^{b/(n+1)}$  或以式(12)所示的一样。将此式与前面以积分法<sup>[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]</sup>或以图解法<sup>[16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1499, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1599, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1799, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1849, 1850, 1851, 1852, 1853, 1854, 1855, 1856, 1857, 1858, 1859, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865, 1866, 1867, 1868, 1869, 1869, 1870, 1871, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877,</sup>

式(19)的分析解,在基于损伤累积的历程影响来看,若 $b/(n+1) < 1$ 的条件下,那么在随着裂纹扩展而应力上升大的深裂纹材料中,以及应力几乎不变的浅裂纹材料中,裂纹扩展速度曲线的形状认为是有差异的。即,在图16(b)所示的浅裂纹材料中,把在同样形状试件中的名义应力水平,作各种变化时的力学量,当用净断面名义应力或塑性应力强度因子 $K_0$ (或修正 $J$ 积分 $J_0$ )处理时,裂纹扩展速度曲线的斜度,比速度随应力水平变化的曲线的平移斜度( $1/b$ )要小,因此不能期待用这些力学量来很好地处理实验结果。<sup>[48]</sup>与此相反,在图17(b)所示的深裂纹材料中,把改变名义应力水平时的实验结果,用弹性应力强度因子处理时,裂纹扩展速度曲线的斜度此平移斜度小。但当用净断面名义应力或 $K_0$ 处理时,除了裂纹扩展的初期,二者的斜度几乎一致,结果的数据分布在狭窄的带宽内。<sup>[49]</sup>如果实验结果显示上述那种倾向的话,那么 $dI/dt$ 不仅只受力学量,而且也受到因损伤累积的历程影响。另外,两种裂纹的 $dI/dt$ ,假如可以用同一种力学量统一处理的话,那么这种力学量是 $dI/dt$ 的单一控制力学量的可能性比较大。<sup>[50]</sup>但前段所述的 $dI/dt$ 的 $dI/dt$ 和 $K_0$ 的关系,根据上面的说明,假若适当地把试件的名义应力的形状定得与试件基准尺寸 $a^*$ 相对应,从而在相对裂纹长度 $b/a^*$ 相等点上,进行使 $\sigma_n$ 、 $K_1$ 、 $K_0$ (或 $J_0$ )为一致时的实验。实验结果若使某力学量为一致时的 $dI/dt$ 依赖于试件基准尺寸 $a^*$ 的话,那么 $dI/dt$ 是那个力学量的单函数的概率较大。另外,若能发现上述那样的试件尺寸的依赖关系,那么 $dI/dt$ 不仅只受 $K_0$ (或 $J_0$ )的影响,而且还要受到因损伤累积所致的历程的影响。这种影响大体被考虑用 $dI/dt = f(\sigma_n)$ 的形式来估计。

使用相似试件方法的优点,是即使不能求 $K_1$ 和 $K_0$ (或 $J_0$ )的值,也能进行它们是否是控制力学量的研究。此外,在几乎可以略去历程影响的情况下,这个方法,因为试件尺寸对 $K_1$ 、 $K_0$ 和 $\sigma_n$ 的依赖关系的不同,所以成为识别哪一个是控制力学量的一个有力的方法。

## B. 根据浅裂纹和深裂纹的比较的研究

根据图3.11-1C的分析解,在基于损伤累积的历程影响来看,若 $b/(n+1) < 1$ 的条件下,那么在随着裂纹扩展而应力上升大的深裂纹材料中,以及应力几乎不变的浅裂纹材料中,裂纹扩展速度曲线的形状认为是有差异的。即,在图16(b)所示的浅裂纹材料中,把在同样形状试件中的名义应力水平,作各种变化时的力学量,当用净断面名义应力或塑性应力强度因子 $K_0$ (或修正 $J$ 积分 $J_0$ )处理时,裂纹扩展速度曲线的斜度,比速度随应力水平变化的曲线的平移斜度( $1/b$ )要小,因此不能期待用这些力学量来很好地处理实验结果。<sup>[48]</sup>与此相反,在图17(b)所示的深裂纹材料中,把改变名义应力水平时的实验结果,用弹性应力强度因子处理时,裂纹扩展速度曲线的斜度此平移斜度小。但当用净断面名义应力或 $K_0$ 处理时,除了裂纹扩展的初期,二者的斜度几乎一致,结果的数据分布在狭窄的带宽内。<sup>[49]</sup>如果实验结果显示上述那种倾向的话,那么 $dI/dt$ 不仅只受力学量,而且也受到因损伤累积的历程影响。另外,两种裂纹的 $dI/dt$ ,假如可以用同一种力学量统一处理的话,那么这种力学量是 $dI/dt$ 的单一控制力学量的可能性比较大。<sup>[50]</sup>但前段所述的 $dI/dt$ 和 $K_0$ 的关系,根据以上的讨论,若用各种深裂纹材料进行裂纹扩展实验,并以各种力学量对除了裂纹扩展初期的 $dI/dt$ 数据进行处理的话,即使不能得出有关历程影响的结论,但关于什么是控制力学量的结论还是可能的。因此,取板的宽度 $a^*$ 的取法是随意的,与问题相对应地可取板的宽度 $a^*$ 也可以取裂纹的原始长度。<sup>[51]</sup>前段所述出

制力学量的问题，则可以进行粗略的研究。这种场合下，为候补控制力学量的修正  $J$  积分  $J'$ ，有所谓象附录Ⅲ那样的简单求法的优点。

其次，若根据3.1(1B)的分析，对于  $dl/dt$  的历程影响，则是与裂纹扩展量  $(l-l_0)$  的  $(1+b/(n+1))$  次方成比例。 $n$  和  $b$  分别由蠕变试验和蠕变断裂试验的结果求得。于是，对实际试件的历程影响，假定也与上面的结论基本相同，那么根据用各种力学量对  $dl/dt$  除以  $(l-l_0)^{1/(n+1)}$  的值进行处理，认为也可进行有关控制力学量的研究。

再有，对  $dl/dt$  的初期影响或施工影响，也和历程影响一样，认为可由裂纹扩展量  $(l-l_0)$  的函数给出。因而，如果从各种试件的实验数据中，搜集  $(l-l_0)$  基本相等的数据，那么对于这些数据，由牙真轴出了控制力学量的影响，因此可期望得到关于裂纹力学量的有力的研究资料。

本节的最后部分，论述有关控制力学量的一般情况。在应力水平低的情况下，关注在裂纹尖端近傍的以外部分，弹性应力场起支配作用，即变成了和所谓小范围屈服同样的状态，因此，在那种条件下，如果使蠕变裂纹扩展的话，那么将和3.2节的分析结果一样，认为  $dl/dt$  完全与弹性应力强度因子  $K_c$  有关。另一方面，若把应力水平提高，那么由于蠕变变形的贡献增大，可以预料它将变成类似于塑性中全断面屈服状态的应力状态。因此裂纹尖端近傍的应力场，可以考虑用弹性应力强度因子  $K_c$  或修正  $J$  积分  $J'$  来表示。因而，在高应力条件下，若要引起不稳定断裂，则  $dl/dt$  的控制力学量，可考虑取为  $K_c$  或  $J'$ 。如上所述，各种条件下的蠕变裂纹扩展速度，并不是以同一个力学量的函数来表示的，因此随着各种条件的不同，必须考虑控制力学量也应改变。材料的韧性与这个问题也有关系。譬如，进行蠕变变形困难的低韧性材料的试验时，在发生蠕变过程的高应力条件下，可以看到不稳定的裂纹扩展，因而也可观察到蠕

变裂纹的扩展，所以  $dl/dt$  被限制在同  $K_c$  完全相对应的低应力区的可能性是可以考虑的。反正，搞清楚在怎样的条件下，采用什么作为控制力学量比较恰当问题，是完全必要的。

#### 4.2 塑性应力强度因子 $K_p$ 和修正 $J$ 积分 $J'$ 的求法

如前面所述， $K_p$  和  $J'$  几乎不能求得解析解，这就是不能普遍使用  $K_p$  和  $J'$  进行处理的原因之一。这里，对  $K_p$  和  $J'$  的求法及其所存在的问题作一些讨论。

如在2.1.7节中所述的那样， $J'$  与积分路径无关。另外，如式(附9)那样，可以根据位能  $U^*$  的变化率求得  $J'$ 。因而，和用有限单元法的  $J$  积分的数值计算一样<sup>[64]-[66]</sup>，也可以由用有限单元法的蠕变应力应变分析来求  $J'$ 。另外，如象Goldman等<sup>[67]</sup>的中心裂纹板试件的有限单元法分析那样，若用非线性弹性分析式的裂纹分析，那么，由于在这里选用弹性应力分析和蠕变应力分析之间的相似法则<sup>[68]-[70]</sup>，所以马上就可求得稳定蠕变状态中的  $K_p$  和  $J'$ 。

关于  $J'$  的实验求法，在附录Ⅰ中讲述。这里，对只从荷重、荷重点位移速度和韧带长度求得的深裂纹  $J'$  的简单式(附11)～(附13)的应用范围，即裂纹长度大于板宽等多少比例时，简单式还可应用的问题，作个讨论。

图22所示的Ⅰ型裂纹的非线性弹性解，因为已由Amazigo<sup>[68]</sup>求得，所以如在这个结果中应用弹性-蠕变分析间的相似性，那么这种情况下的  $J'$  很容易计算出来。另一方面，裂纹比较深的情况下，即  $W/W(l: \text{裂纹长度}, W: \text{板宽})$  接近于 1 的情况下， $J'$  和式(附11)一样，可用下式表示的更简单的解<sup>[71]</sup>：

$$J' = (1/(n+1)) / (n+1) \cdot \frac{\dot{\gamma}_p}{\sigma_{p0}} \quad (20)$$

式中， $\sigma_{p0}$  是净断面名义应力， $\dot{\gamma}_p$  是载荷点的位移速度。插图22所示的非线性弹性解，是按图22所示的裂纹形状，即  $W/W(l) = 1$  时计算的。

在本文中，采用修正  $J$  积分为蠕变变形较大场合的一个力学量，但是， $J'$  本来是在蠕变变形小而弹性变形比较大的场合中也可应用的一个力学量。