

基础数学

(上册)



湖南邵阳师专数学科编

目 录

第一章 基本图形与实数

第 一 节

一、形的概念.....	(1)
二、线段及其度量.....	(2)
三、角及其度量.....	(8)
四、平行线.....	(12)
五、三角形.....	(15)
六、圆.....	(21)
习题一.....	(23)

第二节 实数及其运算

一、不可公度线段、无理数.....	(26)
二、有向线段、实数.....	(30)
三、实数的四则运算.....	(35)
四、乘方与开方.....	(44)
习题二.....	(57)

第三节 平面上的向量与实数对

一、向量的概念.....	(62)
--------------	--------

二、向量的加法和减法	(63)
三、数与向量的乘法	(65)
四、向量的分解、直角坐标系	(67)
五、平面上两点间的距离	(70)
习题三	(72)

第二章 代数式的恒等变换

第一节 代数式

一、用字母代数	(75)
二、代数式和代数式的值	(76)
三、字母的允许值	(77)
四、恒等式与恒等变换	(77)
五、代数式的分类	(78)
习题四	(79)

第二节 整 式

一、整式	(80)
二、整式的运算	(83)
习题五	(90)

第三节 多项式的因式分解

一、因式分解的概念	(92)
二、因式分解的方法	(93)

习题六	(97)
-----	--------

第四节 最高公因式与最低公倍式

一、最高公因式	(98)
二、最低公倍式	(102)
习题七	(104)

第五节 分 式

一、分式的基本性质	(105)
二、分式的运算	(107)
三、繁分式的化简	(108)
习题八	(110)

第六节 根 式

一、最简根式	(111)
二、根式的运算	(114)
三、二重根式的化简	(117)
四、分母有理化	(119)
习题九	(120)

第三章 简单几何图形的变换

第一节 全等三角形

一、全等三角形的判定和应用	(123)
---------------	-------

二、角平分线和线段的中垂线的性质·····	(128)
三、证题举例·····	(131)
习题十·····	(134)

第二节 反射和轴对称图形

一、反射·····	(136)
二、轴对称图形·····	(140)
三、几种轴对称图形·····	(142)
习题十一·····	(147)

第三节 旋转和旋转对称图形

一、旋转·····	(152)
二、旋转对称图形·····	(154)
三、正多边形及等分圆周·····	(156)
四、中心对称图形·····	(161)
五、反射、旋转、平移·····	(163)
六、圆·····	(166)
习题十二·····	(170)

第四节 相似变换与相似形

一、线段的比和比例线段·····	(173)
二、相似变换·····	(180)
三、相似形·····	(184)
习题十三·····	(192)

第四章 三角函数

第一节 变量与函数

一、常量和变量·····	(195)
二、函数·····	(196)
习题十四·····	(201)

第二节 锐角三角函数

一、问题的引入·····	(203)
二、锐角三角函数的定义·····	(205)
三、三角函数表·····	(209)
四、解直角三角形应用举例·····	(211)
习题十五·····	(214)

第三节 任意角的三角函数

一、角的概念的扩充、弧度制·····	(217)
二、任意角三角函数的概念·····	(220)
习题十六·····	(226)

第四节 同角三角函数的基本关系

习题十七·····	(233)
-----------	-------

第五节 任意角三角函数值的求法

一、三角函数的线段表示法·····	(235)
-------------------	-------

二、终边相同的角的三角函数值·····	(237)
三、负角的三角函数值的求法·····	(238)
四、任意角的三角函数值的求法——诱导公式·····	(240)
习题十八·····	(251)

第六节 三角恒等式

一、和角差角的三角函数·····	(253)
二、倍角半角的三角函数·····	(257)
三、和差化积及积化和差·····	(262)
习题十九·····	(267)

第七节 解任意三角形

一、正弦定理·····	(270)
二、余弦定理·····	(275)
三、解任意三角形·····	(279)
习题二十·····	(288)

第五章 二元一次方程和直线

第一节 一元一次方程

一、方程的概念·····	(291)
二、一元一次方程的解法·····	(292)
三、可以转化为一元一次方程的分式方程·····	(295)
四、定比分点公式·····	(298)

习题二十一.....	(302)
------------	-------

第二节 直线的方程

一、二元一次方程.....	(305)
二、直线的方程.....	(306)
习题二十二.....	(323)

第三节 二元一次方程组

一、二元一次方程组的概念.....	(326)
二、二元一次方程组的解法.....	(327)
三、平面上两条直线的位置关系.....	(334)
四、直线型经验公式.....	(338)
习题二十三.....	(343)

第四节 直线束

一、三直线共点的条件.....	(348)
二、三阶行列式的概念.....	(349)
三、三阶行列式的性质.....	(350)
四、直线束.....	(359)
习题二十四.....	(361)

第五节 一次不等式

一、不等式的概念.....	(364)
二、一元一次不等式.....	(365)

三、一元一次不等式组.....	(366)
四、二元一次不等式.....	(371)
习题二十五.....	(378)

第六节 变 换

一、坐标变换.....	(381)
二、线性变换.....	(388)
习题二十六.....	(391)

第一章 基本图形与实数

第一节 基本图形

一、形的概念

人们在生产实践中，接触到各种各样的物体，每种物体都有一定的形状和大小。考察各种物体的形状、大小和位置关系，就产生了各种图形的概念。正如恩格斯指出的：“**和数的概念一样，形的概念也完全是从外部世界得来的，而不是在头脑中由纯粹的思维产生出来的。必须先存在具有一定形状的物体，把这些形状加以比较，然后才能构成形的概念。**”

如图1—1，一个是木块，一个是铁块，它们的物理性质截然不同：一个轻，一个重；一个软，一个硬；等等。但是撇开这些物理性质，只看它们的形状和大小，则是一样的。人们在实践中反复多次见到这种形状的物体，就形成了“长方体”的概念。这就是说，抽去物体的物理性质，只考察物体的形状和大小时，就得到了几何体或几何图形。

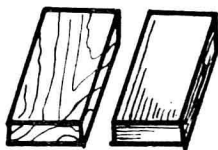


图 1—1

几何研究的对象就是从现实世界中抽象出来的各种几何图形。

任何一个几何图形都是由面、线、点组成的，面、线、点

叫做几何的基本元素。例如长方体，它的表面就是面，面与面相交的地方就是线，线与线相交的地方就是点(图1—2)。

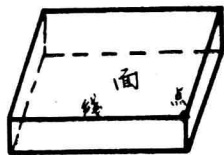


图 1—2

由这些基本元素构成的基本图形有直线、角、平行线、三角形和圆等。

二、线段及其度量

如长方体的边沿、书本的边沿，一段拉直的电线等等，都可以看成是线段，线段有两个端点。

把线段向一方无限延长叫做射线，射线只有一个端点，例如探照灯发出的光线就是射线。

把线段向两方无限延长叫做直线，直线是没有端点的。人们通过实践认识到过两点能够作也只能作一条直线，也就是说直线的位置是由它上面任意两点的位置所确定，即两点决定一直线。

对于线段，我们把它的端点用两个大写字母例如 A 、 B 表示，并把这条线段记作 AB ，或用一个小写字母 l 表示(图1—3)。

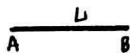


图 1—3

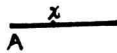


图 1—4

对于射线，如把它的一个端点记作 A ，再在射线上任意取一点 X ，则这条射线可记作 AX (图1—4)。

对于直线，可在其上任意取两点 M 、 N ，记这直线为 MN (图1—5)。

因为线段有两个端点，它是界于两个端点间的部分，所以它有一定的长度。要度量线段的长度，需要选定一种长度单位。我国规定采用公制作为基本计量制度，它的长度计量单位是：



图 1—5

单位名称	微米	忽米	丝米	毫米	厘米	分米	米 (公尺)	公里 (千米)
代 号	u	cmm	dmm	mm	cm	dm	m	km
等 量		10u	$\frac{10}{cmm}$	$\frac{10}{dmm}$	10mm	10cm	10dm	1000m

在工厂里，“毫米”也叫“米厘”，“忽米”也叫“丝”或“道”。除了公制外，工厂里还采用英制，它的长度单位是：

单位名称	吩	吋	呎	码
等 量		8吩	12吋	3呎 = 36吋

公制、英制长度单位换算见下表：

公 制 $\rightarrow$ 英 制	英 制 $\rightarrow$ 公 制
1毫米 = 0.03937吋	1吋 = 25.4毫米
= 0.003281呎	1呎 = 304.8毫米
= 0.001094码	1码 = 91.4402厘米

度量线段时，根据要求的精确度不同，需要采用不同的度量单位。在机械图纸上，所标注的尺寸规定用毫米作单位，图纸上一般只写数字，不写单位，如图1—6。

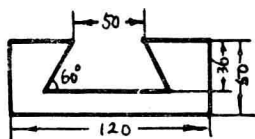


图 1—6

海洋上距离常用浬为单位，1浬 = 1852米。

度量长度的工具，在工地上，农村里测量距离，一般用皮尺、步弓或测绳。在工厂里量零件的长，当精确度要求不高时，一般用卡钳和钢皮尺来量；当精确度要求较高时，可以用游标卡尺、千分尺等来测量。

图1—7是游标卡尺的外形图。

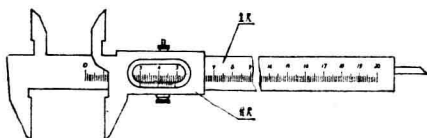


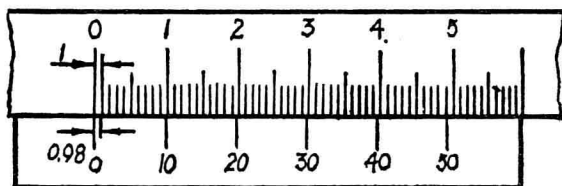
图 1—7

按游标读数值来分，游标卡尺有 0.1，0.05，0.02 毫米三种，其中 0.02mm 的游标卡尺为最精密。

所谓游标读数值为 0.1mm 的游标卡尺，是指用它进行测量时，卡尺的最小读数值可达 0.1mm，即其测量精度为 0.1mm。

我们只介绍 0.02mm 的卡尺的原理和读法：

主尺上每一厘米分成10个小格，每个小格是1毫米，副尺上刻有50格，其总长与主尺上的49小格总长相等，这样副尺上每格的长度就是 $\frac{49}{50} = 0.98mm$ 。因此主尺上1格和副尺上一格数值相差： $1mm - 0.98mm = 0.02mm$ ，所以误差为 $0.02mm$ ，即游标读数值是 $0.02mm$ （图1—8）。



0.02 mm 游标卡尺的刻线原理

图1—8 0.02mm游标卡尺的刻线原理

测量工件时，首先看副尺的0线所对的主尺数值是多少毫米，其次再看副尺上的0线后面的第几根线和主尺的刻线相对齐，副尺每一根线代表 $0.02mm$ ，然后把两个所得读数相加，就是工件的尺寸。

例1。副尺0线所对的主尺前面的毫米数是零，副尺的0线右边第一根线与主尺刻线第一根线对齐，所以读数是 $0.02mm$ 。

例2。副尺0线所对的主尺前面的毫米数是59，副尺的0线右边第十七根线与主尺刻线第一根线对齐，所以读数是 $59mm + 0.34mm = 59.34mm$ 。

如果度量长度的精度要求较高，游标卡尺精度不够，可以用

千分尺，它的精度可达 $0.01mm$ 。千分尺种类可分外径千分尺，深度千分尺，内径千分尺。下面介绍常用的外径千分尺。

图1—9是千分尺的外形图。

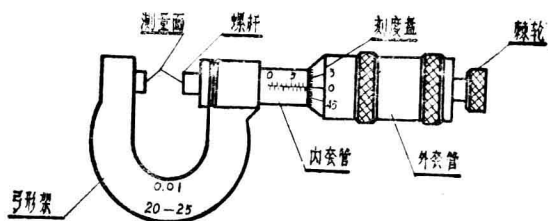


图 1—9

图中内套管为主尺，上面刻有 $\frac{1}{2}mm$ 的分度，主尺上附装着螺丝，螺距为 $\frac{1}{2}mm$ ，外套管具有阴螺纹，套在主尺上，可以转动，螺杆与外套管相连，可随外套管的转动而移动。根据斜面原理可知，外套管每转动一圈，就在主尺上移动一个螺距，即移动 $\frac{1}{2}mm$ 。在刻度盘上刻有等分为50格的分度，因此，当外套管的刻度盘前进一格时，它就在主尺上移动 $0.01mm$ ，所以千分尺能读到 $0.01mm$ 的微小长度。

使用前先将两个测量面及工件被测量面揩干净，然后转动棘轮，使测量面轻轻接触，检查零线是否对准，测量时将工件放在测量面 AB 之间，旋转外套管，当两个测量面将要接触表面时，转动棘轮，以得到固定的测量压力，当转动棘轮而外套

管不再转动，并听到棘轮发出响声时，即可读数。其读法与游标卡尺的读法相似，先在主尺上读数，看外套管上哪一条线与主尺上基准线对齐，将两读数相加即得工件尺寸。

例 3 . 图1—10读数应为多少？

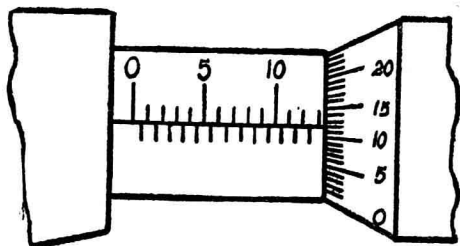


图1—10

解 应为： $13mm + 0.12mm = 13.12mm$ 。

例 4 . 图1—11，读数应为多少？

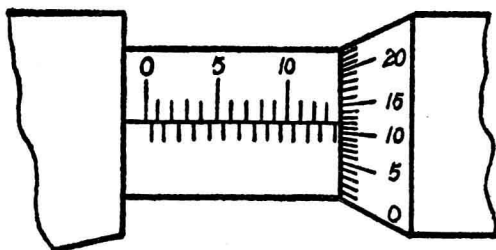


图1—11

解 应为： $13.5mm + 0.12mm = 13.62mm$ 。

三、角及其度量

角可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成，若射线从初始位置 OA 绕着端点 O 旋转到某一位置 OB ，则 OA 、 OB 就构成一个角，记为 $\angle AOB$ ，或 $\angle O$ ，如图1—12、图1—13所示。当 OB 和 OA 形成反向射线时，所成的角叫平角。若将射线从初始位置 OA 绕 O 点旋转一周，使它和初始位置重合，这样得到的角叫做周角（图1—14）。

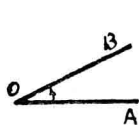


图1—12

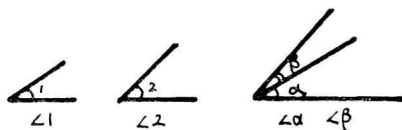


图1—13

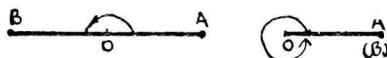


图1—14

平角的一半叫直角，小于直角的角叫锐角，大于直角而小于平角的角叫钝角（图1—15）。

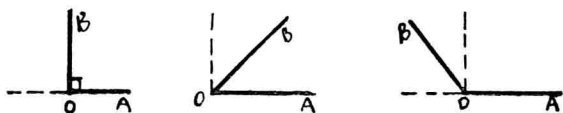


图1—15