

中级力学学习题集

下 册

湖 北 人 民 出 版 社

中级力学习题集

(上 册)

《中级力学习题集》编译组

湖北人民出版社

中级力学习题集

(上册)

《中级力学习题集》编译组

湖北人民出版社出版 湖北省新华书店发行

武汉市江汉印刷厂印刷

850×1168毫米32开本 14印张 330,000字

1982年9月第1版 1982年9月第1次印刷

印数1—8,900

统一书号: 7106·1608 定价: 1.35元

中级力学习题集

(下 册)

《中级力学习题集》编译组

湖北人民出版社

编译者的话

本书系根据 D. Humphrey 所著《中级力学》编译而成,其主要特点是注重数学在力学中的应用,在解力学问题时,尽可能采用简洁、方便而又多样化的数学手段,特别注重解题方法的介绍,以期读者将力学与数学的学习结合起来.书中例题和习题多是英国牛津、剑桥、伦敦等大学入学考试、奖学金考试及学士学位考试等使用过的题目.

编译时,尽量保留原书特点,选编了 359 道例题和 2179 道习题,并附有答案以供校对.为便于阅读,全书按章编排,每章前摘编了有关的基本概念、原理、公式及解题基本方法,然后按问题类型分节,每节分例题及习题两部分,以便对照.

本书可用作工科院校理论力学或普通物理力学部分的教学参考书,尤其适合于从事工、农业生产,具有高中程度的广大自学者结合数学一起自学;也可供工程技术人员及大、中学有关教师参考.

全书两册共二十章,上册十章为运动学及动力学,下册为静力学及矢量计算.本书由武汉师范学院物理系王楚林(第十九、二十章),林渭任(第一~四章、八章),邢荷芳(第五、七、九、十

章), 邝安祥(第六章)和武汉纺织工学院机电系邓道来(第十一~十八章) 编译.

限于编译者的水平, 错误难免, 敬希各界读者批评指正.

《中级力学习题集》编译组

一九八一年五月

目 录

第一章 质点动力学 速率和速度	1
§ 1—1 质点运动的速率	4
§ 1—2 矢量	13
§ 1—3 质点运动的速度	18
§ 1—4 相对速度	25
§ 1—5 角速度	30
§ 1—6 一些较难的题	34
第二章 加速度	42
§ 2—1 加速度	44
§ 2—2 自由落体运动	50
§ 2—3 物体沿斜面运动	53
§ 2—4 综合题	54
第三章 力、动量和运动定律	70
§ 3—1 力和动量	72
§ 3—2 连接质点的运动	79
§ 3—3 较难的题	88
§ 3—4 变力作用下的运动	97
复习题 A	110
第四章 功、功率和能量	118
§ 4—1 功和功率	120

§ 4—2	能量	129
§ 4—3	变力所作的功	135
§ 4—4	单位和量纲	155
第五章	冲力、弹性物体的碰撞	158
§ 5—1	冲量、动量守恒原理	159
§ 5—2	线中冲击张力	167
§ 5—3	弹性物体的正碰撞	178
§ 5—4	光滑球与固定光滑平面的碰撞	189
§ 5—5	两球的斜碰	194
§ 5—6	一些较难的题	201
第六章	抛射体	209
§ 6—1	在水平面上方运动的抛射体 (一)	212
§ 6—2	在斜面上方运动的抛射体	224
§ 6—3	在水平面上方运动的抛射体 (二)	232
§ 6—4	抛射体的轨道和一些较难的题	237
§ 6—5	有关抛射体更深的一些问题	248
	复习题 B	254
第七章	圆周运动	265
§ 7—1	向心加速度和向心力	266
§ 7—2	锥摆运动	269
§ 7—3	车辆沿曲线道路的运动	276
§ 7—4	铅直面内的圆周运动	281
第八章	简谐振动	291
§ 8—1	直线简谐振动	296
§ 8—2	弹簧悬挂质点的振动	306
§ 8—3	单摆与秒摆	314
§ 8—4	简谐振动的合成, 两连接质点的运动	318

第九章 质点在平面上的运动	330
复习题 C	349
第十章 刚体动力学	358
§ 10—1 转动惯量和惯量积	362
§ 10—2 刚体绕定轴的转动	368
§ 10—3 角动量和复摆	373
§ 10—4 刚体的平面运动	382
§ 10—5 瞬时中心	393
§ 10—6 作用于刚体上的冲力	396
复习题 D	402
习题答案	409

目 录

第十一章	质点静力学.....	441
§ 11—1	力的合成与分解.....	445
§ 11—2	受三个力的质点的平衡.....	449
§ 11—3	受三个以上的力的质点.....	457
§ 11—4	作用于一点的任意数目的力的平衡.....	462
§ 11—5	摩擦力作用下质点的平衡.....	465
第十二章	刚体静力学——平行力——力矩——力偶	470
第十三章	作用在刚体上的共面力	486
§ 13—1	受三个力的刚体.....	488
§ 13—2	平衡力系.....	501
§ 13—3	铰接杆的受力分析.....	511
§ 13—4	共面力之合力(一).....	524
§ 13—5	图解解析法.....	531
§ 13—6	力偶的合成和力的转移.....	537
§ 13—7	求共面力之合力(二).....	540
§ 13—8	力对轴之矩.....	548
	复习题 E	550
第十四章	图解法	559
§ 14—1	求任意数目共面力的合力.....	562
§ 14—2	框架.....	568
§ 14—3	较复杂的桁架问题.....	584
第十五章	摩擦	590

§ 15—1	有关滑动的问题.....	590
§ 15—2	可能滑动也可能翻倒的问题.....	602
§ 15—3	铰接杆的滑动问题.....	606
§ 15—4	较复杂情况下的平衡.....	609
§ 15—5	较难的题.....	619
第十六章	简单机械	637
第十七章	重心	649
§ 17—1	较简单几何体的重心.....	654
§ 17—2	各种四边形薄片的重心.....	667
§ 17—3	重心与平衡的稳定性.....	670
§ 17—4	几种曲面体的重心.....	679
	复习题 F.....	686
第十八章	剪力与弯矩——吊桥与悬索.....	699
§ 18—1	集中载荷下的剪力与弯矩.....	706
§ 18—2	均布载荷下的剪力与弯矩.....	714
§ 18—3	悬挂在绳索上的质点群.....	723
§ 18—4	垂曲线.....	734
第十九章	虚功——稳度——杂题	747
§ 19—1	虚功原理.....	748
§ 19—2	平衡的稳度	759
§ 19—3	杂题.....	769
第二十章	矢量	808
§ 20—1	矢量的加、减法.....	813
§ 20—2	矢量函数的微分——动力学.....	820
§ 20—3	矢量的乘法.....	827
	习题答案.....	837

第十一章 质点静力学

1. 力的定义：力是改变或趋于改变物体静止状态或匀速直线运动状态的任何原因。力的单位为牛顿(N) 一牛顿定义为使质量1千克的物体得到1米/秒²加速度所需的力。

为完整地描述作用在质点上的力，需要给定：(i) 力的大小，(ii) 力在空间的方向。对刚体，还需给定力的作用点。力是矢量。

2. 可以用有向线段 AB 表示一个给定的力，线段的长度表示力的大小；以字母排列顺序表示给定力的指向，例如线段 AB 表示某一从 A 到 B 的作用力， BA 表示从 B 到 A 的作用力，写成矢量式时，有 $\mathbf{AB} = -\mathbf{BA}$ 。

按矢量相加法则，力相加时采用力的平行四边形法则，这是静力学的出发点。表述如下：

若二力 P 和 Q 作用于质点 O ，用自点 O 引出的直线 OA 、 OB 表示它们的大小和方向，则它们与另一力(即合力) R 等效， R 的大小和方向可用平行四边形 $OACB$ 的对角线 OC 表示(图

11.1)。设二力夹角为 $\theta (= \angle AOB)$ ， R 与 P 间夹角为 $\angle COD$

(CD 垂直于 OA 或其延线)，

则

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta},$$

$$\operatorname{tg} \angle COD = \frac{P \sin \theta}{P + Q \sin \theta}.$$

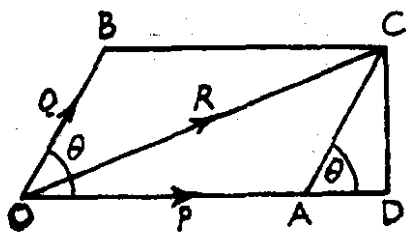


图 11.1

二力正交时, $\theta = 90^\circ$, 则

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

$$\operatorname{tg} \angle COD = Q/P.$$

二力相等时, 若均等于 P , 则

$$R = 2P \cos \frac{\theta}{2}, \quad \operatorname{tg} \angle COD = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

即合力 R 平分二力间夹角.

3. 由于以一已知线段为对角线可以作无数个平行四边形, 因此可用无数个方法将一力分解为二个分量. 通常, 是将其沿二个互相垂直的方向分解.

如图 11.2, 以 OC 表示已知力 F , 若将 F 沿 OX 和 OY 方向的两分量 OA 和 OB , 且 $\angle COX = \theta$, 则

$$OA = F \cos \theta, \quad OB = F \sin \theta.$$

若要求力 F 沿与之成 α 和 β 角方向的两分量(图 11.3), 则可按平行四边形法则得

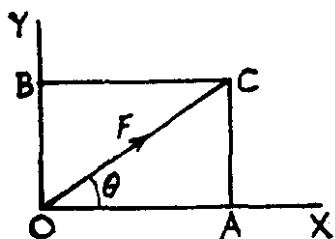


图 11.2

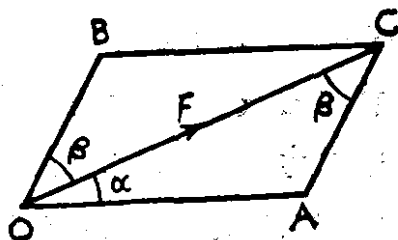


图 11.3

$$OA = \frac{F \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}, \quad OB = \frac{F \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}.$$

4. 若作用于一点的三个力可依次用一三角形的三边表示其大小和方向, 则三力互相平衡.

反之, 若作用于一点的三个力相平衡, 就可依次取一三角形的三边来表示它们的大小和方向. 此三角形称为力的三角形.

因此，若用一三角形 ABC 的两边 AB 、 BC 表示作用于某点的二个力的大小与方向，则其第三边 AC 将表示此二力之合力的大小与方向。

5. 拉米定理：

若作用于一点的三个力平衡，则每一力与另二力间夹角的正弦成正比。

如图 11.4，设 P 、 Q 、 R 为作用于 O 而互相平衡的三个力， OA 表示 P ， OB 表示 Q ， CO 表示 R ，各力所对之角依次为 α 、 β 、 γ 。则

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}.$$

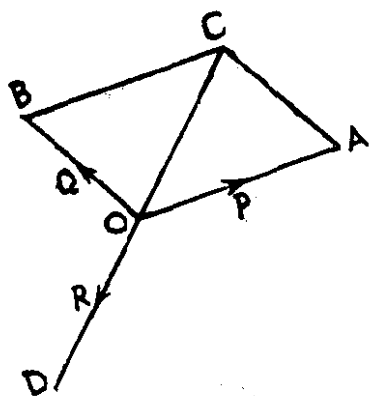


图 11.4

6. 若两力作用于—质点，它们在任何给定方向的分量之和，等于它们的合力在该方向的分量。

进而可知，若作用于—质点的三个或三个以上的力相互平衡，则它们在任一给定方向的分量之代数 and 必为零。

7. 作用于一质点的任意数目的力，若能用—多边形的各边依次表示它们的大小和方向，则诸力平衡。此多边形称为力的多边形。若力多边形自身不能封闭，则此力系不平衡，而自首端连向末端的多边形的封闭边表示其合力 R 。

8. 若作用于一质点的任意数目的力处于平衡状态，则诸力在任意两个互成直角的方向的分量之代数 and 必为零。

反之，若诸力在两个互成直角的方向的分量之和均为零，则它们处于平衡状态。

在实用中，通常将给定的诸力按两个互成直角的方向分解

(通常为水平和铅垂二个方向), 并使每一个方向的分量之和为零.

9. 当一物体压向另一物体时, 总是存在着沿共有表面而阻止相互滑动的力, 称为摩擦力. 许多问题中假定物体完全光滑, 这种情况下物体间只存在垂直于共有表面之力, 这个力称为正压力或法向压力.

摩擦力的方向与物体趋于运动的方向相反. 在达到最大值之前, 摩擦力恰好等于引起运动趋势的力. 一定条件下只能产生有限值的摩擦力, 其最大值称为极限摩擦力, 其值等于 μR (μ 为摩擦系数, R 为正压力). 此值与接触表面的面积及形状无关.

10. 在倾角为 α 的粗糙斜面上, 质点在自重作用下下滑的条件是 $\tan \alpha \geq \mu = \tan \lambda$ (λ 为摩擦角).

若质点(重 W)受力 P 之作用, P 与斜面成 θ 角.

I. $\alpha < \lambda$ 时(质点不能自行下滑)

a. P 向上作用(图 11.5), 质点即将上移时:

$$P = W \frac{\sin(\alpha + \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)}.$$

b. P 向下作用(图 11.6), 质点即将下滑时:

$$P = W \frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\cos(\theta - \lambda)}.$$

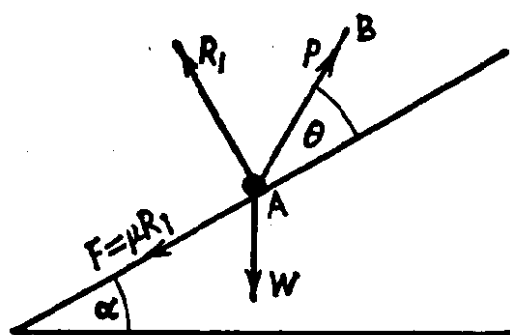


图 11.5

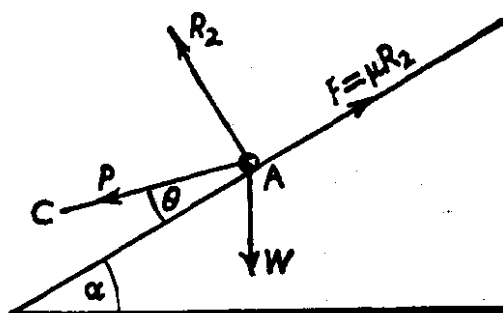


图 11.6

II. $\alpha > \lambda$ 时 (质点有自行下滑的趋势)

a. P 向上时与 I、a 同.

b. P 向上起支撑作用, 质点行将下滑时 (图 11.7):

$$P = W \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)}.$$

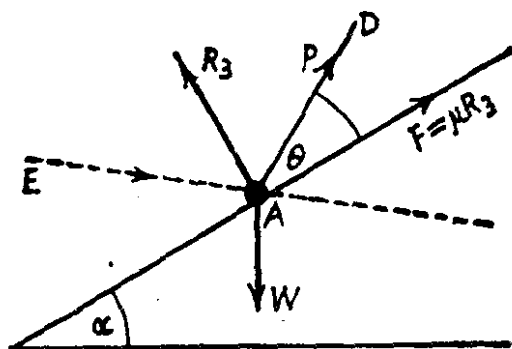


图 11.7

§ 11—1 力的合成与分解

例 题

例 1. 如果力 $3P$, $5P$ 之合力等于 $7P$, 求二力的夹角.

解: 若 θ 为力 $3P$ 与 $5P$ 的夹角, R 为合力, 则

$$R^2 = 9P^2 + 25P^2 + 30P^2 \cos \theta,$$

$$\therefore 34P^2 + 30P^2 \cos \theta = 49P^2, \text{ (因 } R = 7P \text{)}$$

$$\therefore 30P^2 \cos \theta = 15P^2,$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \theta = 60^\circ.$$

例 2. 若二力 P 与 Q 间成一夹角使 $R = P$. 证明, 当 P 值增大一倍时, 新的合力与 Q 成直角.

解: 令 OA , OB 表示 P 和 Q (图 11.8). 则平行四边形

$OACB$ 的对角线 OC (表示合力 R) 等于 OA .

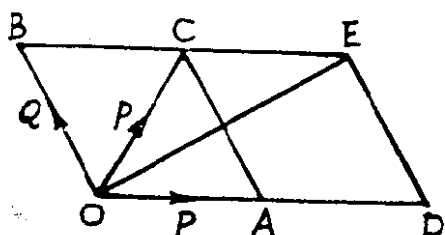


图 11.8

延长 OA 至 D , 使 $AD = OA$, 则 OD 表示 $2P$, 而 Q 与 $2P$ 的合力用平行四边形 $ODEB$ 的对角线 OE 表示.

$$\because BC = OA = P,$$

$$CE = AD = P.$$

$$\therefore CB = CE = CO.$$

因此 BE 是以 C 为圆心而又通过 O 点的半圆的直径,

$$\therefore \angle BOE \text{ 为直角.}$$

另解: $\because CE = CO$, 则 $\angle CEO = \angle COE$,

$$\because CB = CO, \text{ 则 } \angle CBO = \angle COB,$$

$$\therefore \angle CEO + \angle CBO = \angle BOE,$$

$$\therefore \angle BOE \text{ 为直角.}$$

例 3. 两个质量都等于 10 公斤的重物系在一轻线的两端, 该线跨过墙上布置成等边三角形的三个光滑销钉, 三角形的一边水平. 求每个销钉所受力.

解: 设 A 、 B 、 C 为三销钉的位置 (图 11.9).

因销钉光滑, 该线各处张力相同, 都等于 $10g$ 牛顿 = 98 牛顿.

A 所受之力为夹角成 60° 的二个 98 牛顿的张力之合力. 设 R (牛顿) 为该合力之值, 则

$$R^2 = 98^2 + 98^2 + 2 \times 98^2 \times \cos 60^\circ = 3 \times 98^2,$$

$$\therefore R = 98\sqrt{3} = 170.$$

B 和 C 所受之力为夹角成 150° 的二个 98 牛顿的张力之合力. 设 S (牛顿) 为该合力之值, 则

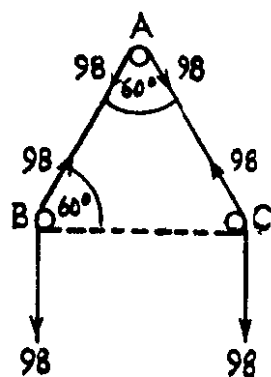


图 11.9