

衛生干部自學文化課本

代 數

魏 繼 周 編

人 民 衛 生 出 版 社

目 录

怎样学这本书	8
--------	---

第一章 基本知識	9
----------	---

一、代数式	9
-------	---

第1节 用文字表示数(9) 第2节 公式(10)

第3节 代数式(13) 第4节 系数(15) 第5节

乘方(17) 第6节 运算的顺序(19)

二、算术四則的性质	21
-----------	----

第7节 加法运算的性质(21) 第8节 减法运算的

性质(22) 第9节 乘法运算的性质(24) 第10节

除法运算的性质(25)

三、等式	29
------	----

第11节 等式和不等式(29) 第12节 恒等式和方程

(30) 第13节 解方程(32) 第14节 列出方程解

应用問題(35) 第15节 代数式的总结(38)

第二章 有理数	41
---------	----

一、具有相反方向的量	41
------------	----

第16节 正负的数意义(41) 第17节 有理数(43)

第18节 用数轴表示数(46) 第19节 用数轴作图表

和图象(49) 第20节 数的绝对值(52)

二、有理数加法	53
---------	----

第21节 同号兩数相加(53) 第22节 異号兩数相加

(55) 第23节 三个以上的有理数相加(58)

三、有理数减法	61
---------	----

第24节 減数是正数的減法(61) 第25节 減数是負

数的減法(63) 第26节 代数和(65)

四、有理数乘法.....67

第27节 两个有理数的乘法(67) 第28节 三个以上
有理数的乘法(70) 第29节 有理数的乘方(71)

五、有理数除法.....73

第30节 有理数除法法则(73) 第31节 有理数的总
结(75)

第三章 整式.....79

一、预备知识.....79

第32节 单项式和多项式(79) 第33节 升幂和降幂
(80) 第34节 同类项的合并(82)

二、整式的加减法.....84

第35节 单项式的加法(84) 第36节 多项式的加法
(87) 第37节 单项式的减法(89) 第38节 多项
式的减法(91) 第39节 去括号(93) 第40节 添
括号(95)

三、整式乘法.....97

第41节 同底数的幂的乘法(97) 第42节 幂的乘方
第43节 积的乘方(99) 第44节 单项式的乘方(101)
第45节 单项式与多项式相乘(103) 第46节 多项式
乘法(105)

四、整式除法..... 109

第47节 同底数的幂的除法(109) 第48节 单项式的
除法(110) 第49节 多项式除以单项式(112) 第50节
多项式除以多项式(113) 第51节 整式的总结(118)

第四章 因式分解..... 122

第52节 因式分解的意义(122) 第53节 提出公因式
法(124) 第54节 平方差公式(126) 第55节 完全平
方公式(128) 第56节 完全立方公式(130) 第57节
立方和与立方差公式(132) 第58节 分组分解法(134)

第59节 二次三项式的因式(137) 第60节 总结
(138)

第五章 分式..... 142

一、基本知识..... 142

第61节 分式的意义(142) 第62节 分式的性质(144)

第63节 约分(146) 第64节 通分(151)

二、分式的加减法..... 158

第65节 同分母分式的加减法(158) 第66节 异分母
分式的加减法(161)

三、分式乘法..... 167

第67节 分式与分式相乘(167) 第68节 整式与分式
相乘(171)

四、分式除法..... 174

第69节 分式与分式相除(174) 第70节 整式与分式
相除(178) 第71节 分式四则混合运算(183)

第六章 一次方程..... 190

一、方程的一般性质..... 190

第72节 等式和它的性质(190) 第73节 方程(191)

第74节 移项(192)

二、一元一次方程..... 194

第75节 解一元一次方程(194) 第76节 用一元一次
方程解应用问题(198)

三、一次联立方程..... 202

第77节 二元一次方程(202) 第78节 二元一次联立方
程(203) 第79节 用代入法解二元一次联立方程(204)

第80节 用代数加法解二元一次联立方程(209) 第81
节 一次联立方程应用问题(216) 第82节 三元一次
联立方程(222) 第83节 联立方程的分式形式(227)

第七章 比列 235

一、比及比值 235

第84节 比及比值(235) 第85节 比的性質(237)

第86节 比例(238) 第87节 比例定理(240)

二、量的比例关系 245

第88节 正比和反比的意義(245) 第89节 比例的运算(247) 第90节 复比例(250) 第91节 比例分配(254) 第92节 比例关系式(260)

三、百分数 266

第93节 百分数的意義(266) 第94节 求百分数(百分率)(270) 第95节 求一个数的百分之几是多少(272)

第96节 已知一个数的百分之几是多少求这个数(276)

第八章 幂和方根 280

一、乘方 280

第97节 幂的运算法则(280) 第98节 負数的偶次幂和奇次幂(281)

二、开方 282

第99节 开方的意義(282) 第100节 方根的性質(283)

第101节 單項式的开方(285) 第102节 多項式的开方(287)

第103节 数的开平方(290) 第104节 小数开平方(295)

第105节 近似平方根的求法(297)

第106节 分数开平方(301)

三、实数 303

第107节 无理数的概念(303) 第108节 无理数的近似值(304) 第109节 实数的概念(306)

四、根式 308

第110节 根式的概念(308) 第111节 根式的基本性質(308)

第112节 根式的变换(310) 第113节 同类根式及其化法(313)

第114节 根式的加減法(314)

第115节 同次根式及其化法(316) 第116节 根式的乘法(317) 第117节 根式的除法(319) 第118节 根式的乘方(322) 第119节 根式的开方(323) 第120节 分母的有理化(325) 第121节 方根的总结(327)

第九章 二次方程..... 330

一、二次方程..... 330

第122节 二次方程的意义(330) 第123节 不完全二次方程的解法(331) 第124节 完全二次方程的解法(334) 第125节 二次方程根的公式(336) 第126节 列方程解应用问题(340) 第127节 二次方程的根与系数的关系(345) 第128节 做方程(348) 第129节 根的判别式(349)

二、可以化成二次方程的方程..... 351

第130节 双二次方程(351) 第131节 无理方程(353) 第132节 方程的总结(357)

第十章 函数及其图象..... 359

一、函数的基本概念..... 359

第133节 函数的意义(359) 第134节 直角坐标(361) 第135节 函数的表示法(363)

二、一次函数..... 366

第136节 正比例图象(366) 第137节 函数 $y=kx+c$ 的图象(368)

三、二次函数..... 374

第138节 函数 $y=x^2$ 的图象(374) 第139节 函数 $y=ax^2$ 的图象(375) 第140节 函数 $y=ax^2+c$ 的图象(378) 第141节 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(380) 第142节

函数 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的图象(384) 第143节 函数

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的图象 (387) 第144节 反比例的图象

(389) 第145节 函数的总结 (392)

第十一章 不等式 394

第146节 不等式的意义 (394) 第147节 不等式的基本性质 (395) 第148节 一元一次不等式 (397) 第149节 一元一次联立不等式 (401)

第十二章 数列 405

第150节 数列 (405)

一、等差数列 407

第151节 等差数列的基本概念 (407) 第152节 等差数列的通项公式 (408) 第153节 等差数列各项和的公式 (412)

二、等比数列 416

第154节 等比数列的基本概念 (416) 第155节 等比数列的通项公式 (417) 第156节 等比数列各项和的公式 (420)

三、极限 423

第157节 无限大、无限小 (423) 第158节 极限的意义 (424) 第159节 极限的定理 (427) 第160节 无穷递减等比数列的各项和 (430) 第161节 增量 (432) 第162节 增量的极限 (435) 第163节 数列的总结 (438)

第十三章 指数和对数 440

一、指数 440

第164节 正整指数的性质 (440) 第165节 零指数 (441) 第166节 负指数 (442) 第167节 分指数 (444) 第168节 指数函数及其图象 (445)

二、对数的一般性质..... 448

第169节 对数的意义(448) 第170节 对数函数的图

象(450) 第171节 积、商、幂及方根的对数(453)

第172节 对数式的还原(456)

✓ 三、常用对数..... 457

第173节 常用对数的性质(457) 第174节 对数表的

使用法(462) 第175节 反对数(464) 第176节 对

数的运算(467) 第177节 余对数(469)

四、对数的应用..... 471

第178节 对数在计算上的应用(471) 第179节 指数

方程和对数方程(475) 第180节 利用对数解应用问

题(477) 第181节 指数和对数的总结(480)

△ 第十四章 排列、组合及二项式定理..... 485

第182节 排列(485) 第183节 组合(490) 第184节 二

项式定理(494) 第185节 总结(497)

怎样学这本书

在开始学习之前，关于自修代数的方法问题，提出以下三个意见供读者参考：

(1) 自修要有计划性。这本书共有 185 节，每节后面基本上都有练习题，每节自修时间平均为一小时。习题演算与自修内容的时间相等（但有的节没有习题，有的习题演算要比自修内容多一倍），约有 350 小时就可以自修完这本书。书中有算术 16 节，已经学过的人就不必学了，第 142、143、161、162 各节是作为参考用的，如果把这些都去掉不学，即或再加上一些复习时间也不能超过 350 小时。如果有人帮助、或者几个人组织起来自修，有 300 小时就能学完这本书。这 300 小时如何安排也要做出计划。

(2) 看例题的时候首先要理解题意，要注意例题推演过程中每一步骤的原因和依据，这是学好数学的最重要的一件事。然而，当你实在想不起来的时候，可以看一下每一步骤后面用小体字写的旁注。同时也要注意例题中的演算形式和排列的顺序，这样才能克服自己演算中的困难，纠正演算中的毛病。

(3) 自修完每节内容以后，一定要做该节后面的练习题，做习题是学好数学最重要的一关，绝对不可忽视。习题都是按照由简到繁、由易到难的顺序编排的，因为做简单容易的习题不会发生困难又可以很快的掌握演算方法，然后再做繁杂的难题也不会困难了。

演算习题一定要遇到一些问题自己解决不了。这时可以把这个问题暂时放下不演，等待把其他的习题都演完提高了演算技巧以后，再演这个问题就迎刃而解了。实在不会演算或者演算出来也没有把握时，那就看一下习题解答。看习题解答的方法，也象看例题那样，要理解它的内容，不许可照抄。

编者

第一章 基本知識

一、代 数 式

第 1 节 用文字表示数

在算术里我們所使用的数都是固定的数字（自然数）。那就是：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

而在代数里我們除了仍然使用这些自然数字以外，还使用带有一般性的文字来代表数。那就是：

abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

用文字表示数的好处很多，例如，在算术乘法里：

$$3 \times 5 = 5 \times 3; \quad (\text{交换乘数位置它的值不变})$$

如果用文字表示： $a \times b = b \times a$ 。 (交换乘数位置它的值不变)

3×5 可以交换两数的位置写成 5×3 ，这只限于 3 和 5 两数相乘。而 $a \times b$ 写成 $b \times a$ ，是表示任意两数相乘都可以交换乘数的位置。由此可知用文字表示数，可以把数的共同性表示出来。

一个文字可以代表任何一个数字，然而在同一問題中只可以代表一个数。

例 1 已知 $a=2$, $b=3$ ，把 $a \times b$ 、 $b \times a$ 用数字写出，

$$\text{則 } a \times b = b \times a,$$

可写成 $2 \times 3 = 3 \times 2$ 。 (用数字代替了文字)

例 2 已知 $a=5$, $b=1$ ，把 $a \times b = b \times a$ 用数字写出，

則 $a \times b = b \times a$,

写成 $5 \times 1 = 1 \times 5$ 。 (用数字代替文字)

例3 已知 $a = \frac{2}{3}$, $b = 4$, 把 $a \times b = b \times a$, 用数字写出,

則 $a \times b = b \times a$,

写成 $\frac{2}{3} \times 4 = 4 \times \frac{2}{3}$ 。 (用数字代替文字)

从这三个例题可以看出来, 一个文字可以代表任何数, 就拿 a 来说吧, 代表 $2, 5, \frac{2}{3}, \dots$ 等等。然而在同一问题中只能代表一个数, 就象 a 在例1中只能代表2; a 在例2中只能代表5, 不可再代表其他的数。

用文字表数, 这是把数的范围又扩大了, 这对今后的学习和实际应用有很大的帮助。

注意 几个文字相乘时可以取消乘号。例如, $a \times b = b \times a$ 应当写成 $ab = ba$, 或者写成 $a \cdot b = b \cdot a$ 也可以。数字和文字相乘时也可以取消乘号。例如: $8 \times a$ 写成 $8a$; 或者写成 $8 \cdot a$ 。 $6 \times 7 \times a$ 写成 $6 \cdot 7 \cdot a$, 然而这个点一定要点在中間, 否则就和小数点混淆了。

第2节 公 式

在演算的时候, 我們可以把所求的数用算式表示出来; 或者把算式里的已知数和未知数用文字来表示, 就成为一个公式。以后遇见同类的問題都可以应用这公式来计算, 这也是用文字表示数的好处。

例1 汽車每小时走40公里, 求2小时走多少公里?

解 速度: 每小时走40公里,

時間: 2小时,

路程: 所走的公里数用 s 表示之。

在算術里我們知道，路程 = 速度 × 時間，

$$s = 40 \times 2,$$

計算結果 $s = 80$ 。

答：汽車兩小時可走80公里。

這就是把所求的數用算式的方法計算出來。

例2 汽車每小時的速度是40公里，求2小時，3小時，4小時，……各走多少公里？

根據例1，把各個小時所走的公里數，寫成算式：

$$s = 40 \times 2, \quad (2 \text{ 小時走的公里數})$$

$$s = 40 \times 3, \quad (3 \text{ 小時走的公里數})$$

$$s = 40 \times 4, \quad (4 \text{ 小時走的公里數})$$

.....

這樣計算下去太麻煩了，我們再進一步討論一下。算式中的速度是固定不變的，只是由於時間的變化而得出不同的路程來，那麼我們用 t 表示時間。則得：

$$s = 40 \cdot t$$

這算式里的 t 表示任意一個時間數。所以，只要速度不變每小時40公里，那麼，在任何時間里所走的路程都能求出來。因此，這個算式就成為一個公式了。

例3 在路程公式 $s = 40 \cdot t$ 中，如果用 v 表示速度（就是用 v 代替40）則得：

$$s = vt$$

這個公式比 $s = 40t$ 的應用範圍更廣泛，它不論速度大小，時間多少，都能計算出來路程。這也說明用文字代替數的好處。

例4 如果一個長方形的長是 a 寸，寬是 b 寸，表示它的面積是 A 平方寸，用公式形式寫出來。

已知，長方形的面積，等於長乘寬。用文字寫出：

$$A = a \cdot b。$$

這個公式就是長方形面積公式，應用它可以求出來任意長，

和任意寬的长方形面积。

例5 火車每小时走69公里，求3小时所走的路程？

解 速度： $v=69$ 公里，

時間： $t=3$ 小时，

把速度，時間代入路程公式 $S=Vt$ 中，

則 $s=vt$ ，

$s=69 \times 3$ ，

$s=207$ (公里)。

答：火車3小时走207公里。

习 題 1

1. 把下列各式用文字写出来：

(1) $8+5=5+8$; (2) $(3+2)+1=3+(2+1)$;

(3) $2 \times 9=9 \times 2$; (4) $2 \times 3 \times 4=3 \times (2 \times 4)$ 。

2. 三角形的三边長分別为 a, b, c ，周長用 P 表示，写出三角形周長的公式。

3. 三角形的面积 A ，等于底 b 和高 h 的乘积的一半，用公式表示出来。

4. 长方形的体积等于長、寬、高的乘积。我們現在用 V 表示体积， a 表示長， b 表示寬， c 表示高，写出体积公式。

5. 圓周長等于圓周率和半徑相乘积的2倍。今設圓周長为 c ，圓周率为 π ，半徑为 r ，写出公式。

6. 已知圓面积为 A ，圓周長为 c ，半徑为 r ，写出圓面积公式。(已知圓面积等于圓周長乘半徑，再乘 $\frac{1}{2}$)

7. 应用 $S=VT$ 路程公式，計算下列各題。

(1) 已知：速度 $V=40$ 公里，時間 $T=15$ 小时，求路程 $S=?$

(2) 已知， $V=13$ 尺， $T=5$ 秒，求 $S=?$

(3) 已知， $V=20$ 公尺， $T=3$ 分鐘，求 $S=?$

(4) 已知，速度 $=9$ 寸，時間 $=47$ 秒，求路程 $=?$

(5) 北京去上海的火車每时平均走90公里，共走25小时，求北京上海間的距離？

- (6) 噴氣式飛機每秒速度400公尺，求8秒後的路程？
8. 一個冰箱長3尺，寬2尺，高5尺，求冰箱的體積？
9. 已知圓周率是3.1416，圓的半徑2寸，應用公式求圓周長？
10. 已知 $\pi=3.1416$ ， $r=5$ 尺，求圓面積？
11. 梯形的面積等於上底加下底，乘高再乘 $\frac{1}{2}$ 。現在設梯形面積為 A ，上底為 a ，下底為 b ，高為 h ，寫出公式。

第3節 代 數 式

用運算符號把數字和文字連接起來的式子，叫做代數式。或簡稱式和式子。例如：

$40T$ ， $3+a$ ， $a(b+8)$ ， $\frac{S}{T}$ ， $\frac{a-b}{3}$ ，等等都叫代數式。

如果用數值代替代數式里的文字進行計算，最後所得到的結果就叫代數式的值。

例 1 把所設的數值代入 $\frac{ab}{2}$ 中，計算出代數值。

(1) 當 $a=10$ ， $b=6$ 的時候， $\frac{ab}{2}$ 的值就是 $\frac{10 \times 6}{2} = 30$ ；

(2) 當 $a=7$ ， $b=4$ 的時候， $\frac{ab}{2}$ 的值就是變成 $\frac{7 \times 4}{2} = 14$ ；

(3) 當 $a=0.15$ ， $b=30$ 的時候， $\frac{ab}{2}$ 的值就變成 $\frac{0.15 \times 30}{2} = 2.25$ 。

這30，14，2.25都是代數式 $\frac{ab}{2}$ 的值。由此可知，代數式的值是由於式中文字所取的數值而確定的。

代數式的用途很大，表達的形式也簡便。有些數學中的語言都可以用代數式表示。相反的，代數式也可以用語言說出來。

例2 已知某数为 x ，分别用代数式表示下列各题：

(1) 某数的8倍除以某数的5倍的商，可写成：

$$8x \div 5x。$$

(2) 某数的3倍与某数 b 倍所得积的和，可写成：

$$3x + bx。$$

(3) 某数与0.5的和的 $\frac{1}{3}$ 倍，可写成：

$$\frac{1}{3}(x + 0.5)。$$

(4) 某数与 a 的和乘以某数与 b 的差的积，可写成：

$$(x + a)(x - b)。$$

(5) 某数乘以 y 与某数乘以 a 所得积的差，可写成：

$$xy - xa。$$

例3 把下列代数式用语言说出来：

(1) $a + b$

讀做： a 与 b 的和；或讀 a 加 b 。

(2) $a - b$

讀做： a 与 b 的差；或讀 a 减 b 。

(3) ab

讀做： a 与 b 的积；或讀 a 乘 b ；或讀 b 乘以 a 。

(4) $a \div b$

讀做： a 除以 b 的商；或讀 a 被 b 除。

(5) $a + bc$

讀做： a 加上 b 乘以 c ；或讀 a 加上 b 与 c 的积的和；或讀 a 加 b 乘 c 。

(6) $(a + b) \div (a - b)$

讀做： a 加 b 除以 a 减 b ；或讀 a 与 b 的和除以 a 与 b 的差的商。

习 题 2

1. 这节代数式里包括几个内容請总结一下，并在每个内容里举出一个例子。

設 $a=20$, $b=8$, $c=3$, 求下列代数式的值。

- (1) $(a+b)c$; (2) $a+bc$;
 (3) $(a-b) \div c$; (4) $a-(b+c)$;
 (5) $(a-b)(b+c)$; (6) $\frac{a-b+2}{b-c}$ 。

2. 把下列各题用代数式表示 (变語言为代数式)

- (1) 5与 a 的和; (2) k 減1的差;
 (3) a, b 与 c 的和; (4) 3与 x 的积;
 (5) r, s 与 t 的积; (6) a 除以 b 的商;
 (7) $(x+y)$ 与 $(x-y)$ 的积; (8) a 除以 x 与 y 的和的商;
 (9) a 除以 b 与 x 除以所得 y 商的和; (10) a 乘 b 与 x 乘 y 的积的差;
 (11) x 与 y 的差乘以 x 与 y 的和的积。

3. 把下列各代数式用語言写出来:

- (1) $a+8$; (2) $21-x$;
 (3) $3ab$; (4) $\frac{s}{t}$;
 (5) $6-ab$; (6) $a \div (x-y)$;
 (7) $(x+y) + (a+b)$; (8) $a+8x-(a+b) \div ax$ 。

第4节 系 数

在前面的几节里我們可以看到，数字和文字在一起表示一个乘积，这个乘积里的数字，就叫做文字的系数。

例如：在乘积 $40t$ 里，40是 t 的系数；

在乘积 $\frac{1}{2}ah$ 里， $\frac{1}{2}$ 是 ah 的系数；

在乘积 ax 里，1是 ax 的系数，因为 $1 \times ax$ 仍然是 ax 。所以說，凡是1的系数都不必写了。反过来說，凡是不写系

数的乘积如, a , by , acd 等等的系数都是1。

在算术里我們已經知道, 要計算几个相同加数的和, 是把加数乘以加数的个数。

例如: $5+5+5+5=5 \times 4$; $(5 \times 4$ 表示4个5相加)

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 3 \quad (\frac{2}{3} \times 3 \text{ 表示3个 } \frac{2}{3} \text{ 相加})$$

同样: $a+a=a \cdot 2=2a$; $($ 一般把系数写在前面)

$$a+a+a=3a; \quad (3a \text{ 表示3个 } a \text{ 相加, } 3 \text{ 是 } a \text{ 的系数})$$

$$a+a+a+a=4a; \quad (4a \text{ 表示4个 } a \text{ 相加, } 4 \text{ 是 } a \text{ 的系数})$$

$$a+a+a+a+a=5a; \quad (5a \text{ 表示5个 } a \text{ 相加, } 5 \text{ 是 } a \text{ 的系数})$$

一般: $a+a+\cdots+a=na$ 。 $(na \text{ 表示 } n \text{ 个 } a \text{ 相加, } n \text{ 是 } a \text{ 的系数})$
 $\underbrace{\hspace{2cm}}_{n \text{ 个 } a}$

这就是說, 系数如果是正数, 这个系数表示相同加数的个数。

系数如果是分数(或小数), 这个系数就表示文字的几分之几。例如:

$$\frac{1}{2}ah \text{ 的 } \frac{1}{2} \text{ 是表示, } ah \text{ 的 } \frac{1}{2};$$

$$0.3a \text{ 的 } 0.3 \text{ 是表示, 这个 } a \text{ 的 } 0.3 \text{ 倍 (或 } a \text{ 的 } \frac{3}{10} \text{)。}$$

习 题 3

1. 利用系数化簡下列各式:

$$(1) \quad c+c+c+c;$$

$$(2) \quad s+s+t+t+t;$$

$$(3) \quad a+a+a+a-(x+x);$$

$$(4) \quad \frac{c}{2} + \frac{c}{2} + \frac{c}{2};$$

$$(5) \quad x+x-(a+a+a);$$

$$(6) \quad \frac{a}{10} + \frac{a}{10} + \frac{a}{10};$$

$$(7) \quad ay+ay+ay+ay;$$

$$(8) \quad x+x+x;$$

$$(9) \quad a+a+b+b+b+y+y.$$