

М. Я. Выходский

Справочник
по элементарной
математике

М. Я. ВЫГОДСКИЙ

**СПРАВОЧНИК
ПО
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ
МАТЕМАТИКЕ**

ТАБЛИЦЫ, АРИФМЕТИКА,
АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ,
ТРИГОНОМЕТРИЯ,
ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

*ИЗДАНИЕ ДВЕНАДЦАТОЕ.
СТЕРЕОТИПНОЕ*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1959

ЭТОТ СПРАВОЧНИК И ДРУГИЕ КНИГИ,
ИЗДАННЫЕ ГОСУДАРСТВЕННЫМ ИЗДАТЕЛЬ-
СТВОМ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРА-
ТУРЫ, ВЫСЫЛАЮТСЯ НАЛОЖЕННЫМ ПЛА-
ТЕЖОМ.

ПИСЬМЕННЫЕ ЗАКАЗЫ НАДО
АДРЕСОВАТЬ ТАК:

Куда: _____
(Название республиканского или краевого, или
областного центра республики или края, или
области, где живет заказчик)

Кому: Книготорг, отделу «Книга — почтой».

Обратный адрес: _____

(Должен быть указан подробно и четко)

СОЮЗКНИГА

Марк Яковлевич Выгодский

Справочник по элементарной математике

Редактор *М. М. Горячая*

Технический редактор *В. Н. Крючкова.*

Корректор *О. А. Сигал.*

Печатать с матриц. Подписано к печати 25/V 1959 г. Бумага
70×92¹/₃₂. Физ. печ. л. 12,875. Условн. печ. л. 15,06. Уч.-изд. л. 24,81.
Тираж 200 000 экз. Цена 8 р. 05 к. Заказ № 1312.

Государственное издательство физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ленинградский Совет народного хозяйства,
Управление полиграфической промышленности.
Типография № 1 «Печатный Двор» имени А. М. Горького.
Ленинград, Гатчинская, 26.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Что можно найти в справочнике	9
---	---

I. ТАБЛИЦЫ.

§ 1. Некоторые часто встречающиеся постоянные	11
§ 2. Степени, корни, обратные величины, длины окружностей, площади кругов, натуральные логарифмы	12
§ 3. Десятичные логарифмы	16
§ 4. Антилогарифмы	21
§ 5. Логарифмы тригонометрических величин	26
§ 6. Синусы и косинусы	34
§ 7. Тангенсы и котангенсы	33
§ 8. Перевод градусной меры в радианную. Длины дуг окружности радиуса 1	46
§ 9. Перевод радианной меры в градусную	47
§ 10. Таблица простых чисел, не превосходящих 6000	48
§ 11. Некоторые математические обозначения	50
§ 12. Латинский алфавит	51
§ 13. Греческий алфавит	51

II. АРИФМЕТИКА.

§ 1. Предмет арифметики	52
§ 2. Целые (натуральные) числа	52
§ 3. Границы счета	52
§ 4. Десятичная система исчисления	54
§ 5. Развитие понятия числа	55
§ 6. Цифры	56
§ 7. Системы нумерации некоторых народов	56
§ 8. Наименования больших чисел	63
§ 9. Арифметические действия	64
§ 10. Порядок действий; скобки	67
§ 11. Признаки делимости	68
§ 12. Простые и составные числа	70
§ 13. Разложение на простые множители	71
§ 14. Общий наибольший делитель	72
§ 15. Общее наименьшее кратное	72
§ 16. Простые дроби	73
§ 17. Сокращение и «расширение» дроби	74
§ 18. Сравнение дробей: приведение к общему знаменателю	75
§ 19. Сложение и вычитание дробей	76
§ 20. Умножение дробей. Определение	77
§ 21. Умножение дробей. Правило	79
§ 22. Деление дробей	79
§ 23. Действия с нулем	80
§ 24. Целое и часть	81

§ 25. Десятичные дроби	82
§ 26. Свойства десятичных дробей	83
§ 27. Сложение, вычитание и умножение десятичных дробей	84
§ 28. Деление десятичной дроби на целое число	85
§ 29. Деление десятичной дроби на десятичную дробь	86
§ 30. Обращение десятичной дроби в простую, и обратно	86
§ 31. Исторические сведения о дробях	88
§ 32. Проценты	89
§ 33. О приближенных вычислениях	91
§ 34. Способ записи приближенных чисел	92
§ 35. Правила округления	93
§ 36. Абсолютная и относительная погрешность	94
§ 37. Предварительное округление при сложении и вычитании	96
§ 38. Погрешность суммы и разности	97
§ 39. Погрешность произведения	100
§ 40. Подсчет точных знаков при умножении	101
§ 41. Сокращенное умножение	104
§ 42. Деление приближенных чисел	106
§ 43. Сокращенное деление	107
§ 44. Возведение в степень и извлечение квадратного корня из приближенных чисел	109
§ 45. Средние величины	111
§ 46. Сокращенное вычисление среднего арифметического	113
§ 47. Точность среднего арифметического	114
§ 48. Отношение и пропорция	115
§ 49. Пропорциональность	116
§ 50. Практические применения пропорций. Интерполяция	117

III. АЛГЕБРА.

§ 1. Предмет алгебры	121
§ 2. Исторические сведения о развитии алгебры	121
§ 3. Отрицательные числа	127
§ 4. Происхождение отрицательных чисел и правил действий над ними	129
§ 5. Правила действий с отрицательными и положительными числами	131
§ 6. Действия с одночленами; сложение и вычитание многочленов	133
§ 7. Умножение сумм и многочленов	135
§ 8. Формулы сокращенного умножения многочленов	136
§ 9. Деление сумм и многочленов	137
§ 10. Деление многочлена на двучлен первой степени	139
§ 11. Делимость двучлена $x^m \mp a^m$ на $x \mp a$	141
§ 12. Разложение многочленов на множители	142
§ 13. Алгебраические дроби	143
§ 14. Пропорции	145
§ 15. Зачем нужны уравнения?	146
§ 16. Как составлять уравнения	147
§ 17. Общие сведения об уравнениях	149
§ 18. Равносильные уравнения. Основные приемы решения уравнений	151
§ 19. Классификация уравнений	152
§ 20. Уравнение первой степени с одним неизвестным	153
§ 21. Система двух уравнений первой степени с двумя неизвестными	155
§ 22. Решение системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными	156
§ 23. Общие формулы и особые случаи решения системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными	159

§ 24. Система трех уравнений первой степени с тремя неизвестными	161
§ 25. Правила действий со степенями	166
§ 26. Действия с корнями	167
§ 27. Иррациональные числа	170
§ 28. Квадратное уравнение; мнимые и комплексные числа	172
§ 29. Решение квадратного уравнения	175
§ 30. Свойства корней квадратного уравнения	178
§ 31. Разложение квадратного трехчлена на множители	179
§ 32. Уравнения высших степеней, разрешаемые с помощью квадратного уравнения	179
§ 33. Система уравнений второй степени с двумя неизвестными	180
§ 34. О комплексных числах	183
§ 35. Основные соглашения о комплексных числах	184
§ 36. Сложение комплексных чисел	184
§ 37. Вычитание комплексных чисел	185
§ 38. Умножение комплексных чисел	185
§ 39. Деление комплексных чисел	186
§ 40. Геометрическое изображение комплексных чисел	187
§ 41. Модуль и аргумент комплексного числа	189
§ 42. Тригонометрическая форма комплексного числа	191
§ 43. Геометрический смысл сложения и вычитания комплексных чисел	192
§ 44. Геометрический смысл умножения комплексных чисел	195
§ 45. Геометрический смысл деления комплексных чисел	197
§ 46. Возвышение комплексного числа в целую степень	198
§ 47. Извлечение корня из комплексного числа	199
§ 48. Возведение комплексного числа в любую действительную степень	203
§ 49. Некоторые сведения об алгебраических уравнениях высших степеней	205
§ 50. Общие сведения о неравенствах	207
§ 51. Основные свойства неравенств	208
§ 52. Некоторые важные неравенства	210
§ 53. Равносильные неравенства. Основные приемы решения неравенств	213
§ 54. Классификация неравенств	214
§ 55. Неравенство первой степени с одним неизвестным	215
§ 56. Системы неравенств первой степени	216
§ 57. Простейшие неравенства второй степени с одним неизвестным	216
§ 58. Неравенства второй степени с одним неизвестным (общий случай)	217
§ 59. Арифметическая прогрессия	218
§ 60. Геометрическая прогрессия	219
§ 61. Отрицательные, нулевой и дробные показатели степени	221
§ 62. Сущность логарифмического метода; составление таблицы логарифмов	224
§ 63. Основные свойства логарифмов	226
§ 64. Натуральные логарифмы; число e	228
§ 65. Десятичные логарифмы	231
§ 66. Действия с искусственными выражениями отрицательных логарифмов	233
§ 67. Отыскание логарифма по числу	235
§ 68. Отыскание числа по логарифму	238
§ 69. Таблица антилогарифмов	240
§ 70. Примеры логарифмических вычислений	241
§ 71. Соединения	243
§ 72. Бином Ньютона	246

IV. ГЕОМЕТРИЯ.

А. Геометрические построения.

1. Через данную точку провести прямую, параллельную данной прямой	251
2. Разделить данный отрезок пополам	251
3. Разделить данный отрезок на данное число равных частей	251
4. Разделить данный отрезок на части, пропорциональные данным величинам	252
5. Восставить перпендикуляр к прямой в данной ее точке	252
6. Опустить перпендикуляр из данной точки на прямую	252
7. При данной вершине и луче построить угол, равный данному углу	252
8. Построить углы 60° и 30°	253
9. Построить угол 45°	253
10. Разделить данный угол пополам	253
11. Разделить данный угол на три равные части	253
12. Через две данные точки провести окружность данным радиусом	254
13. Через три данные точки провести окружность	254
14. Найти центр данной дуги окружности	254
15. Разделить пополам данную дугу окружности	254
16. Найти геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом	254
17. Провести через данную точку касательную к данной окружности	255
18. Провести к данным двум окружностям общую внешнюю касательную	255
19. Провести к двум данным окружностям общую внутреннюю касательную	256
20. Описать окружность около данного треугольника	256
21. Вписать окружность в данный треугольник	257
22. Описать окружность около данного прямоугольника	257
23. Вписать окружность в ромб	257
24. Описать окружность около данного правильного многоугольника	257
25. Вписать окружность в данный правильный многоугольник	258
26. Построить треугольник по трем сторонам	258
27. Построить параллелограмм по данным сторонам и одному из углов	258
28. Построить прямоугольник по данным основанию и высоте	258
29. Построить квадрат по данной стороне	258
30. Построить квадрат по данной его диагонали	258
31. Вписать квадрат в данный круг	259
32. Описать квадрат около данного круга	259
33. Вписать правильный пятиугольник в данный круг	259
34. Вписать в данный круг правильный шестиугольник и треугольник	259
35. Вписать правильный восьмиугольник в данный круг	259
36. Вписать правильный десятиугольник в данный круг	260
37. Около данного круга описать правильный треугольник, пятиугольник, шестиугольник, восьмиугольник, десятиугольник	260
38. Построить правильный n -угольник по данной его стороне	260

Б. Планиметрия.

§ 1. Предмет геометрии	261
§ 2. Исторические сведения о развитии геометрии	261
§ 3. Теоремы, аксиомы, определения	264

§ 4.	Прямая линия; луч, отрезок	265
§ 5.	Углы	265
§ 6.	Многоугольник	267
§ 7.	Треугольник	268
§ 8.	Признаки равенства треугольников	269
§ 9.	Замечательные линии и точки в треугольнике	270
§ 10.	Прямоугольные проекции, соотношения между сторонами треугольника	272
§ 11.	Параллельные прямые	274
§ 12.	Параллелограмм и трапеция	275
§ 13.	Подобие плоских фигур, признаки подобия треугольников	277
§ 14.	Геометрическое место. Круг и окружность	279
§ 15.	Углы в круге; длина окружности и дуги	281
§ 16.	Измерение углов в круге	284
§ 17.	Степень точки	285
§ 18.	Радикальная ось; радикальный центр	287
§ 19.	Вписанные и описанные многоугольники	289
§ 20.	Правильные многоугольники	290
§ 21.	Площади плоских фигур	292

В. Стереометрия.

§ 1.	Общие замечания	294
§ 2.	Основные понятия	295
§ 3.	Углы	296
§ 4.	Проекция	298
§ 5.	Многогранный угол	300
§ 6.	Многогранники; призма, параллелепипед, пирамида	300
§ 7.	Цилиндр	304
§ 8.	Конус	306
§ 9.	Конические сечения	307
§ 10.	Шар	308
§ 11.	Сферические многоугольники	309
§ 12.	Части шара	312
§ 13.	Касательная плоскость шара, цилиндра и конуса	314
§ 14.	Телесные углы	316
§ 15.	Правильные многогранники	318
§ 16.	Симметрия	319
§ 17.	Симметрия плоских фигур	322
§ 18.	Подобие тел	323
§ 19.	Объемы и поверхности тел	324

V. ТРИГОНОМЕТРИЯ.

§ 1.	Предмет тригонометрии	327
§ 2.	Исторические сведения о развитии тригонометрии	328
§ 3.	Радиианное измерение углов	330
§ 4.	Перевод градусной меры в радианную, и обратно	332
§ 5.	Тригонометрические функции острого угла	333
§ 6.	Отыскание тригонометрической функции по углу	335
§ 7.	Разыскание угла по его тригонометрической функции	337
§ 8.	Решение прямоугольных треугольников	339
§ 9.	Таблица логарифмов тригонометрических функций	340
§ 10.	Разыскание логарифма тригонометрической функций по углу	342
§ 11.	Разыскание угла по логарифму тригонометрической функции	343
§ 12.	Решение прямоугольных треугольников с помощью логарифмирования	345
§ 13.	Практические применения решения прямоугольных треугольников	346

§ 14. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла	348
§ 15. Тригонометрические функции любого угла	348
§ 16. Формулы приведения	350
§ 17. Формулы сложения и вычитания	353
§ 18. Формулы двойных, тройных и половинных углов	353
§ 19. Преобразование тригонометрических выражений к виду, удобному для логарифмирования	355
§ 20. Преобразование к логарифмическому виду выражений, в которые входят углы треугольника	356
§ 21. Некоторые важные соотношения	356
§ 22. Основные соотношения между элементами треугольника	357
§ 23. Решение косоугольных треугольников	359
§ 24. Обратные тригонометрические (круговые) функции	364
§ 25. Основные соотношения для обратных тригонометрических функций	366
§ 26. О составлении таблиц тригонометрических функций	367
§ 27. Тригонометрические уравнения	368
§ 28. Приемы решения тригонометрических уравнений	371

VI. ФУНКЦИИ, ГРАФИКИ.

§ 1. Постоянные и переменные величины	376
§ 2. Функциональная зависимость между двумя переменными	376
§ 3. Обратная функция	378
§ 4. Изображение функции формулой и таблицей	378
§ 5. Обозначение функции	379
§ 6. Координаты	380
§ 7. Графическое изображение функций	381
§ 8. Простейшие функции и их графики	382
§ 9. Графическое решение уравнений	394
§ 10. Графическое решение неравенств	396
§ 11. Понятие о предмете аналитической геометрии	400
§ 12. Предел	402
§ 13. Бесконечно малая и бесконечно большая величины	403
Алфавитный указатель	405

ЧТО МОЖНО НАЙТИ В СПРАВОЧНИКЕ.

Справочник содержит весь материал программы средней школы по математике (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия). Кроме того, здесь освещен ряд вопросов, не входящих в программу, но важных для практической деятельности работников промышленности и сельского хозяйства. Особенное внимание уделено действиям с приближенными числами.

В этой книге есть сведения двоякого рода.

Во-первых, здесь можно получить фактическую справку: что такое общий наибольший делитель, что такое тангенс и т. п.; как вычислить процент, как построить правильный пятиугольник и т. п.; по какой формуле можно решить квадратное уравнение, найти объем усеченного конуса и т. п. Такая справка наводится «моментально» с помощью алфавитного указателя (в конце книги). Все определения, правила, формулы и теоремы сопровождаются примерами; указывается, в каких случаях и как нужно применять правило, каких ошибок надо избегать и т. д.

Во-вторых, здесь разъясняются основные понятия и важнейшие методы элементарной математики. Зачем введены в математику отрицательные или мнимые числа? Почему, помножая отрицательное число на отрицательное, мы получаем положительное число? Как вычислены таблицы логарифмов? Вопросы этого рода в школьных учебниках, как правило, не затрагиваются; поэтому им уделено много внимания. В частности, даны исторические сведения о развитии арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии, необходимые для понимания излагаемых здесь вопросов.

Справочник написан, хотя и сжато, но с такой степенью подробности, чтобы по нему мог научиться и тот, кто вообще не проходил того или иного раздела. Но, как правило, здесь нет доказательств и выводов; этим справочник отличается от учебников.

Впрочем, иногда даются и выводы. Это сделано в тех случаях, когда в школьных учебниках соответствующие вопросы либо вовсе не рассмотрены, либо неудовлетворительно изложены. Так, параграфы, посвященные комплексным числам, изложены даже с бóльшей полнотой, чем в школьном учебнике.

Читатель, наводящий справку в каком-либо одном месте, найдет там ссылки на все те параграфы, где разъяснены упоминаемые понятия и методы. Римскими цифрами обозначены номера разделов; арабскими — номера параграфов.

Однако я настоятельно советую всякому, кто обращается к справочнику не по случайному поводу, «насквозь» прочесть интересующие его разделы.

Приношу глубокую признательность всем лицам, приславшим мне отзывы и пожелания. Помимо лиц, перечисленных в предисловиях к предыдущим изданиям, я должен особо поблагодарить мл. сержанта Бутывченко Г. Т., солдата Былькова К. М., солдата Дронова В. П., инженера Ильинского И. И., инженера Карнаухову, старшину Кривова М. И., техника-топографа Ланкина И. М., школьника Орфеева Р. Ф., старшину Павлова Е. С., школьника Панчурина Л., колхозного бригадира Петрова А. Г., курсантку Салимулину Г., учителя Троицкого К. А. и сержанта Чекурина А. И.

Буду очень признателен всем, кто пожелает сообщить мне свои отзывы, замечания и пожелания (по адресу: Москва 120, 4-й Сыромятнический п., 3/5, кв. 105, Марку Яковлевичу Выгодскому).

М. Выгодский.

4 января 1954 г.

I. ТАБЛИЦЫ.

§ 1. Некоторые часто встречающиеся постоянные.

Величина	n	$\lg n$	Величина	n	$\lg n$
π	3,1416	0,4971	$\sqrt[3]{1:\pi}$	0,6828	$\bar{1},8343$
2π	6,2832	0,7982	$\sqrt[3]{\pi:6}$	0,8060	$\bar{1},9063$
3π	9,4248	0,9743	$\sqrt[3]{3:4\pi}$	0,6204	$\bar{1},7926$
4π	12,5664	1,0992	$\sqrt[3]{\pi^2}$	2,1450	0,3314
$4\pi:3$	4,1888	0,6221	e	2,7183	0,4343
$\pi:2$	1,5708	0,1961	e^2	7,3891	0,8686
$\pi:3$	1,0472	0,0200	$\sqrt[3]{e}$	1,6487	0,2171
$\pi:4$	0,7854	$\bar{1},8951$	$\sqrt[3]{e}$	1,3956	0,1448
$\pi:6$	0,5236	$\bar{1},7190$	$1:e$	0,3679	$\bar{1},5657$
$\pi:180$	0,0175	$\bar{2},2419$	$1:e^2$	0,1353	$\bar{1},1314$
$2:\pi$	0,6366	$\bar{1},8039$	$\sqrt{1:e}$	0,6065	$\bar{1},7829$
$180:\pi$	57,2958	1,7581	$\sqrt[3]{1:e}$	0,7165	$\bar{1},8552$
$10800:\pi$	3437,7467	3,5363	$M = \lg e$	0,4343	$\bar{1},6378$
$618000:\pi$	206264,81	5,3144	$\frac{1}{M} = \ln 10$	2,3026	0,3622
$1:\pi$	0,3183	$\bar{1},5029$	$2!$	2	
$1:2\pi$	0,1592	$\bar{1},2018$	$3!$	6	
$1:3\pi$	0,1061	$\bar{1},0257$	$4!$	24	
$1:4\pi$	0,0796	$\bar{2},9003$	$5!$	120	
π^2	9,8696	0,9943	$6!$	720	
$2\pi^2$	19,7392	1,2953	$7!$	5040	
$\sqrt{\pi}$	1,7725	0,2486	$8!$	40320	
$\sqrt{2\pi}$	2,5066	0,3991	$9!$	362880	
$\sqrt[3]{\pi:2}$	1,2533	0,0931	$10!$	3628800	
$\sqrt{1:\pi}$	0,5642	$\bar{1},7514$	$11!$	39916800	
$\sqrt{2:\pi}$	0,7979	$\bar{1},9019$	$12!$	479001600	
$\sqrt{3:\pi}$	0,9772	$\bar{1},9900$			
$\sqrt{4:\pi}$	1,1284	1,0525			
$\sqrt[3]{\pi}$	1,4646	0,1657			

2. Степени, корни, обратные величины, длины окружностей, площади кругов, натуральные логарифмы.

(Для трехзначных чисел можно применить интерполяцию¹⁾; при этом возможна небольшая ошибка в последнем знаке.)

I. ТАБЛИЦЫ

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$ ²⁾
1	1	1	1,000	1,000	2,154	4,642	1,000	3,14	0,785	0,00000
2	4	8	1,414	1,260	2,714	5,843	0,500	6,28	3,142	0,69315
3	9	27	1,732	1,442	3,107	6,694	0,333	9,42	7,069	1,03861
4	16	64	2,000	1,587	3,420	7,368	0,250	12,57	12,566	1,38629
5	25	125	2,236	1,710	3,684	7,937	0,200	15,71	19,635	1,60944
6	36	216	2,449	1,817	3,915	8,434	0,167	18,85	28,274	1,79176
7	49	343	2,646	1,913	4,121	8,879	0,143	21,99	38,484	1,94591
8	64	512	2,828	2,000	4,309	9,283	0,125	25,13	50,265	2,07944
9	81	729	3,000	2,080	4,481	9,655	0,111	28,27	63,617	2,19722
10	100	1000	3,162	2,154	4,642	10,000	0,100	31,42	78,540	2,30259
11	121	1331	3,317	2,224	4,791	10,323	0,091	34,56	95,033	2,39790
12	144	1728	3,464	2,289	4,932	10,627	0,083	37,70	113,097	2,48491
13	169	2197	3,606	2,351	5,066	10,914	0,077	40,84	132,73	2,56495
14	196	2744	3,742	2,410	5,192	11,187	0,071	43,98	153,94	2,63906
15	225	3375	3,873	2,466	5,313	11,447	0,067	47,12	176,72	2,70805
16	256	4096	4,000	2,520	5,429	11,696	0,062	50,27	201,06	2,77259

¹⁾ Об интерполяции см. II, 50.

²⁾ $\ln$ — натуральный логарифм (см. III, 64).

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{\frac{n}{n}}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
17	289	4913	4,123	13,038	2,571	5,540	11,935	0,059	53,41	226,98	2,83321
18	324	5832	4,243	13,416	2,621	5,646	12,164	0,056	56,55	254,47	2,89037
19	361	6859	4,359	13,784	2,668	5,749	12,386	0,053	59,69	283,53	2,94444
20	400	8000	4,472	14,142	2,714	5,848	12,599	0,050	62,83	314,16	2,99573
21	441	9261	4,583	14,491	2,759	5,944	12,806	0,048	65,97	346,36	3,04452
22	484	10648	4,690	14,832	2,802	6,037	13,006	0,045	69,12	380,13	3,09104
23	529	12167	4,796	15,166	2,844	6,127	13,200	0,043	72,26	415,48	3,13549
24	576	13824	4,899	15,492	2,884	6,214	13,389	0,042	75,40	452,39	3,17805
25	625	15625	5,000	15,811	2,924	6,300	13,572	0,040	78,54	490,87	3,21888
26	676	17576	5,099	16,125	2,962	6,383	13,751	0,038	81,68	530,93	3,25810
27	729	19683	5,196	16,432	3,000	6,463	13,925	0,037	84,82	572,55	3,29584
28	784	21952	5,292	16,733	3,037	6,542	14,095	0,036	87,96	615,75	3,33220
29	841	24389	5,385	17,029	3,072	6,619	14,260	0,034	91,11	660,52	3,36730
30	900	27000	5,477	17,321	3,107	6,694	14,422	0,033	94,25	706,86	3,40120
31	961	29791	5,568	17,607	3,141	6,768	14,581	0,032	97,39	754,77	3,43393
32	1024	32768	5,657	17,889	3,175	6,840	14,736	0,031	100,53	804,25	3,46574
33	1089	35937	5,745	18,166	3,208	6,910	14,888	0,030	103,67	855,30	3,49651
34	1156	39304	5,831	18,439	3,240	6,980	15,037	0,029	106,81	907,92	3,52635
35	1225	42875	5,916	18,708	3,271	7,047	15,183	0,029	109,96	962,1	3,55535
36	1296	46656	6,000	18,974	3,302	7,114	15,326	0,028	113,10	1017,9	3,58352
37	1369	50653	6,083	19,235	3,332	7,179	15,467	0,027	116,24	1075,2	3,61092
38	1444	54872	6,164	19,494	3,362	7,243	15,605	0,026	119,4	1134,1	3,63759
39	1521	59319	6,245	19,748	3,391	7,306	15,741	0,026	122,5	1194,6	3,66356
40	1600	64000	6,325	20,000	3,420	7,368	15,874	0,025	125,7	1256,6	3,68888
41	1681	68921	6,403	20,248	3,448	7,429	16,005	0,024	128,8	1320,2	3,71357
42	1764	74088	6,481	20,494	3,476	7,489	16,134	0,024	131,9	1385,4	3,73767
43	1849	79507	6,557	20,736	3,503	7,543	16,261	0,023	135,1	1452,2	3,76120
44	1936	85184	6,633	20,976	3,530	7,606	16,386	0,023	138,2	1520,5	3,78419

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
45	2025	91125	6,708	21,213	3,557	7,663	16,510	0,022	141,4	1590,4	3,80366
46	2116	97336	6,782	21,448	3,583	7,719	16,631	0,022	144,5	1661,9	3,82864
47	2209	103823	6,856	21,679	3,609	7,775	16,751	0,021	147,7	1734,9	3,85015
48	2304	110592	6,928	21,909	3,634	7,830	16,869	0,021	150,8	1809,5	3,87110
49	2401	117649	7,000	22,136	3,659	7,884	16,985	0,020	153,9	1885,7	3,89182
50	2500	125000	7,071	22,361	3,684	7,937	17,100	0,020	157,1	1963,5	3,91202
51	2601	132651	7,141	22,583	3,708	7,990	17,213	0,020	160,2	2042,8	3,93188
52	2704	140608	7,211	22,804	3,733	8,041	17,325	0,019	163,4	2123,7	3,95124
53	2809	148877	7,280	23,022	3,756	8,093	17,435	0,019	166,5	2206,2	3,97029
54	2916	157464	7,348	23,238	3,780	8,143	17,544	0,018	169,6	2290,2	3,98898
55	3025	166375	7,416	23,452	3,803	8,193	17,652	0,018	172,8	2375,8	4,00733
56	3136	175616	7,483	23,664	3,826	8,243	17,758	0,018	175,9	2463,0	4,02535
57	3249	185193	7,550	23,875	3,849	8,291	17,863	0,017	179,1	2551,8	4,04305
58	3364	195112	7,616	24,083	3,871	8,340	17,967	0,017	182,2	2642,1	4,06044
59	3481	205379	7,681	24,290	3,893	8,387	18,070	0,017	185,4	2734,0	4,07751
60	3600	216000	7,746	24,495	3,915	8,434	18,171	0,017	188,5	2827,4	4,09434
61	3721	226981	7,810	24,698	3,936	8,481	18,272	0,016	191,6	2922,5	4,11087
62	3844	238328	7,874	24,900	3,958	8,527	18,371	0,016	194,8	3019,2	4,12713
63	3969	250047	7,937	25,100	3,979	8,573	18,469	0,016	197,9	3117,2	4,14313
64	4096	262144	8,000	25,298	4,000	8,618	18,566	0,016	201,1	3217,0	4,15883
65	4225	274625	8,062	25,495	4,021	8,662	18,663	0,015	204,2	3318,3	4,17439
66	4356	287496	8,124	25,690	4,041	8,707	18,758	0,015	207,3	3421,1	4,18935
67	4489	300763	8,185	25,884	4,062	8,750	18,852	0,015	210,5	3525,6	4,20439
68	4624	314432	8,246	26,077	4,082	8,794	18,945	0,015	213,6	3631,7	4,21951
69	4761	328509	8,307	26,268	4,102	8,837	19,038	0,014	216,8	3739,3	4,23411
70	4900	343000	8,367	26,458	4,121	8,879	19,129	0,014	219,9	3848,4	4,24850
71	5041	357911	8,426	26,646	4,141	8,921	19,220	0,014	223,1	3959,2	4,26268
72	5184	373248	8,485	26,833	4,160	8,963	19,310	0,014	226,2	4071,5	4,27657

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
73	5329	389017	8,544	4,179	9,004	19,399	0,014	229,3	4185,4	4,29046
74	5476	405224	8,602	4,198	9,045	19,487	0,013	232,5	4300,8	4,30407
75	5625	421875	8,660	4,217	9,086	19,574	0,013	235,6	4417,9	4,31749
76	5776	438976	8,718	4,236	9,126	19,661	0,013	238,8	4536,5	4,33073
77	5929	456533	8,775	4,254	9,166	19,747	0,013	241,9	4656,6	4,34381
78	6084	474552	8,832	4,273	9,205	19,832	0,013	245,0	4778,4	4,35671
79	6241	493039	8,888	4,291	9,244	19,916	0,013	248,2	4901,7	4,36945
80	6400	512000	8,944	4,309	9,283	20,000	0,012	251,3	5026,6	4,38203
81	6561	531441	9,000	4,327	9,322	20,083	0,012	254,5	5153,0	4,39445
82	6724	551368	9,055	4,344	9,360	20,165	0,012	257,6	5281,0	4,40672
83	6889	571787	9,110	4,362	9,398	20,247	0,012	260,8	5410,6	4,41884
84	7056	592704	9,165	4,380	9,435	20,328	0,012	263,9	5541,8	4,43082
85	7225	614125	9,220	4,397	9,473	20,408	0,012	267,0	5674,5	4,44265
86	7396	636056	9,274	4,414	9,510	20,488	0,012	270,2	5808,8	4,45435
87	7569	658503	9,327	4,431	9,546	20,567	0,011	273,3	5944,7	4,46591
88	7744	681472	9,381	4,448	9,583	20,646	0,011	276,5	6082,1	4,47734
89	7921	704969	9,434	4,465	9,619	20,724	0,011	279,6	6221,1	4,48864
90	8100	729000	9,487	4,481	9,655	20,801	0,011	282,7	6361,7	4,49981
91	8281	753571	9,539	4,498	9,691	20,878	0,011	285,9	6503,9	4,51086
92	8464	778688	9,592	4,514	9,726	20,954	0,011	289,0	6647,6	4,52179
93	8649	804357	9,644	4,531	9,761	21,029	0,011	292,2	6792,9	4,53260
94	8836	830584	9,695	4,547	9,796	21,105	0,011	295,3	6939,8	4,54329
95	9025	857375	9,747	4,563	9,830	21,179	0,011	298,5	7088,2	4,55388
96	9216	884736	9,798	4,579	9,865	21,253	0,010	301,6	7238,2	4,56435
97	9409	912673	9,849	4,595	9,899	21,327	0,010	304,7	7389,8	4,57471
98	9604	941192	9,899	4,610	9,933	21,400	0,010	307,9	7543,0	4,58497
99	9801	970299	9,950	4,626	9,967	21,472	0,010	311,0	7697,7	4,59512
100	10000	1000000	10,000	4,642	10,000	21,544	0,010	314,2	7854,0	4,60517

§ 3. Десятичные логарифмы ¹⁾.

М а н т и с с ы											П о п р а в к и								
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0291	0334	0374	4	9	13	17	22	26	30	35	39
											4	9	13	17	21	25	30	34	38
											4	8	12	16	21	25	29	33	37
											4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	12	16	20	24	27	31	35
											4	8	11	15	19	23	27	30	34
											4	7	11	15	18	22	26	29	33
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	11	14	18	21	25	28	32
											3	7	11	14	17	21	24	28	31
											3	7	10	14	17	20	24	27	30
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	7	10	13	17	20	23	27	30
											3	6	10	13	16	19	23	26	29
											3	6	9	13	16	19	22	25	23
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	13	16	19	22	25	28
											3	6	9	12	15	18	21	24	27
											3	6	9	11	14	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	9	11	14	17	20	23	26
											3	5	8	11	14	16	19	22	25