

中央电大经济系基础理论教研室 编

线性代数与线性规划 学习指导书

中央广播电视大学出版社

经济应用数学

(二)

线性代数与线性规划 学习指导书

中央电大经济系基础理论教研室 编

中央广播电视大学出版社

目 录

教学大纲	1
学习指导	16
第一篇 线性代数	16
第一章 行列式	16
第二章 矩阵	48
第三章 线性方程组	65
第四章 矩阵特征值	97
第五章 投入产出数学模型	106
第二篇 线性规划	132
第一章 线性规划问题	132
第二章 单纯形方法	150
第三章 单纯形方法(续)	190
第四章 对偶线性规划问题	225
第五章 灵敏度分析	250
第六章 运输问题	277
思考与练习答案	309
综合练习题	319

教 学 大 纲

《线性代数与线性规划》是中央广播电视大学为经济类各专业的学员设置的经济应用数学第二部分内容，是一门基础理论与经济数学方法相结合的课程。讲课学时数为 63 学时，内容分为两部分：线性代数部分和线性规划部分。

一、目的和任务

目的：要求学员通过学习本课程后，掌握《线性代数与线性规划》的基础理论和解决问题的方法，系统了解一些基本概念和基本计算方法，提高计算能力和对经济问题的计量分析能力，为后续的专业基础课、专业课在数学方法上作一些必要的准备。

任务：在学员已经学过一些前置课程（如《微积分》、《政治经济学》等）的基础上，进一步学习一些数学基础知识和经济应用数学方法。主要是学习线性代数的基础知识，投入产出的数学模型，线性规划的基础知识和处理问题的方法，以及一些经济应用问题举例。通过电视课讲授、自学、练习作业和课外辅导等教学环节达到本课程的教学目的。

二、内容、要求与重点、难点

《线性代数》部分的教学要求

(一) 概念部分

1. 正确理解一些基本的概念、性质和定理

如 n 阶行列式的性质, 余子式与代数余子式的概念, 按行(列)展开定理, 克莱姆法则, n 维向量与 n 维向量组的秩的概念, 矩阵和矩阵秩的概念, 逆矩阵与可逆矩阵的概念以及它们的性质, 基础解系, 线性方程组有解判别定理, 特征值与特征向量的概念, 价值型投入产出表及平衡方程组, 直接消耗系数、完全消耗系数、完全需要系数的概念和它们的经济意义等。

2. 了解每一个概念、性质和定理

(二) 计算部分

1. 熟练掌握利用性质和按一行(列)展开这两种计算行列式的方法; 向量及矩阵的运算; 逆矩阵的两种求法(初等变换方法和伴随矩阵方法); 矩阵的分块处理方法; 消元法; 求齐次线性方程组的基础解系、非齐次线性方程组的一般解的方法; 特征值的计算方法; 平衡方程组的求解方法; 三种系数的计算方法; 检验、调整现有计划的计算方法。

2. 了解判断 n 维向量相关性的方法, 求矩阵特征向量的方法, 编制计划期投入产出表的方法。

各章的基本内容、教学要求和重、难点如下:

第一章 行列式

(一) 基本内容

§ 1-1 行列式定义

二阶、三阶行列式的概念、展开式;三阶行列式的展开式特点、 n 阶行列式的定义、几种特殊行列式的举例(对三角形行列式、三角形行列式等)

§ 1-2 行列式的性质

三阶行列式的性质、 n 阶行列式的性质。

§ 1-3 行列式按行(列)展开

余子式和代数余子式的概念, n 阶行列式按行(列)展开定理、行列式中任意一行的元素与另一行的相应元素的代数余子式的乘积之和等于零的定理。

§ 1-4 克莱姆法则

n 元线性方程组和系数行列式概念、克莱姆法则。

(二) 教学要求

1. 正确理解行列式的余子式和代数余子式的概念以及行列式的性质。

2. 熟练掌握行列式的两种计算方法:

(1) 利用性质将一般行列式化为三角形行列式的方法;

(2) 利用性质和按一行(列)展开定理将高阶数行列式化为低阶数行列式的方法。

3. 掌握克莱姆法则的条件和结论。

(三) 重点、难点

重点: 行列式的性质和利用性质、按行(列)展开定理计算行列式的方法。

难点: n 阶行列式的定义、带有字母的行列式和 n 阶行

列式的计算。

第二章 矩 阵

(一) 基本内容

§ 2-1 矩阵概念

矩阵定义、零矩阵、负矩阵、行(列)矩阵、矩阵与向量的联系、矩阵与行列式的区别。

§ 2-2 矩阵运算

矩阵相等、矩阵加法、减法、数乘矩阵、乘法及运算规则。

§ 2-3 常用的几种特殊矩阵

对角矩阵、数量矩阵、单位矩阵、三角矩阵、对称与反对称矩阵、转置矩阵, 正交矩阵。

§ 2-4 逆矩阵及其计算

可逆矩阵、逆矩阵的定义及性质, 求逆矩阵的伴随矩阵法。

§ 2-5 分块矩阵

分块矩阵的概念及作用、分块矩阵的加法、乘法规则、特殊分块矩阵的求逆运算。

(二) 教学要求

1. 正确理解矩阵、可逆矩阵与逆矩阵、分块矩阵、伴随矩阵的概念, 掌握可逆矩阵和逆矩阵的性质。

2. 熟练掌握矩阵运算规则, 掌握对角矩阵、三角矩阵、数量矩阵、单位矩阵对称、反对称矩阵、转置矩阵的特征。

3. 了解可逆矩阵的判别方法, 分块矩阵的运算。掌握求逆矩阵的伴随矩阵计算方法。

(三) 重、难点

重点: 矩阵定义、矩阵乘法运算、逆矩阵的求法。

难点: 矩阵乘法、求逆矩阵的伴随矩阵方法。

第三章 线性方程组

(一) 基本内容

§3-1 消元法

阶梯形方程组、行简化阶梯形方程组、解的判别方法

§3-2 矩阵初等变换

简单线性方程组初等变换、矩阵初等变换定义、阶梯形矩阵、行简化阶梯形矩阵。

§3-3 n 维向量及其运算

二维、三维向量、 n 维向量定义; 向量的相等、向量加法、减法、数乘与乘法等运算规则。

§3-4 n 维向量的线性相关性

向量组的线性表出、线性组合、线性相关与线性无关概念、用定义判断相关性的计算方法。

§3-5 向量组的秩

最大线性无关组、向量组的秩的概念。

§3-6 矩阵的秩及其计算

矩阵的秩的定义、矩阵的秩的计算方法, 向量组的秩的计算方法。

§3-7 线性方程组解的判定

线性方程组有解判别定理、解的情况讨论, 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件。

§3-8 线性方程组解的结构

齐次线性方程组解的性质, 基础解系及其求法, 关于基础解系中解向量个数的定理, 一般线性方程组解的性质和结构。

(二) 教学要求

1. 正确理解 n 维向量、向量的线性表出、线性组合、线性相关、线性无关和向量组的秩等概念, 了解它们之间的相互关系。

2. 正确理解基础解系的概念, 方程组的矩阵表示方法, 掌握有解判别定理的条件和结论, 了解方程组的解的几种情况。

3. 掌握消元法、化方程组为阶梯形或行简化阶梯形方程组的方法, 用阶梯形方程组判别解的情况。

4. 熟练掌握矩阵的初等行变换方法, 并应用它计算矩阵的秩; 掌握求逆矩阵的初等行变换方法。

5. 掌握向量的运算规则, 掌握求基础解系的方法及方程组的全部解的方法, 了解用定义判断向量的线性相关性的方法。

(三) 重点、难点

重点: 消元法、矩阵的初等变换法, 向量概念, 矩阵的秩的计算, 解的判定方法、基础解系。

难点: 向量组的相关性, 基础解系及其求法

第四章 矩阵特征值

(一) 基本内容

§4-1 特征值与特征向量的计算

特征值、特征向量及其求法。

§4-2 特征值与特征向量的基本性质

基本性质、几个重要定理叙述。

* §4-3 线性方程组简单迭代法

* §4-4 矩阵级数

向量序列与矩阵序列的极限概念, 关于极限的几个定理。

(二) 教学要求

1. 正确理解特征值、特征多项式、特征方程、特征向量的概念和它们的基本性质。
2. 掌握特征值的求法,初步掌握求特征向量的方法。

(三) 重点、难点

重点: 特征值的求法。

难点: 特征向量的概念及其求法。

第五章 投入产出数学模型

(一) 基本内容

§5-1 价值型投入产出模型

价值型投入产出表的结构、模型的平衡方程。

§5-2 直接消耗系数

直接消耗系数的概念及其经济意义、平衡方程组的矩阵表示、直接消耗系数的性质。

§5-3 平衡方程组的解

解消耗平衡方程组、解分配平衡方程组。

§5-4 完全消耗系数和完全需要系数

完全消耗系数引例、直接消耗和间接消耗的概念、完全消耗系数、完全需要系数的概念和经济意义以及计算方法。

§5-5 投入产出方法在计划工作中的应用

从最终产品出发编制各部门计划方案、现有计划方案的检验与调整。

(二) 教学要求

1. 重点了解投入产出表的结构,正确理解投入、产出、中间产品、最终产品、总产品等概念。
2. 正确理解直接消耗系数、完全消耗系数和完全需要系

数的概念,并熟练掌握它们的计算方法,了解它们的经济意义,它们之间的关系和直接消耗系数的性质。

3. 掌握投入产出模型的两类平衡方程表示形式和它们的求解方法,初步掌握运用投入产出方法编制计划方案及检验现有计划、调整计划的方法。

(三) 重点、难点

重点: 1. 投入产出模型的两类平衡方程组的表示形式和它们的计算方法。

2. 直接消耗系数、完全消耗系数、完全需要系数的概念,计算方法和它们之间的联系。

难点: 编制计划期投入产出表的方法。

《线性规划》部分的教学要求

1. 正确理解线性规划问题的一些基本概念,如: 线性规划问题的可行解、基本解、基本可行解、最优解、基本最优解、基、可行基、最优基等概念,以及各概念之间的联系和区别,能写出线性规划问题的标准形式和对偶线性规划问题的模型。

2. 熟练掌握线性规划问题的一些基本解题方法,如: 两个变量线性规划问题的图解法、单纯形方法、两阶段法、对偶单纯形方法以及运输问题的特殊解法——表上作业法中的最小元素法、左上角法、闭回路法和图上作业法。

3. 初步掌握建立一些较简单的应用问题的线性规划数学模型的步骤,了解线性规划问题解的性质。

各章的基本内容、教学要求、重难点如下:

第一章 线性规划问题

(一) 基本内容

§1-1 线性规划数学模型

线性规划问题数学模型的建立及模型的一般形式。

§1-2 图解法

两个变量的线性规划问题的图解法。

§1-3 线性规划问题解的性质。

可行解、最优解、凸集、极点及解的三条性质。

(二) 教学要求

1. 初步掌握建立一些简单的线性规划数学模型的方法。
2. 掌握线性规划数学模型的特征,熟练掌握两个变量的线性规划问题的图解法的方法。

(三) 重点、难点

重点: 两个变量线性规划问题的图解法。

难点: 建立线性规划数学模型。

第二章 单纯形方法

(一) 基本内容

§2-1 线性规划问题的标准形式

线性规划问题的标准形式、化一般形式为标准形式的方法,基本概念。

§2-2 单纯形方法的引入

引入单纯形方法的实例及经济解释。

§2-3 单纯形方法

单纯形表的结构,换基迭代的步骤,由一可行基出发求最优解的一般方法。

(二) 教学要求

1. 熟练掌握化线性规划问题的一般形式为标准形式的方法, 熟练掌握求解线性规划问题的单纯形方法。

2. 正确理解线性规划问题的基、基变量、非基变量、可行基、最优基; 线性规划问题的解; 可行解、基本解、基本可行解、最优解、基本最优解等基本概念以及各概念之间的联系与区别。

3. 了解单纯形方法的经济解释。

(三) 重点、难点

重点: 线性规划问题的基本概念, 单纯形方法。

难点: 基本概念及之间的关系。

第三章 单纯形方法(续)

(一) 基本内容

§ 3-1 大 M 法

大 M 法求解线性规划问题。

§ 3-2 两阶段法

辅助问题, 人造基, 判断线性规划问题可行基的方法, 两个阶段求最优解的方法。

§ 3-3 改进单纯形方法

改进单纯形方法的思想及步骤。

(二) 教学要求

1. 理解两阶段法的基本思想, 掌握两阶段法求最优解的方法。

2. 了解改进单纯形方法。

(三) 重点、难点

重点: 两阶段法。

难点: 改进单纯形方法。

第四章 对偶线性规划问题

(一) 基本内容

§ 4-1 对偶线性规划问题定义及性质

对偶问题的两种形式、对偶表、对偶问题的性质。

§ 4-2 对偶问题最优解的经济意义

通过例题讲解对偶问题的经济意义。

§ 4-3 对偶单纯形方法

利用原问题的单纯形表求解对偶问题的对偶单纯形方法。

(二) 教学要求

1. 能写出一般线性规划问题的对偶问题,重点了解对称形式与非对称形式对偶线性规划问题的区别。

2. 了解对偶线性规划问题的经济意义,掌握对偶问题的几个基本性质。

3. 熟练掌握求解线性规划问题的对偶单纯形方法。

(三) 重点、难点:

重点: 对偶单纯形方法。

难点: 对偶线性规划问题的经济意义。

第五章 灵敏度分析

(一) 基本内容

§ 5-1 系数变化范围的确定

目标函数系数的变化范围确定、约束常数变化范围的确定。

§ 5-2 灵敏度分析举例

增加新变量的灵敏度分析, 增加新的约束条件的灵敏度

分析。

(二) 教学要求

初步掌握§ 5-1、2内容及应用。

第六章 运输问题

(一) 基本内容

§ 6-1 运输问题的数学模型。

运输问题的基的特征、闭回路概念,关于运输问题的基变量的定理和推论。

§ 6-2 表上作业法

编制初始调运方案中的左上角法、最小元素法、运输问题的几个基本性质、检查调运方案的求检验数的闭回路法以及调整调运方案的方法。

§ 6-3 图上作业法

流程图的概念,求第一个流程图的方法,检验方法,调整流程图的方法。

***§ 6-4 不平衡运输问题和作物布局问题**

产大于销的运输问题处理,产小于销的运输问题处理,作物布局问题的处理(包括编制初始方案的最大元素法,求检验数的方法)。

(二) 教学要求

1. 正确理解运输问题的数学模型和闭回路概念,了解运输问题的性质和基的特征,正确理解流程图的概念。

2. 掌握运输问题的表上作业法,其中重点掌握最小元素法、闭回路求检验数的方法和调整方案的方法。

3. 掌握运输问题的图上作业法。

(三) 重点、难点

重点: 表上作业法的最小元素法和闭回路法。

难点: 运输问题的性质和基的特征。

三、授课学时安排

线性代数部分授课 34 学时

第一章 行列式(共计 5 学时)

§ 1-1	行列式定义	1.5 学时
§ 1-2	行列式的性质	1.5 学时
§ 1-3	行列式按行(列)展开	1 学时
§ 1-4	克莱姆法则	1 学时

第二章 矩阵(共计 7 学时)

§ 2-1	矩阵概念	0.5 学时
§ 2-2	矩阵运算	2 学时
§ 2-3	常用几种特殊矩阵	1.5 学时
§ 2-4	逆矩阵及其计算	2 学时
§ 2-5	分块矩阵	1 学时

第三章 线性方程组(共计 11 学时)

§ 3-1	消元法	1.5 学时
§ 3-2	矩阵的初等变换	1.5 学时
§ 3-3	n 维向量及其运算	1.5 学时
§ 3-4	n 维向量的线性相关性	1.5 学时
§ 3-5	向量组的秩	1 学时

§ 3-6	矩阵的秩及其计算	1 学时
§ 3-7	线性方程组解的判定	1 学时
§ 3-8	线性方程组解的结构	2 学时

第五章 矩阵特征值(共计 4 学时)

§ 5-1	特征值与特征向量计算	2.5 学时
§ 5-2	特征值与特征向量基本性质	1.5 学时

第六章 投入产出数学模型(共计 7 学时)

§ 6-1	价值型投入产出模型	1 学时
§ 6-2	直接消耗系数	1 学时
§ 6-3	平衡方程组的解	1 学时
§ 6-4	完全消耗系数和完全需要系数	2 学时
§ 6-5	投入产出方法在计划工作中的应用	2 学时

《线性规划》部分授课 26 学时

第一章 线性规划问题(共计 3 学时)

§ 1-1	线性规划数学模型	1 学时
§ 1-2	图解法	2 学时
§ 1-3	线性规划问题解的性质	

第二章 单纯形方法(共计 6 学时)

§ 2-1	线性规划问题的标准形式	3 学时
§ 2-2	单纯形方法引入	
§ 2-3	单纯形方法	3 学时