

IUTAM SYMPOSION CELERINA 1962

---

KREISELPROBLEME  
GYRODYNAMICS

HERAUSGEBER / EDITOR

HANS ZIEGLER

INTERNATIONAL UNION OF THEORETICAL  
AND APPLIED MECHANICS

# KREISELPROBLEME

SYMPOSION CELERINA, 20. BIS 23. AUGUST 1962

# GYRODYNAMICS

SYMPOSIUM CELERINA, AUGUST 20-23, 1962

HERAUSGEBER/EDITOR

HANS ZIEGLE

MIT 152 ABRILDUNGEN

SPRINGER-VERLAG  
BERLIN/GÖTTINGEN/HEIDELBERG  
1963

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten  
Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es auch nicht gestattet,  
dieses Buch oder Teile daraus auf photomechanischem Wege  
(Photokopie, Mikrokopie) oder auf andere Art zu vervielfältigen

All rights reserved. No part of this book may  
be reproduced in any form, by microfilm or  
any other means, without permission in  
writing from the publishers

© by Springer Verlag OHG., Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963  
Library of Congress Catalog Card Number: 63-21725  
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw.  
in diesem Buche berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der An-  
nahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetz-  
gebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften

## Vorwort

Die Abhaltung eines internationalen Symposions über Kreiselprobleme ist erstmals am 5. September 1960 während des 10. Internationalen Kongresses für Theoretische und Angewandte Mechanik in Stresa diskutiert worden. Anlässlich seiner Sitzung vom 18. Februar in Oxford hat sodann das Büro der Internationalen Union für Theoretische und Angewandte Mechanik (IUTAM) definitiv Beschluß gefaßt und die Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich als die IUTAM angeschlossene schweizerische Organisation mit der Durchführung der Tagung betraut. Als Tagungsort wurde Celerina im Oberengadin bestimmt und als Zeit die Tage vom 20. bis zum 23. August 1962.

Das vom Büro der IUTAM bestellte Wissenschaftliche Komitee bestand aus Herrn R. GRAMMEL, Stuttgart, als Ehrenvorsitzendem, H. ZIEGLER, Zürich, als Vorsitzendem, sowie aus den Herren R. N. ARNOLD, Edinburgh, C. S. DRAPER, Cambridge (Mass.), G. GRIOLI, Padova, A. YU. ISHLINSKII, Moskau, K. MAGNUS, Stuttgart, und M. ROY, Paris. Die lokale Organisation lag in den Händen der Herren A. JACOB, W. SCHUMANN, CH. WEHRLI und H. ZIEGLER samt einem Stab technischer und administrativer Mitarbeiter.

Das Wissenschaftliche Komitee hat am 1. Juli 1961 in Zürich getagt. Daneben haben Besprechungen in Boston und Stuttgart stattgefunden, und die definitive Gestaltung des Tagungsprogramms ist schließlich auf dem Korrespondenzweg vorgenommen worden.

Hauptziel der Tagung war der Gedankenaustausch zwischen Vertretern der reinen und angewandten Mechanik einerseits und Fachleuten aus der Industrie auf der anderen Seite. Dieses Ziel ist wohl in hohem Maße erreicht worden, und zwar nicht zuletzt dank der Konzentration der Teilnehmer auf ein größeres Hotel (Cresta Palace) eines ruhigen Kurortes mit allen damit verbundenen Möglichkeiten des persönlichen Kontaktes, die noch durch einen gemeinsamen Ausflug auf Muottas Muragl mit anschließender Bergwanderung nach Pontresina ergänzt wurden. Dagegen hat sich bald gezeigt, daß die vorgesehene Dreiteilung des Problemkreises in 1. theoretische Grundlagen, 2. Anwendungen und 3. Kreiselgerätetechnik kaum aufrechtzuerhalten war, da diese Teilaspekte nicht ohne Zwang voneinander zu trennen sind. Was die Mechanik als Arbeitsgebiet besonders reizvoll macht, ist ihre große

Spannweite von der reinen Mathematik über die Physik bis zu den technischen Anwendungen. Diese Vielseitigkeit spiegelt sich auch in den meisten Beiträgen zu diesem Symposium, und es ist denn auch kein Versuch gemacht worden, im vorliegenden Tagungsbericht an der künstlichen Trennung dreier Gesichtspunkte streng festzuhalten.

Die Tafel auf S. VII orientiert über das Tagungsprogramm. Die Titel der Vorträge sind dem Inhaltsverzeichnis auf S. XI zu entnehmen. Die Liste sämtlicher Teilnehmer ist auf S. VIII zusammengestellt. Einige weitere, vom Wissenschaftlichen Komitee aus anderen Ländern eingeladene Teilnehmer konnten nicht erscheinen; leider war auch Herr R. GRAMMEL, Ehrenvorsitzender des Wissenschaftlichen Komitees, an der persönlichen Teilnahme verhindert.

Zur Deckung der Organisationskosten und zur partiellen Übernahme der Aufenthalts- und Reisekosten der Teilnehmer standen je ein Beitrag der IUTAM (\$ 4.000.—) und des Schweizerischen Nationalfonds (Sfr. 10.000.—) zur Verfügung. Das Wissenschaftliche Komitee spricht beiden Organisationen für diese Unterstützung seinen aufrichtigen Dank aus.

Der vorliegende Bericht enthält alle an der Tagung gehaltenen Vorträge mit nur unwesentlichen Kürzungen. Die Diskussion dieser Vorträge war außerordentlich lebhaft. Die abgedruckten Beiträge sind von ihren Autoren schriftlich eingereicht worden und geben nur einen kleinen Teil der tatsächlichen Diskussion wieder.

Der Herausgeber ist den Autoren, den Mitgliedern des Wissenschaftlichen Komitees, seinen Mitarbeitern in der lokalen Organisation und schließlich auch dem Springer-Verlag für alle Hilfe und Unterstützung zu großem Dank verpflichtet.

Zürich, im September 1962

Hans Ziegler

## Preface

The holding of an International Symposium on Gyrodynamics was discussed for the first time on the 5th of September 1960 during the Tenth International Congress of Applied Mechanics at Stresa. On the 18th of February, a final resolution was passed at the Oxford Meeting of the Office of the International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM), and the Swiss Federal Institute of Technology in Zürich, as the Swiss affiliated body of IUTAM, was entrusted with the organization of the meeting. Celerina in the Oberengadin as the location for the meeting and the period from the 20th till the 23rd of August as its duration were fixed upon.

The Scientific Committee appointed by the Office of IUTAM consisted of R. GRAMMEL, Stuttgart, as Honorary President, H. ZIEGLER, Zürich, as Chairman, R. ARNOLD, Edinburgh, C. S. DRAPER, Cambridge (Mass.), G. GRIOLI, Padova, A. YU. ISHLINSKII, Moscow, K. MAGNUS, Stuttgart, and M. ROY, Paris. The local organization lay in the hands of A. JACOB, W. SCHUMANN, CH. WEHRLI, and H. ZIEGLER together with a staff of technical and administrative assistants.

The Scientific Committee met in Zürich on the 1st of July 1961. In addition, discussions took place in Boston and Stuttgart, and the final form of the program was ultimately worked out through correspondence.

The primary aim of the Symposium was the exchange of ideas between representatives of pure and applied mechanics on the one hand and specialists from industry on the other. This aim seems to have been achieved to a high degree due, to a certain extent, to the concentration of the participants in a single Hotel (Cresta Palace) at a quiet resort with all the associated opportunities for personal contact, which were further enhanced by an organized excursion to Muottas Muragl together with a walk to Pontresina. However, it soon became evident that the intended tripartition of the subject matter into 1. Theoretical Foundations, 2. Applications, and 3. Instrumentation could not be sustained, as these aspects are not to be separated without coercion. What makes mechanics an especially attractive field of endeavour is its great span from pure mathematics, over physics, to engineering applications. This diversity was also reflected in most of

the contributions to the Symposium. Thus, no attempt has been made in this report to adhere rigorously to an artificial subdivision.

The table on page VII gives information on the Symposium Program. The titles of the papers can be found in the index on page XI. The complete list of participants is given on page VIII. Several others, who were invited by the Scientific Committee as participants from other countries, were unable to attend; unfortunately Prof. R. GRAMMEL, the Honorary President of the Scientific Committee, was also prevented from being present.

For covering the organizational costs and for a partial defrayal of the accommodation and travelling expenses of the participants, contributions were received from IUTAM (\$4.000) and from the Swiss National Foundation (Sfr. 10.000). The Scientific Committee wishes to express its sincere gratitude for this support.

The following report contains, with minor abridgements, all the papers read at the Symposium. The discussion of these papers was extremely lively. The printed contributions were handed in in written form and represent only a small part of the actual discussion.

The editor feels bound in gratitude to the contributors, to the members of the Scientific Committee, to his collaborators in the local organization, and also to the Springer-Verlag for all their assistance and support.

Zürich, September 1962

Hans Ziegler

## Tagungsprogramm — Program of the Meeting

Zeit Time	Vorsitzender Chairman	Vortragende Lecturers
20. 8. 1962	H. ZIEGLER	K. MAGNUS (Übersichtsvortrag)
a. m.		W. WRIGLEY (Survey Lecture)
p. m.	M. ROY	G. GRIOLI
		H. LEIPHOLZ
		G. COLOMBO
21. 8. 1962	J. P. DEN HARTOG	P. H. SAVET (Survey Lecture)
a. m.		C. S. DRAPER (Survey Lecture)
		R. H. CANNON
p. m.	K. MAGNUS	R. N. ARNOLD
		Th. ERISMANN
		O. RELLENSMANN
22. 8. 1962	G. GRIOLI	P. CONTENSOU
a. m.		Ch. WEHRLI
		L. MAUNDER
		J. S. AUSMAN
		J. M. BUCHANAN
23. 8. 1962	R. N. ARNOLD	G. R. PITMAN
a. m.		R. S. READ
		W. G. WING
		A. STRATTON
p. m.	C. S. DRAPER	T. A. BUCHOLD
		W. HAEUSSERMANN
		J. P. DEN HARTOG

## Verzeichnis der Teilnehmer — List of Participants

### *Deutschland — Germany:*

K. BEYERLE, P. CHRISTOPH, W. CLASEN, K. H. DOETSCH, H. LEIPHOLZ,  
K. MAGNUS, E. METTLER, O. RELLENSMANN.

### *Finnland — Finland:*

S. E. STENLJ.

### *Frankreich — France:*

P. CONTENSOU, M. GALERNE, H. HENRIC, M. ROY, J. SAGOT, J. SCHMOUKER,  
A. VIOLET.

### *Großbritannien — Great Britain:*

R. N. ARNOLD, J. BOWEN, A. R. ESSEX, J. HOLMES, R. V. HURRELL,  
L. MAUNDER, R. S. READ, A. STRATTON, G. WIKKENHAUSER.

### *Israel:*

J. BOAS POPPER.

### *Italien — Italy:*

G. COLOMBO, G. GRIOLI.

### *Jugoslawien — Jugoslavia:*

D. RASKOVIC, M. VRECKO.

### *Niederlande — Netherlands:*

O. BOTTEMA, J. A. HARINGX.

### *Österreich — Austria:*

G. HEINRICH.

### *Polen — Poland:*

W. JABOMINEK.

### *Schweden — Sweden:*

B. J. ANDERSSON, A. HEDMAN.

### *Schweiz — Switzerland:*

TH. ERISMANN, A. JACOB, G. MEIER, TH. RUSSENBERGER, W. SCHUMANN,  
CH. WEHRLI, H. ZIEGLER, A. ZWEIFEL.

### *Vereinigte Staaten von Amerika — United States of America:*

J. S. AUSMAN, E. T. BENEDIKT, J. M. BUCHANAN, T. A. BUGHOLD,  
R. H. CANNON, JR., P. A. CASTRUCCIO, J. P. DEN HARTOG, C. S. DRAPER,  
W. HAEUSSERMANN, R. KIRK, W. KROY, Y. H. KU, M. KÜBLER, G. R. PITMAN JR.,  
R. E. ROBERSON, C. W. RUSH, P. H. SAVET, W. G. WING, W. WRIGLEY, J. C. WU.

### *Stab — Staff:*

H. BRAUCHLI, M. FISCHER, Mrs. S. HANHART, D. McVEAN, R. RÖSEL, Mrs.  
M. WEHRLI, Miss E. WEHRLI, Mrs. E. ZIEGLER, Miss R. ZIEGLER.

8  
20  
5-B 1

**Verfasser der in dem Buch enthaltenen Artikel und  
Diskussionsbeiträge**

**Authors of the Articles Contained in the Book and of the  
Contributions to the Discussions**

- ARNOLD, R. N., Dr., Regius Professor of Engineering, University of Edinburgh, 11 Cluny Avenue, Edinburgh 10, Scotland.
- AUSMAN, J. S., Dr., Guidance and Control Systems Division of Litton Industries, Inc., 5500 Canoga Avenue, Woodland Hills, California, USA.
- BENEDIKT, E. T., Head, Space Physics Laboratory, Northrop Space Laboratories, Hawthorne, California, USA.
- BUCHANAN, J. M., Assistant Director, Instrumentation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 39, Mass., USA.
- BUCHHOLD, T. A., Dr., Professor, Advanced Technology Laboratories, General Electric Co., 1 River Road, Schenectady 5, N. Y., USA.
- CANNON, R. H., JR., Dr., Professor of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, Stanford, Calif., USA.
- COLOMBO, G., Dr., Professore, Università di Padova, Istituto di Meccanica Applicata alle Macchine, Padova, Italia.
- CONTENSOU, P., Directeur Technique Adjoint de l'ONERA, 29 Av. Leclerc, Châtillon-sous-Bagneux, Seine, France.
- DRAPER, C. S., Dr., Professor, Head of the Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 39, Mass., USA.
- ERISMANN, TH., Dr., A. J. Amsler & Co, Industriestraße 1, Schaffhausen, Schweiz.
- ESSEX, A. R., Divisional Manager, Gyro Division, Elliott Brothers (London) Ltd., Elstree Way, Borehamwood, Hertfordshire, England.
- GOODSON, R. E., Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Purdue University, Lafayette, Ind., USA.
- GRAMMEL, R., Dr., Dr. h. c., em. o. Professor, Robert-Bosch-Str. 101, Stuttgart-N, Deutschland.
- GRIOLI, G., Dr., Professore, Università di Padova, Seminario Matematico, Padova, Italia.
- HAUSSERMANN, W., Dr., Director, Astrionics Division, George C. Marshall Space Flight Center, National Aeronautics and Space Administration, Huntsville, Alabama, USA.
- DEN HARTOG, J. P., Dr., Professor, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 39, Mass., USA.
- HUNT, G. H., Dr., Ministry of Aviation, Royal Aircraft Establishment, Farnborough, Hampshire, England.
- JACOB, A., Dipl.-Ing., A. J. Amsler & Co., Industriestraße 1, Schaffhausen, Schweiz.
- LEIPHOLZ, H., Dr., Professor, Technische Hochschule Karlsruhe, Lehrstuhl für Technische Mechanik und Festigkeitslehre, Kaiserstr. 12, Karlsruhe, Deutschland.
- MAGNUS, K., Dr., Professor, Technische Hochschule Stuttgart, Institut für Technische Mechanik der Maschineningenieure, Keplerstraße 11, Stuttgart, Deutschland.

## X Verfasser der in dem Buch enthaltenen Artikel und Diskussionsbeiträge

- MAUNDER, L., Dr., Professor, University of Newcastle upon Tyne, Stephenson Building, Claremont Road, Newcastle upon Tyne, England.
- PITMAN, G. R., JR., Aerospace Corporation, El Segundo, Calif., USA.
- READ, R. S., S. Smith and Sons (England) Ltd., Kelvin Hughes Division, New North Road, Barkingside, Essex, England.
- RELLENSMANN, O., Dr., Professor, Bergakademie Clausthal, Institut für Markscheidewesen, Erzstr. 22, Clausthal-Zellerfeld, Deutschland.
- SAVET, P. H., Dr., Adj. Professor, Polytechnic Institute of Brooklyn, Staff Scientist, Arma Division, American Bosch Arma Corporation, Garden City, N. Y., USA.
- STRATTON, A., Ministry of Aviation, Royal Aircraft Establishment, Farnborough, Hampshire, England.
- WEHRLI, CH., Dr., Professor, Eidg. Techn. Hochschule, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Zürich, Schweiz.
- WING, W. G., Sperry Gyroscope Company, Division of Sperry Rand Corporation, Great Neck, New York, USA.
- WRIGLEY, W., Dr., Professor of Instrumentation and Aeronautics, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 39, Mass., USA.
- WU, J. C., Dr., Chief, General Physics Branch, Douglas Aircraft Company, Inc., Santa Monica, Calif., USA.
- ZIEGLER, H., Dr., Professor, Eidg. Techn. Hochschule, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Zürich, Schweiz.

## Inhaltsverzeichnis · Contents

	Seite
R. GRAMMEL: Einführung . . . . .	1
K. MAGNUS: Ergebnisse und Probleme der allgemeinen Kreiseltheorie . . . . .	4
G. GRIOLI: On the General Theory of Asymmetric Gyros . . . . .	26
H. LEIPHOLZ: Über die POINSON-Bewegung eines gyroskopischen Systems, das aus zwei starren Körpern besteht . . . . .	32
P. H. SAVET: Two-Degree-of-Freedom Gyroscopes . . . . .	45
W. WRIGLEY: Single-Degree-of-Freedom Gyroscopes . . . . .	62
C. S. DRAPER: Mechanization of Inertial Guidance Systems . . . . .	92
O. RELLENSMANN: Über Anwendungen des Vermessungskreisels im Bergbau, in der angewandten Geodäsie und in der angewandten Geophysik . . . . .	119
G. COLOMBO: The Magnetic Torque Acting on Artificial Satellites . . . . .	129
R. H. CANNON, JR.: Requirements and Design for a Special Gyro for Measuring General Relativity Effects from an Astronomical Satellite . . . . .	146
R. N. ARNOLD: Gyroscopic Vibration Absorbers and Stabilizers . . . . .	158
TH. ERISMANN: Bestimmung einer horizontalen Bezugsebene auf bewegten Fahrzeugen mit Hilfe nichtkardanisch aufgehängter Kreisel . . . . .	169
W. HAUFSSERMANN: Inertial Instruments with Gas Bearings . . . . .	177
T. A. BUCHHOLD: Superconductive Gyros . . . . .	193
P. CONTENSOU: Couplage entre frottement de glissement et frottement de pivotement dans la théorie de la toupie . . . . .	201
CH. WEHRLI u. A. JACOB: Experimentelle Untersuchungen am kardanisch gelagerten schnellen symmetrischen Kreisel mit Lagerreibung . . . . .	217
L. MAUNDER: Aspects of the Gimbal Suspension of Gyroscopes . . . . .	224
R. S. READ: The Effects of Angular Vibration on the Performance of Position Gyroscopes . . . . .	236
J. S. AUSMAN: Rectified Rotary Vibration in Two-Degree-of-Freedom and in Single-Degree-of-Freedom Gyros . . . . .	247
J. M. BUCHANAN: Some Effects of Vibration on Gyroscopic Equipment Performance . . . . .	259
G. R. PITMAN, JR., and R. E. GOODSON: Behavior of Gyroscopic Instruments in a Random Vibration Environment . . . . .	270
J. P. DEN HARTOG: Balancing of Gyroscopes . . . . .	279
W. G. WING: A Fluid Rotor Gyro Mechanization . . . . .	285
A. STRATTON and G. H. HUNT: The Sensitivity of Vibratory Gyroscopes to Acceleration . . . . .	292

# Einführung

Von

Richard Grammel

Stuttgart, Deutschland

Mein zu früh dahingegangener Freund ERNST MEISSNER, der als unser Ehrengast hierher eingeladen worden wäre, hat einmal die Stereomechanik wegen ihrer beiden klassischen Gipfel geistvoll-scherzhaft mit TIZIANS Bild „Himmlische und irdische Liebe“ verglichen: Die in sich versunkene himmlische Frauengestalt stellt dabei die Himmelsmechanik dar, also das  $n$ -Körper-Problem, die lebhaft umherblickende irdische Frauengestalt das Drehproblem des starren Körpers, des Kreisels.

So weit auch diese beiden Gipfel der Stereomechanik methodisch voneinander entfernt sind, so gibt es doch mannigfache gedankliche Fäden, die sie verbinden. Schon vor einem Jahrhundert hat der Astronom JOHN HERSCHEL den Kreisel ein philosophisches Gerät genannt.

Sein durchaus irdisches Gepräge zeigt er aber in seiner engen Verbundenheit mit dem Erdkörper — man braucht nur an den Kreiselkompaß zu denken — und als anzeigendes und steuerndes Organ eines weitverzweigten technischen Spezialgebietes.

Was für einen großen und fruchtbaren Bereich der Wissenschaft und der Technik der Kreisel schon längst rings um den Gipfel seiner Erstersteiger EULER, LAGRANGE und POINSON umfaßt, das weist auch das weitgesteckte Programm dieses Symposions aus.

Die Kreiseltheorie hat mit der Zahlentheorie dies gemeinsam, daß es auch bei ihr immer noch Probleme gibt, die ganz einfach erscheinen, weil sie einfach und anschaulich formuliert werden können, und die trotzdem bis heute mathematisch nicht oder nicht vollständig bewältigt sind, und bei denen sogar zu vermuten ist, daß selbst von ihrer mathematischen Lösung bis zur vollen und anschaulichen Deutung der Lösung mit ihrer großen, bis zu  $\infty^{12}$ - und mehrfachen Mannigfaltigkeit noch ein weiter Weg zurückzulegen sein mag. Man braucht ja nur an den unsymmetrischen Kreisel zu erinnern, der der Schwerkraft unterliegt, oder Kräften, die von seinem Bewegungszustand abhängen, oder an Kreisel mit variablen Massen und Trägheitsmomenten.

Hier darf ich eine Anregung einschleusen. Vor etwa fünfzig Jahren war ein besonderer Fall des Dreikörperproblems dringend akut geworden das sog. DARWIN-THIELESche „problème restreint“ der Planetoiden, genauer gesagt, die von der Störungsrechnung aus nicht beantwortbare Frage nach der Gesamtheit aller Bewegungen, die in einem bestimmten, selbstrotierenden Bezugssystem periodisch oder asymptotisch sind. Der Astronom STRÖMGRÉN löste diese wichtige Aufgabe durch die fünfzehnjährige Arbeit eines vorzüglich organisierten Rechenzentrums in Kopenhagen mittels einer von der Störungsrechnung weit abliegenden geistreichen Methode, die er „numerisches Experiment“ nannte, und die unseren elektronischen Rechenmaschinen auf den Leib zugeschnitten gewesen wäre. Von der so gefundenen Gesamtheit jener speziellen (periodischen und asymptotischen) Lösungen aus, die das ganze Gebiet sehr eng überdecken, ließ sich dann vollends auch das „problème restreint“ gut überblicken.

Die Verbindung des STRÖMGRÉNSchen Verfahrens mit der Kreiseltheorie liegt in den Begriffen „periodisch“ und „asymptotisch“ — im Sinne MEISSNERS also ein feiner Faden zwischen der „himmlischen und irdischen Liebe“ —, und ich möchte meinen, daß man versuchen sollte, mit einem analogen Verfahren auf elektronischem Wege in noch unerforschte, mathematisch besonders schwierige Gebiete der Kreiseltheorie einzudringen.

Während die Theorie des Kreisels heute noch gut zu überblicken ist, so hat sich das Feld der Anwendungen des Kreisels seit der Konstruktion der ersten brauchbaren Kreiselgeräte (Kreiselkompaß 1909, Kreiselhorizont und Wendezeiger 1917) so außerordentlich erweitert, daß es selbst der Fachmann nur noch schwer völlig zu überblicken vermag, ganz abgesehen davon, daß infolge der von uns allen bedauerten Weltlage manche Kreiselgeräte strenger Geheimhaltung unterliegen und nur der expliziten Kenntnis von wenigen zugänglich sind.

Auch das Programm unseres Symposions kann daher zwar die inzwischen sehr weit fortgeschrittene Technik der Instrumentation ausführlich behandeln, aber doch bloß einen engen Ausschnitt aus dem Gebiet der neueren Anwendungen des Kreisels geben. Ich bin nicht sicher, ob die Einteilung dieser Anwendungen, wie ich sie seinerzeit versucht und vorgeschlagen habe, heute noch brauchbar und ausreichend ist: in Kompaßkreisel, Pendelkreisel, Wendekreisel, Kurskreisel, Richtkreisel, Stützkreisel, Dämpfkreisel, Differentiierkreisel, Integrierkreisel, Reglerkreisel usw.

Auch darf ich es nicht wagen, eine Liste von noch nicht gelösten Kreiselproblemen vorzulegen, da ich nicht wissen kann, ob sie nicht schon an manchen Stellen überholt wäre.

Wohl aber möchte ich zum Schluß — mit aller dabei noch gebotenen Zurückhaltung — doch auf zwei Kreiselversuche hinweisen, die ich schon

## Einführung

vor vierzig Jahren mit SOMMERFELD und mit ANSCHÜTZ-KÄMPFE, dem Erbauer des ersten schlingersicheren Kreiselkompasses, besprochen habe, und die wir zwar ideell für möglich, jedoch damals für unausführbar hielten.

Bekanntlich vollzieht die Erde als Kreisel außer ihrer täglichen Eigenrotation zwei Präzessionen, nämlich eine kräftefreie, von EULER entdeckte perizykloidsche mit einem Präzessionswinkel, der aus verschiedenen (hier nicht zu erörternden) Gründen etwas variiert und bis zu  $0,25''$  betragen kann und einer Umlaufdauer von etwa 1,2 Jahren sowie eine von Mond und Sonne herrührende sog. Lunisolarpräzession mit einem Winkel von  $23,5^\circ$  und einer Dauer von annähernd 26 Jahrtausenden. Das hat zur Folge, daß der siderische Drehvektor der Erde nicht in ihr festliegt, sondern daß die siderische Nordrichtung ein wenig schwankt, und zwar, wie man leicht ausrechnet, in unseren Breiten mit einer ungefähr 1,2-jährigen Schwankung bis zu etwa  $0,75''$  und einer täglichen von  $0,026''$ .

Ein hinreichend empfindlicher Kreiselkompaß „fühlt“ diese Schwankungen. Aber natürlich sind sie viel zu klein, als daß wir sie an ihm unmittelbar ablesen könnten. Außerdem werden sie von den ihm anhaftenden instrumentellen Störungen überdeckt. Angesichts der fast astronomischen Genauigkeit und Fehlerfreiheit, bis zu welcher beispielsweise der ANSCHÜTZsche Raumkompaß bei ortsfester Aufstellung entwickelt worden ist, mag indessen die Überlegung erlaubt sein, ob sich die jetzt schon hochempfindliche Übertragung seiner Anzeige auf eine durch Verstärker um ein vielfaches verbreiterte Skala nicht noch viel weiter verfeinern läßt, ferner ob seine Störungen nicht durch genauestes Auswuchten und exakteste Lagerung der Kreiselkörper, durch sorgfältigste Konstanthaltung von Stromstärke und Temperatur und durch sonstige Mittel der instrumentellen Technik noch wesentlich verringert werden können, und endlich, ob man nicht auch noch die örtlichen Schwankungen der Erdkruste am Aufstellungsort auszuschalten vermöchte, wie sie gerade mit dem Kreiselkompaß seinerzeit an Orten von der geologischen Struktur der Kieler Bucht entdeckt und gemessen wurden.

Wenn es gelänge, alle diese Schwierigkeiten zu überwinden — und das erscheint heute nicht mehr ganz so hoffnungslos wie vor vier Jahrzehnten —, und wenn dann außer der Erddrehung auch die beiden Erdpräzessionen sich durch den Kreiselkompaß in Versuchen von allerdings extremer Feinheit nachweisen ließen, so wäre das ein großer Triumph für den Kreisel.

Inzwischen jedoch wenden wir uns in diesem Symposium praktisch viel wichtigeren und lösbaren Problemen der Kreiseltheorie und -technik zu.

# Ergebnisse und Probleme der allgemeinen Kreiseltheorie

Von

**Kurt Magnus**

Stuttgart, Deutschland

## 1. Allgemeines

Auf dem Gebiet der Kreiseltheorie ist die Zahl der Veröffentlichungen so stark angestiegen, daß es nicht das Ziel des vorliegenden Berichtes sein kann, eine lückenlose Übersicht über den Stand der Erkenntnisse zu geben. Anstelle einer ohnehin nicht erreichbaren Vollständigkeit sollen deshalb hier bestimmte Themengruppen herausgegriffen und die dabei erzielten Ergebnisse oder zumindest die Problemstellungen erklärt werden. Daß dabei nicht alle durch Veröffentlichungen hervorgetretenen Forscher genannt oder ihre Arbeiten ausgewertet werden können, dürfte verständlich sein. Prioritätsfragen müssen dabei als zweitrangig in den Hintergrund treten.

Eine systematische Ordnung von Kreiselproblemen kann nach verschiedenen Gesichtspunkten vorgenommen werden, je nachdem man die Form des Kreisels, die Art der auf ihn einwirkenden Momente, die Zahl der Freiheitsgrade oder die Anzahl der miteinander kinetisch gekoppelten Körper zur Klassifizierung heranzieht. Da sich diese Merkmale stets mehr oder weniger stark überlagern, läßt sich auch in der vorliegenden Zusammenstellung eine Erwähnung ähnlicher Probleme in verschiedenen Kapiteln nicht ganz vermeiden.

Großen Auftrieb hat die Kreiseltheorie im Laufe der letzten Jahre durch die Untersuchung der Bewegungen künstlicher Satelliten erhalten. Randprobleme der klassischen Kreiseltheorie sind dadurch wieder aktuell geworden, und andererseits sind völlig neuartige Problemstellungen hinzugekommen. Hierzu gehören z. B.

Drehbewegungen von Körpern mit Selbsterregung,  
Körper mit veränderlichen Massen oder Trägheitsmomenten,  
starre Körper mit Flüssigkeitsfüllung,  
Regelung der Räumlage eines Körpers,  
Drehbewegungen in einem zentralen Schwerfeld,  
Beeinflussung von Translations- und Rotationsbewegungen.

Der Weltraum stellt mit seinen extremen Versuchsbedingungen ein Laboratorium dar, dessen Bedingungen in terrestrischen Laboratorien nicht nachgeahmt werden können. Die jetzt notwendigen Anforderungen an die Genauigkeit zwingen auch den Theoretiker dazu, seine Voraussetzungen schärfer zu formulieren und den Grad der Approximation zu erhöhen.

Anknüpfend an die Ergebnisse der klassischen Kreiseltheorie sollen hier vor allem neuere Problemstellungen erwähnt werden. Dagegen werden solche Aufgaben ausgeklammert, die entweder den Rahmen dieser Übersicht sprengen würden (z. B. die Fehlertheorie von speziellen Kreiselgeräten, die Theorie des Spielkreisels in seinen verschiedenen Varianten und Kreisel mit Flüssigkeitsfüllung) oder die in anderen Vorträgen dieses Symposiums ausführlicher behandelt werden sollen (z. B. Spezialprobleme der Beeinflussung von Kreiseln durch Schwingungen oder Reibungseffekte).

## 2. Der einzelne starre Körper mit Fixpunkt

Für einen einzelnen starren Körper gilt der Drallsatz

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \frac{d'\mathbf{H}}{dt} - \mathbf{H} \times \boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}. \quad (1)$$

Die links stehende zeitliche Ableitung gilt in einem Inertialsystem, die gestrichene Ableitung in einem körperfesten, also mit der Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}$  rotierenden Koordinatensystem  $x, y, z$ .  $\mathbf{H} = \overset{\bar{\bar{\theta}}}{\theta} \boldsymbol{\omega}$  ist der Drallvektor,  $\overset{\bar{\bar{\theta}}}{\theta}$  der Trägheitstensor,  $\mathbf{M}$  der Vektor des auf den Kreisel einwirkenden äußeren Moments. Schreibt man Gl. (1) in einem körperfesten Hauptachsensystem mit  $\boldsymbol{\omega} = (p, q, r)$  sowie den Hauptträgheitsmomenten  $A, B, C$  und folglich  $\mathbf{H} = (Ap, Bq, Cr)$  an, so erhält man die bekannten EULER-Gleichungen der Kreiseltheorie. Für den Sonderfall  $\mathbf{M} = 0$  gelang bekanntlich bereits EULER die vollständige analytische Lösung der Gleichungen, während POINSON eine überaus anschauliche geometrische Deutung für die Bewegung des allgemeinen kräftefreien Kreisels gegeben hat. Schwierigkeiten bereitet die Lösung der EULER-Gleichungen beim Vorhandensein verschiedenartiger Momentenfunktionen, von denen im folgenden einige besprochen werden sollen.

### 2.1 Der schwere Kreisel

Ist  $\mathbf{r}_s$  der Fahrstrahl vom Unterstützungspunkt nach dem Schwerpunkt des Kreisels,  $\mathbf{e}_v$  der Einheitsvektor in Richtung der Vertikalen und  $G$  das Gewicht des Kreisels, so hat man für einen schweren Kreisel das Moment

$$\mathbf{M} = G \mathbf{e}_v \times \mathbf{r}_s \quad (2)$$