CWSEET

电工理论丛书

离散信号与离散系统

严炳南 编著

武汉电工理论学会

序　言

廿世纪五十年代至六十年代初，离散系统主要指的是采样控制系统（混合系统），把受控对象采样后的离散数据作为反馈信号输入连续的控制系统，以校正受控对象过调时的控制过程。或作为补偿环节放在连续控制之前。五十年代与六十年代初期有关离散系统的论述〔1，2，3，〕主要是设计并实现这些采样控制系统及其稳定性分析。当时数字滤波器是作为有关离散系统的著述的一部分来分析的。〔4〕

六十年代中期（65年）出现了离散付里叶变换的快速算法、使数字滤波器运算（包括相关与卷积运算）工作量大大减少了(减少约一至二个数量级)。同时由于数字电路的高度集成化，出现了大规模及超大规模的集成电路（*VLSI*），使数字计算机的运算速度大大提高了。单位运算时间可用毫微秒计算。上述二个重大的突破，使数字信号具有了进行实时处理的条件。由于模拟滤波器用数字滤波器来代替具有省时、经济（可以分时复用），精确度高等优点，因此数字滤波器在许多领域如声纳，雷达、地震学、语音通信、数据通信、图象处理等得到了广泛的应用。在七十年代中期〈数字滤波器〉〈数字信号处理〉已成为离散系统的独立分支，发展成一门单独的学科。出现了许多数字信号处理的专门著述〔5，6，7，8，9〕。

本书是电工理论丛书之一，写作宗旨以讲述离散系统的基本理论为主。因此编者认为不宜过多讲述有关数字信号

处理方面的专业知识.而主要讲述采样系统的基本理论.正如文献〔10〕所述，采样控制系统与数字滤波器在描述和实现方法与稳定性分析方面有许多相似之处，但也有不同之处.例如数字滤波器有可能是非因果的，数字滤波器有量化效应、有限字长效应及极限环的振荡等．这些特点本书由于篇幅的限制均未讲述，关于数字滤波器特性与采样系统特性的相似部分，本书有较详细的论述．如描述方法：差分方程与状态方程.稳定分析方法：时域法、频域法，分析工具：z变换与离散付里叶变换．快速变换算法：快速付里叶变换与快速维诺格拉付里叶变换等等．为了便于读者学习第七章，附录A中补充了数论及多项式代数的基本知识．

本书在字文上力求深入浅出，引人入胜，并注意到说理的逻辑性与直观性．尽量交待清楚问题的来源与发展．这样便于自学者的阅读．

由于编辑匆忙，及编者水平所限，错误及不当之处一定不少，敬请读者予以批评指正．

本书可作为大学高年级学生及研究生的参考读物，也可供具有相当数学物理基础的人员的自学参考．

本书初稿曾在自动化专业78，79，80级作为选修课〈离散信号分析〉的教材．

编　　者

一九八三年七月

序言的参考文献

1 *Regazzini G. R and Franklin G. F. Sampled-Data control systems. McGraw-Hill* 1958

2 *Kuo. B. C Analysis and Synthesis of Sampled-Data Control systems, Prentice Hall* 1963

3 *H. Freeman, Discrete-Time system, John wiley and Sons* 1965

4 *J. A. Cadzow, Discrete-Time Systems, prentice Hall* 1973

5 *B. Gold C. M. Rader, Digital processing of signals* 1969 高哲民译 （1980） 地质出版社

6 *Oppenheim A. V, Shaffer R. W, Digital signal processing, prentice-Halll* 1975

7 *L. R. Rabiner, B. Gold, Theory and Application of Digital signal proceessig, prentice Hall* 1975

8 *S. Tretter. Introduction to Discrete-Time Signal processing, John wiley and Sons* 1976

9 *A. peled, Bede Liu, Digital signal processing, Theory, Design and Implementation.*

John wiley and Sons 1976

10 *A. S. Willsky, Digital signal processing and control and Estimation Theory, points of Tangency. Area of Intersection and parallel Directions. The MIT press* 1979

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

第一章　基本概念

离散信号与数字信号

信号是信息的物体体现，例如数字计算机发出的一组电压脉冲就是一种表示着一定数字的信息。飞行控制雷达阴极射线管萤光屏上的光点即表示有飞机出现的信息，信号可以是独立变量一时间的连续函数。如模拟滤波器中的电压与电流。这些信号称为连续时间信号。另一方面信号也可只定义在有限的或无限可数的各个瞬时，这种信号称为离散时间信号。如图1—1,1(a)的某国家每年国民生产总值，1—1.1(b)的某工厂每月的汽车产量，1—1.1(c)的某乡村人口全年变动图表都是最简单的离散信号的例子。

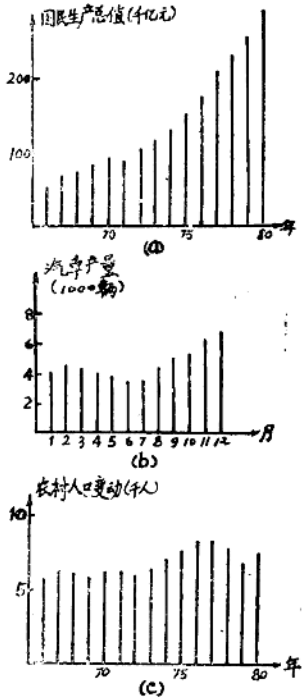

图1—1.1

但实际的离散信号的来源大部是连续时间信号的采样，如图1—1.2.

数字信号是经过量化后的离散信号。一连续信号经过一模拟数字转换器（一般称模/数(A/D)转换器）后，把一连

续信号变成了一串有限长二进制的数。这就是典型的数字信号.模/数(A/D)转换器主要由采样器与量化器组成。如图1—1.3(a)。所谓“量化”是利用一组数值来表示变量的过程。这样就把采样信号电平变换成了数字。一般采用二进制数码，但由于字长的限制，二进制数码所表示的数字不再是原来离散时间信号的幅值。而有舍入与截尾误差。这就是量化的过程。经过量化后的离散信号称为数字信号。因此量化后的信号不仅在时间上是离散的，在数值上也是离散的。图

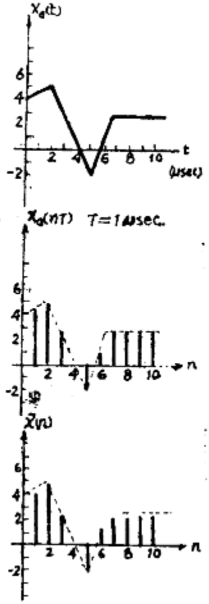

图1—1.2连续信号的取样与量化。

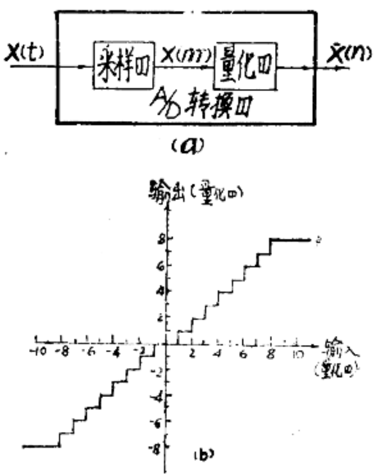

图1—1.3A/D转换器采样量化过程。

$x_a(t)$为连续信号，是A/D转换器的输入。
$x_a(nT)$为取样离散信号，是采样器输出。
$x(n)$为量化后的数字信号，是A/D转换器的输出。

1—1.3(b) 的纵轴即表示了量化器后的输出，它是离散的整量数。采样信号的时间间隔可以是相等的，也可以是不相等的。一般我们总是假定采样信号在$t=0, \pm 1, \pm 2\cdots$具有确定的值，t所取的整数序列($\cdots -1,\ 0, 1, 2\cdots$)只是代表取样序列号，并不代表实际的取样时间，严格说来数字信号与离散时号信号是有区别的，但实际应用中常常指的是同一种信号，所以本书今后的称呼中均用离散信号一词。

1—2离散时间信号的表示——序列，几种常用的序列

离散时间信号可用序列$x(n)$或$\{x(n)\}$表示，n代表序列号，取整数，加{ }代表序列的集合。

下面是一些常用的序列。

1、单位脉冲序列$\delta(n)$，定义为

$$\delta(n)=\begin{cases}0 & n\neq 0\\ 1 & n=0\end{cases} \qquad (1—2.1)$$

序列如图1—2.1(a)，单位脉冲序列如延时K个取样，则表示成。(如图1—2。1)(b)

$$\delta(n-k)=\begin{cases}1 & n=k\\ 0 & n\neq k\end{cases} \qquad (1—2.2)$$

2、单位阶跃序列，定义为

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases} \qquad (1—2.3)$$

$$u(n-k)=\begin{cases}1 & n\geqslant k\\ 0 & n<k\end{cases} \qquad (1—2.4)$$

$u(n)$，$u(n-k)$的序列如图1—2.2(a)(b)

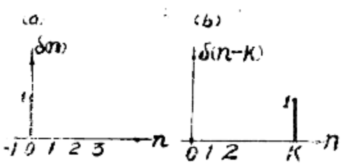

图1—2.1

(a)　　(b)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.

根据单位脉冲序列与单位阶跃序列的定义，它们的相互关系为

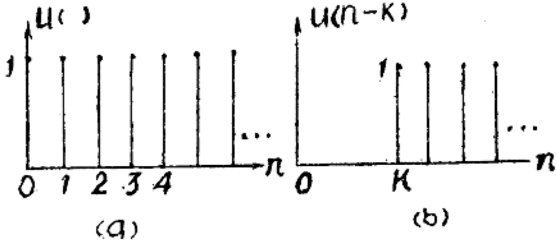

图1—2.2

$$u(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(k) \tag{1—2.5}$$

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1—2.6}$$

3、矩形序列

$$R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0 & n>N-1\end{cases} \tag{1—2.7}$$

$$R_N(n)=u(n)-u(n-N) \tag{1—2.8}$$

$R_N(n)$的图形如图1—2.3。

4、指数序列：a^n

表示为

$$x(n)=a^n u(n) \quad (1—2.9)$$

或

$$x(n)=\begin{cases}a^n & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

(1—2.9)

图1—2.3

$a>1$时，如图1—2.4(a)，$a<1$时，如图1—2.4(b)

5、复指数序列

$$x(n)=e^{j\omega_0 n}=\cos n\omega_0+j\sin n\omega_0 \tag{1—2.10}$$

复序列也可用极坐标表示为

$$x(n) = |x(n)|e \qquad (1—2.11)$$

对于(1—2.10)式的复指数序列，则为

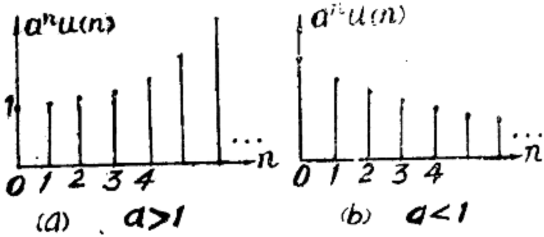

图1—2.4

$$|x(n)| = 1, \qquad arg[x(n)] = n\omega_0$$

在(1—2.11)式中$|x(n)|$称为$x(n)$的幅值，$arg[x(n)]$称为$x(n)$的幅角。

6、任意序列用单位脉冲表示

设有任意序列集合$\{x(m)\}$，其中任一值$x(n)$可 以 表示为：

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m) \qquad (1—2.12)$$

由于$\delta(n-m)$具有

$$\delta(n-m) = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

因此，

$$x(m)\delta(n-m) = \begin{cases} x(n) & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

当m取不同的值时，就可得到不同的$x(n)$值。

1－3有关系统的一些基本概念

系统可看作是一种信号变换器，将一组输入信号转变为

一组对应的输出信号，一般可画成图1—3.1，其中(*a*)为三个输入两个输出的系统，(*b*)为单输入，单输出系统。

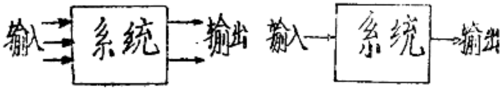

图1—3.1

如系统接受连续时间信号作为输入，而发生连续时间信号作为输出，此系统称为连续系统。如接受离散时间信号作为输入而发出离散时间信号作为输出，则此系统称为离散系统。如系统输入为连续（或离散）信号，输出为离散（或连续）信号，则此系统称为混合系统。例如杨声器，它接受电信号作为输入而产生声信号作为输出。因此是一连续系统。数字计算机从穿孔卡片读入一组数据与字符作为输入，而把另一组数据和字符打印在纸上作为输出，因此数字计算机为一离散系统。电视接收机为一混合系统，因为发送的电视信号中包含模拟量的图象信号与离散量的同步信号。

因果系统 如一系统不能在激励加入之前产生响应则称为因果性系统。也就是当输入信号在$t<t_0$时如为零，则对应的输出信号在$t<t_0$时也应等于零。如一系统的输入与输出为

$$x(n)=\begin{cases} a & n\geqslant 0 \\ 0 & \text{其它值} \end{cases}$$

$$y(n)=\begin{cases} 0 & n<-1 \\ a & n\geqslant -1 \end{cases}$$

由于$n=-1$时，$x(n)=0$，而$y(n)=a$，所以此系统是非因果的。如一系统$y(n)=x(-n)$，输出是输入的转置，显然此系统是非因果的，一般如输出比输入在时间上滞后，系统总是因果性的。例如$y(n)=x(n-\tau)$，$\tau\geqslant 0$。系统是因果性的。显然所有物理系统都是因果性的，例如扬声器不能在音频放

大器接通之前发声。数字计算机不能在输入数据之前打印结果。

瞬时或无记忆系统 如系统在任一瞬时的响应只与此瞬时的激励有关，则称此系统为瞬时系统或无记忆系统。如一放大器输入为$x(n)$输出为$ax(n)$，因此是一瞬时系统。

动态或记忆系统 如系统任一瞬时的响应与以前的瞬时的激励有关。则此系统称为动态系统或有记忆系统。例如某离散系统的输出信号为其输入信号之和：

$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$，则它是一个动态系统。如输出信号是输入信号的导数，则此系统也是动态的。再如自动售货机，输入是顾客投入的硬币而输出是商品。因售货机能记忆投入的硬币总数，所以是一个动态系统。

稳定系统 （有界输入——有界输出）如一系统的输入信号与输出信号在所有时间均为有界时，则此系统是稳定的。显然如某系统的输出信号是某输入信号的时间积分，则此系统是不稳定的。因为即使输入信号有界，输出信号在长时间后将是无界的。在离散系统中如输出信号是输入信号的前向或后向差分，或是输入信号的移位或转置，或乘一有限比例常数，系统都是稳定的。

定常系统 如一系统的输入信号进行时间移位后产生一相应的输出信号的时间移位，则此系统称为定常系统。确切地说，在定常系统中$H[x(n)]=g(n)$，则必然能得出：对所有时间k，$H[x(n-k)]=g(n-k)$。非定常系统称为时变系统。微分器和放大器为定常系统，但将输入信号转置的系统则为时变系统。一停车场在一天的不同时间内按不同的百分率收费，这就是一时变系统；其输入的离散信号是记录的车辆到达的数字；对应的离散输出信号是管理的全部收入。

线性系统 如一系统对于信号$ax(n)$的响应等于a乘以系统对于信号$x(n)$的响应（a为任意常数）。则此系统称为齐性系统。即$H[ax(n)]=aH[x(n)]$，一系统对于信号$x_1(n)+x_2(n)$的响应如等于此系统对于信号$x_1(n)$的响应与对于信号$x_2(n)$响应之和则此系统称为可加系统。即$H[x_1(n)+x_2(n)]=H[x_1(n)]+H[x_2(n)]$。

一系统既是齐性的又是可加的则此系统称为线性系统，线性系统必有下列关系式：

$$H[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=a_1H[x_1(n)]+a_2H[x_2(n)]$$

式中a_1，a_2为任意常数，$x_1(n)$，$x_2(n)$为系统的输入信号。

上述停车场为一线性系统的例子，因为全部收入与停车场的车辆数成正比。但是如果对停入停车场的车辆数多于一辆的存车者给以收费折扣，则系统就成了非线性的了。

1－4离散信号的运算

求和 二信号求和可将二信号在同一瞬间的值相加，此瞬时值的和即为信号之和在该瞬时的值。

设两信号

$$x(n)=\begin{cases}0 & n<-1\\ 2^{-n}+5 & n\geqslant -1\end{cases}$$

$$y(n)=\begin{cases}3(2^{n}) & n<0\\ n+2 & n\geqslant 0\end{cases}$$

则两信号之和为：

$$x(n)+y(n)=\begin{cases}3(2^{n}) & n<-1\\ \dfrac{17}{2} & n=-1\\ 2^{-n}+n+7 & n\geqslant 0\end{cases}$$

求积 两信号相乘之积在每一瞬时的值等于两信号在该瞬时的值的乘积。例如上列两信号的乘积为：

$$x(n)\cdot y(n)=\begin{cases}0 & n<-1\\ \dfrac{21}{2} & n=-1\\ n2^{-n}+2^{-n+1}+5n+10 & n\geqslant 0\end{cases}$$

再举一信号相乘的例子：设图1—4.1(a)为一开关电路，开关每二秒闭合一次，闭合时间为1秒。由$t=0$开始，如输入为一单位的恒定直流，则经开关后的输出信号$z(t)$为如图1—4.1(c)，今如输入信号$x(t)$，其图形如图1—4.1(b)所示示。则输出信号$y(t)$显然是$x(t)$与$z(t)$的乘积，如图1—4.1(d)。实际上开关电路中的开关是电子开关，开闭速

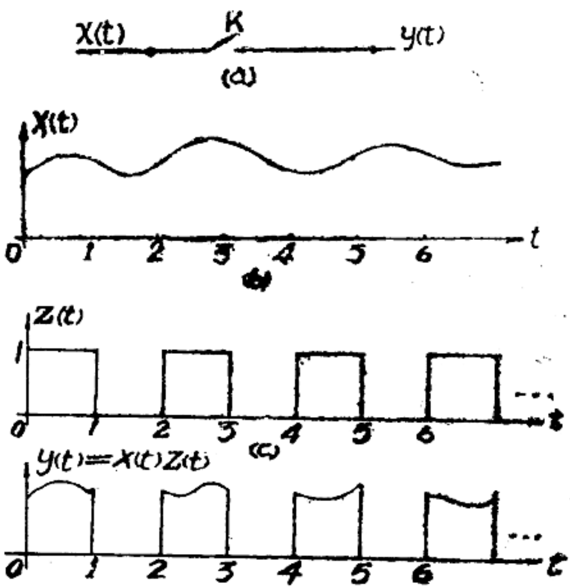

图1—4.1

度要快得多了。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com