高中数学综合题汇编

题　　目

1　已知两个最简根式 $\sqrt[3a+2]{4a+3b}$ 与 $\sqrt[b+4]{2a-b+6}$ 是同类根式，试求 a 、 b 的值.

2　如 $4x^2-4x-15\leqq 0$，试化简 $\sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{4x^2-20x+25}$.

3　如 $x>0$， $y>0$，

且 $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=3\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+5\sqrt{y}\right)$，

试求 $\dfrac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}$ 的值。

4　如 $x=\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)^{\frac{2mn}{m-n}}$，

化简 $\left(x^{\frac{1}{m}}+x^{\frac{1}{n}}\right)^2-4a^2x^{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$（这里 $|a|>1$）.

5　化简 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{3638}$.

6　化简 $\dfrac{15i^{-24}-5\sqrt{2}\,i^{31}}{\left(3+\sqrt{2}\,i^{21}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\,i^{-33}\right)}$.

7　如 $\dfrac{(y^2+x^2i)+(10+i)}{x(1+2i)+y(1+3i)}=x(1+i)-y(1-4i)$，求 x 、 y 的实数值（这里 x 、 y 都不是零）.

8　如 a 、b、c、d 都是实数，且满足关系 $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$，求证：以a、b、c、d为边的四边形不是菱形就是正方形.

9　如$abc=1$，

求证$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}=1$．

10　如x、y都是实数，且$y=\sqrt{\lg\frac{3x^2-14x+14}{x^2-6x+8}}$，试求x的许可值的范围．

11　求等差级数$16.9+17.06+\cdots+80.9$的前200项的和减去后100项(就是从末项起向前数100项)的和的差．

12　求在200和700之间所有的11的倍数的数的和．

13　级数$\lg 1000+\lg(1000\cos 60^\circ)+\lg(1000\cos^2 60^\circ)+\cdots+\lg(1000\cos^{n-1}60^\circ)+\cdots$的前多少项的和为最大(已知$\lg 2=0.3010$)．

14　如一级数的第n项$a_n=\lg\frac{3}{\sqrt[3]{2^{4n-1}}}$，求其前n项的和．

15　取偶数数列2, 4, 6, 8, …, 2n, …的首项，第二、三项的和，第四、五、六项的和，以此类推，构成级数$2+(4+6)+(8+10+12)+\cdots$．试求这个级数的第n项以及其前n项的和．

16　如$\left\{\left(1+\frac{4}{x-2}\right)(x-4+4x^{-1})-\sqrt{3}\left[1+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)^2+\cdots\right]\right\}\div\frac{x^{-\frac{1}{2}}-2x^{-1}}{(\sqrt{x}+2)^{-1}}=\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$，求级数

$(x+x)+(2x+x^2)+(3x+x^3)+\cdots+(nx+x^n)+\cdots$的前n项的和．

17　等比级数$3+6+12+\cdots$的前多少项的和就开始大于149997(已知$\lg 2=0.3010$)．

18　求级数$a+(ax+b)+(ax^2+bx+b)+(ax^3+bx^2+$

$+bx+b)+\cdots+(ax^{n-1}+bx^{n-2}+bx^{n-3}+\cdots+b)+\cdots$的前n项的和（这里$x\neq1$）．

19　在不等边三角形ABC中，三个内角A、B、C成等差数列，其公差为θ．又cosec2A，cosec2B、cosec2C也成等差数列．试求无穷级数$\cos^2\theta+\cos^2\theta\log_{0.6}\operatorname{tg}\theta+\cdots+\cos^2\theta\log_{0.6}^{n-1}\operatorname{tg}\theta+\cdots$的和．

20　一个无穷递缩等比级数中，所有的奇数位次项的和比所有的偶数位次项的和多27；又去掉这个级数的前两项之后，它的和为60，求这个级数．

21　如$\log_2x+\log_2\left(x-\frac{3}{8}\right)+2^{\log_24}=0$，求无穷级数$1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}+\cdots$的和．

22　如x、y都是实数，且$y=\sqrt{\frac{2x+1}{4x-3}}+\sqrt{\frac{2x+1}{3-4x}}+1$，试求无穷级数$y+xy+x^2y+\cdots+x^{n-1}y+\cdots$的和．

23　化简　$\log_{2-\sqrt{3}}(2+\sqrt{3})$．

24　化简$\sqrt{(\log_310)^2-6\log_310+9}$．

25　化简$\lg(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})$．

26　化简$\log_5\frac{\sqrt[3]{25}}{5}\cdot\log_2[4^{\frac{1}{2}\log_23}(2\sqrt{2})^{\frac{4}{3}}-5^{\log_54}]$．

27　如x、y都是实数，且$(2x-1)^2+(y-8)^2=0$，试求$\log_8xy$的值．

28　如x、y都是实数，且$y=\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}-(x^2-1)^{\frac{1}{2}}}{x+1}$，试求$\lg(x+y)$的值．

29　已知$2^{6a}=3^{3b}=6^{2c}$，试求a、b、c之间的关系．

30　求证

$(\log_2 3+\log_4 9+\log_8 27+\cdots+\log_{2^n}3^n)\log_9\sqrt[n]{32}=\frac{5}{2}$.

31　求证 $\frac{1}{\log_5 19}+\frac{2}{\log_3 19}+\frac{3}{\log_2 19}<2$.

32　解不等式 $\lg(x^2-x-6)<\lg(2-3x)$.

33　解不等式 $\sqrt{x-1}<x-2$.

34　解不等式组 $\begin{cases}\frac{x-6}{2x-5}\geqq 0,\\ \log_3(2x-3)<1.\end{cases}$

35　如 x、y、α 都是实数，且 $x^2+y^2=1$，求证：

$x\sin\alpha+y\cos\alpha$ 的绝对值不大于 1.

36　m 为哪些实数值时，x 的任何实数值都不满足不等式

$(m+1)x^2-2(m-1)x+3(m-1)<0$.

37　如 $|x-2|<3$，解方程

$|x+1|+|x-5|+|x-3|=8$.

38　解方程 $2(10x+13)^2(5x+8)(x+1)=1$.

39　如方程 $x^2-2px+3q=0$ 的一根是另一根的 3 倍；方程 $x^2+qx+3p=0$ 的一根是另一根的二分之一. 求实数 p、q 的值（这里 p、q 都不是零）.

40　如 a、b、c 表示一个直角三角形 ABC 的三条边，且 c 表斜边，又三角形 ABC 的内切元分别切 BC、CA、AB 于 D、E、F，则 BD 和 AE 为方程 $2x^2-2cx+ab=0$ 的两个根.

41　如 α、δ 为实数系数方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，且 α、β、γ、δ 成等差数列，试求以 β、γ 为根的二次方程.

42　如奇数系数方程

$2ax^2+2(2a-b-1)x+(2a-2b-1)=0$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

和叁数系数方程

$$x^2+(2a+b+3)x+(a^2+ab+6)=0$$

都有两个相等的实根，试求a、b的值．并各取这两个方程的一个根为根作一个二次方程．

43　如方程$x^2-4x\cdot\cos2\theta+2=0$和方程

$$2x^2+4x\sin2\theta-1=0$$

有一个根互为倒数，求θ角$(0<\theta<\pi)$．

44　如方程$x^2+px+q=0$的二根为$\operatorname{tg}\theta$和$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$，又这个方程的两个根的比是3∶2，试求p、q的值．

45　如方程$(m+1)x^2+(2m-1)x+(m-1)=0$有虚根，求证方程$(m-3)x^2-2(m+3)x-(m+5)=0$必有不等实根(这里m是实数)．

46　当实数m为什么值时，二次方程

$$(5m+1)x^2+(7m+3)x+3m=0$$

的根为：(1)两个虚数；(2)两个正实数；(3)两个负实数；(4)一个正实数，一个负实数；(5)一个是零．

47　不必解方程，说明下列方程在实数集合内无解．

(1)$\sqrt{x+1}+\sqrt{x-4}+1=0$；

(2)$\sqrt{x+1}+\sqrt{x-4}-1=0$；

(3)$\sqrt{x-8}+\sqrt{2-x}-5=0$；

(4)$x+\sqrt{x-5}=2$；

(5)$\sqrt{2-x-x^2}+\sqrt{x^2-9}-3=0$．

48　如$A=\sqrt{2x+7}$，$B=\sqrt{2-x}$，$C=\sqrt{5-x}$，求使A、B、C都有意义的x的实数值的集合；又x为什么实数值时，能使等式$A-B=C$成立？

49　解方程$x^2-6x-6-x\sqrt{x^2-2x-2}=0$.

50　解方程$\sqrt[n]{x^n+\sqrt[n+1]{a^n x^{n^2}}}+\sqrt[n]{a^n+\sqrt[n+1]{a^{n^2} x^n}}=b$（$x>0$，$b>a>0$）.

51　如$A=\lg\sqrt{x+1}$，$B=\lg\sqrt{4-x}$，$C=\lg\sqrt{x-2}$，问：x为哪些实数值时，A、B、C都有忌义?又x为什么数值时，$A+B-C$的值等于$25^{\log_5\sqrt{\lg 2}}$

52　解方程$\log_{16-3x}(x-2)=\log_8 2\sqrt{2}$.

53　解方程$\log_2 3\cdot\log_9 x\cdot\log_4 x=1$.

54　解方程$\lg^2 9x-3\lg(x+2)\lg 9x+2\lg^2(x+2)=0$.

55　解方程$3^{\log_3 x}+7^{\log x^1}=5^{\log_{25}(2x+5)}$.

56　解方程

$$\left(\sin\frac{\pi}{36}\right)^{\lg(1+\sin x)-4\lg\cos x+\lg(1-\sin x)}=4\sin^2\frac{19}{6}\pi.$$

57　求满足条件

$$2^{\sqrt{6}\,\mathrm{tg}2\theta\cos 3\theta-3\sqrt{2}\cos 3\theta+\sqrt{3}\,\mathrm{tg}2\theta}=\left(\sin\frac{29}{6}\pi\right)^{-3}$$和$0<\theta<2\pi$的所有的θ角.

58　如a、b为方程$f(x)=x^3-3b^2x+2c^3=0$的根，则以a、b、c为边的三角形是一个正三角形.

59　如$f(x)=a^2x^2+abx+b^2$，今以$x+1$和$x-2$除$f(x)$，余数分别为7、13，试求a、b的值.

60　求证$f(x)=x^{4444}+x^{3333}+x^{2222}+x^{1111}$可被$x^4+x^3+x^2+x$奁除.

61　已知一个三角形的三个内角A、B、C成等差数列，这三个角的正切值(即tgA、tgB、tgC)恰为方程

$$x^3-(3+2k)x^2+(5+4k)x-(3+2k)=0$$

的三个根，又这个三角形的面积数为$2(3-\sqrt{3})$，试求这个三角形的三个角和三个边．

62　设一个一元四次式$f(x)$的x^4项的系数和常数项分别为1和48，又它的四个根分别是两个正三角形的边和高，又这两个正三角形的面积的比是4：1．求这个一元四次式．

63　如a、b、c为整数系数方程$12x^3-28x^2+17x+d=0$的根，且$b=a+1$，试求a、b、c、d的值．

64　如$f(x)=6x^4+5x^3+2ax^2-bx+4$能被$x-1$整除，被$x+2$除余30，求解方程$f(x)=0$．

65　解方程$2^{4x+1}+3\cdot 2^{3x}-17\cdot 2^{2x+1}-3\cdot 2^{x+4}+32=0$．

66　解方程$60\lg^4 x+28\lg^3 x-23\lg^2 x-7\lg x+2=0$．

67　如$1+i$为实数系数方程$f(x)=x^4+3x^2-2ax+b=0$的根，试求a、b的值；并求解方程$f(x)=0$．

68　如实数系数方程$x^3+2kx^2+9x+5k=0$的一个虚根的模数等于$\sqrt{5}$，试求k的值；并解这个方程．

69　求证方程$x^4+3x^2+2x+6=0$没有实根．

70　如$m_1, m_2, m_3, \cdots, m_n$都是实数，而且各不相等，则方程

$$\frac{1}{x+m_1}+\frac{1}{x+m_2}+\frac{1}{x+m_3}+\cdots+\frac{1}{x+m_n}=0 \text{ 没有虚根．}$$

71　解方程$a(x-1)^6+b(x-1)^3+c=0$．

这里a为方程$\lg 10+\frac{1}{3}\lg(3^6\sqrt{a}+271)=\lg 50+\lg 2$的根；b为质数，且能使$\lg(b^2-12b-85)$和$\sqrt{20b-b^2}$都有意义；c满足条件：球的面积数等于其体积数，而c恰为这个球体积的$\frac{6}{\pi}$倍的相反数．

72　如a是1的一个7次虚根，求证

$$\frac{a^4}{1+a}+\frac{a^5}{1+a^3}+\frac{a^6}{1+a^5}=-2.$$

73　问有多少个数满足下列三个条件：

(1)它们的常用对数的首数都是3；

(2)小数卩分只有十分位，而不是零；

(3)各位数码全不相同.

74　如$(\sqrt[4]{27}-\sqrt[3]{3^{-2}})^{6n}$展开式中的末项为$\left(\frac{1}{25^3}\right)^{\log_5 9}$，试求其第七项.

75　在55和555之间插入几个等差中项时，其中最末一个等差中项等于$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)^{15}$展开式中含$x^3$项的系数.

76　如$(\sqrt[3]{x^{-4}}+x)^n$展开式中，第五、六、七项的系数成等差数列，试求展开式中不含x的项.

77　如$(x^{\lg x}-3)^n$展开式中，末三项的系数的和等于22，又它的中项等于$-540,000$，求x的值.

78　在$(\sqrt[3]{36}-\sqrt[7]{6^x})^9$展开式中第八项等于$6^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^{\log_5 \frac{27}{8}}}$的相反数，求x的值.

79　如$(ax+1)^8$和$(x+a)^9$(这里$a\neq0$)展开式中，含x^4项的系数相等，求a的值.

80　如$(ax+1)^{2n}$和$(x+a)^{2n+1}$(这里$a\neq0$)展开式中，含x^n项的系数相等，求证$\frac{1}{a}$必是方程

$$n^2(n+1)x^3+(2n+1)^2x^2-(2n+1)^3=0$$ 的根.

81　求$(1+a_1)(1+a_2)^2(1+a_3)^3\cdots(1+a_n)^n$的展开式的所有项的系数的和．

82　在$(\sqrt[3]{x^{-1}}-\sqrt[5]{x^{-2}})^n$的展开式中，所有偶数项的系数的和等于1024，试求它的两个中项．

83　试求以11除101^{10}的余数．

84　如n表奇数，求证$(a+bi)^n$和$(a-bi)^n$是共轭复数（这里a、b都是实数，且$a+bi\neq 0$）．

85　不用数值计算或查表，求证

$$\frac{1}{1+\sin 15^\circ-\cos 15^\circ}=\frac{1}{\sin 30^\circ}+\frac{1}{\sin 45^\circ}.$$

86　已知$0^\circ<x<45^\circ$，且有

$$\lg \operatorname{tg} x-\lg \sin x=\lg \cos x-\lg \operatorname{ctg} x+2\lg 3-\frac{3}{2}\lg 2,$$

试求$\cos x-\sin x$的值．

87　设$\operatorname{tg}(\theta-\alpha)\operatorname{tg}(\theta-\beta)=\operatorname{ctg}^2\theta$，$|\theta|<\frac{\pi}{4}$，试证

$$\theta=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

88　如果由四个数$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、2、$\sqrt{6}$中，任取两数之和减去另两数之和，则所得这些结果分别是7.5°和它的一些奇数倍的正切值．

89　设$e^x-e^{-x}=2\operatorname{tg}\theta$，试证

(1) $e^x+e^{-x}=2\sec\theta$

(2) $x=\log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$

$$(e>0,\ 0^\circ<\theta<90^\circ)$$

90　已知　$\frac{a}{c}=\sin\theta$，　$\frac{b}{c}=\cos\theta$，

$$(c+b)^{c-b}=(c-b)^{c+b}=a,$$

且 $a>0$，$b>0$，$c>0$，$c>b$，$0<\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$，试证

$$(\lg a)^2=\lg(c+b)\lg(c-b).$$

91　如果　$\cos\alpha=\mathrm{tg}\beta$，$\cos\beta=\mathrm{tg}\gamma$，$\cos\gamma=\mathrm{tg}\alpha$，

试证　$\sin^2\alpha=\sin^2\beta=\sin^2\gamma=4\sin^2 18°$.

92　设　$x_1^2+y_1^2=1$，$x_2^2+y_2^2=1$，$x_1x_2+y_1y_2=0$，

试证 $x_1^2+x_2^2=1$，$y_1^2+y_2^2=1$，$x_1y_1+x_2y_2=0$.

93　试证明能适合方程

$$\sin x+\sin^2 x=1$$

的 x 值，必能适合方程

$$\cos^2 x+\cos^4 x=1.$$

94　解三角方程

$$\mathrm{tg}(x+\alpha)\left(\cos 2x-\frac{1}{3}\right)=\sin 2x.$$

95　解三角方程

$$\mathrm{tg}(x+30°)=2\cos x.$$

96　等式

$$\sin(x+\alpha+\beta)-\cos(x+\alpha+\beta)+2\sin x\sin\alpha\sin\beta+2\cos x\cos\alpha\cos\beta=0$$

中，如果

（1）α、β 中有一个等于$n\pi-\frac{\pi}{4}$，则层等式为恒等式；

（2）α、β 皆不等于$n\pi-\frac{\pi}{4}$，则层等式为方程，并求这方程的解.（n 为奁数）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

97　试比较

$$2+\sin\alpha+\cos\alpha \text{与} \frac{2}{2-\sin\alpha-\cos\alpha}$$

两式的大小关系.

98　设 $0<x<\pi$，求证

$$\operatorname{ctg}\frac{x}{8}-\operatorname{ctg}x>3.$$

99　设 α、β、γ 为锐角三角形三个内角，试证

$$\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\gamma)+\operatorname{tg}\beta(\operatorname{ctg}\gamma+\operatorname{ctg}\alpha)+\operatorname{tg}\gamma(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)\geqq 6.$$

100　解不等式

$$2\cos x-2\sin x+\sqrt{3}>\sqrt{3}\operatorname{ctg}x.\ (0^\circ<x<90^\circ)$$

101　三角形ABC中，已知 $AB=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$C=30^\circ$，试求 $AC+BC$ 的最大值.

102　设 $(a-1)(b-1)>0$，且 a、b、θ 皆为实数，试求 $\dfrac{(a+\cos\theta)(b+\cos\theta)}{1+\cos\theta}$ 的最小值.

103　如果 $a>b>0$，则

$$\frac{a\sin x+b}{a\sin x-b}$$

不能介于 $\dfrac{a-b}{a+b}$ 及 $\dfrac{a+b}{a-b}$ 之间.

104　设 $\sin 2x$ 及 $\sin x$ 分别为 $\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 的等差中项及等比中项，求 x.

105　如果三角形三边 a、b、c 的倒数成等差数列，则 b 边所对的角必为锐角.

106　如果$\operatorname{tg}\alpha$、$\operatorname{tg}2\beta$、$\operatorname{tg}\beta$成等差数列时，则有

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\sin 2\beta.$$

107　设θ为满足方程$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$的最小正角，试求$\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta+\cdots+\sin 8\theta$的值.

108　一直角三角形的两直角边为a和b，a边所对的角为$\arcsin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}$，试证a与b有下列的关系式

$$\lg\frac{1}{\sqrt{6}}(a+b)=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b).$$

109　△ABC的周长等于这个三角形内切元半径的12倍，且有$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C$，试求这三角形三边的比。

110　设$A+B+C=180°$，且

$$\frac{x}{\sin A}=\frac{y}{\sin B}=\frac{Z}{\sin C},$$

求证$(x-y)\operatorname{ctg}\frac{C}{2}+(y-Z)\operatorname{ctg}\frac{A}{2}+(Z-x)\operatorname{ctg}\frac{B}{2}=0$.

111　等腰三角形ABC中，BC为底边，BD为底角B的平分线，且有AD+BD=BC，求这三角形的各角.

112　三角形三边成等差数列，公差为1，且最大角为最小角的二倍，求这三角形各边长.

113　三角形ABC的三边a、b、c成等比数列，试证

$$\cos(A-C)=1-\cos B-\cos 2B.$$

114　三角形ABC的百积为$10\sqrt{3}$平方尺，周长为20尺，且角A为60°，求这三角形的三边长.

115　三角形ABC中，如果三个内角间有关系式

$$\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}=\frac{1}{4}.$$

则角A所对边的傍切元百积与外接元百积相等.

116　△ABC的外接元半径为R，内切元半径为r，三条边外的傍切元半径分别为r_a、r_b、r_c 且$\frac{1}{r_a}$、$\frac{1}{r_b}$、$\frac{1}{r_c}$成等差级数，r、r_b、R成等比级数，求B．

117　三个锐角之中，第一个角的一半的正切等于第三个角的一半的正切的立方，而第三个角的正切又等于第二个角正切的二倍，则这三个锐角成等差级数．

118　火车站钟楼上钟的表百半径为a，中心距地百为b，若在地百上某点直对钟百，试证自这点望钟百所张最大的角为$\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{b^2-a^2}}$.

119　有人在地百上测得某工厂的水塔的仰角为β，并测得塔上蓄水库的视角为α，此人向水塔前进a尺，测得这蓄水库的视角仍为a，试求这水塔与蓄水库的高．

120　欲测对岸两棵树P、Q间的距离，在河岸上选得A处，测得有最大的张角α，另在岸上B点处，测得AB=a，而P、Q、B三点恰在一直线上，这直线PB与AB所夹的角为β，求PQ.

121　方程$3x^3+px^2+qx-4=0$的三个根分别为同一个正三角形的边长、半径，边心距，求p，q的值．

122　一个三角形的三条边的长度分别为方程

$$x^3-px^2+qx-r=0$$

的三个根，求这个三角形的百积．

123　一个正三角形的三条边分别增加3、4、5之后得到的三角形的百积为84，求这个正三角形的边长．

124　方程$x^3-12x^2+47x-k=0$的三个根分别为一个直角三角形的三条边的长，求k值．

125　P为正三角形ABC的外接元O外的一点，且AP＝3，BP＝7，CP＝5，则元O的半径为方程

$$9x^4-249x^2+1216=0$$

的根.

126　△ABC的BC边中点为M，线段BM、CM的中点分别为M_1、M_2，且$AM=m$，$AM_1=m_1$，$AM_2=m_2$，

则当　$5m^2>2(m_1^2+m_2^2)$ 时，∠A为锐角.

$5m^2=2(m_1^2+m_2^2)$ 时，∠A为直角.

$5m^2<2(m_1^2+m_2^2)$ 时，∠A为钝角.

127　△ABC的∠B、∠C的外角平分线交于A_1，∠C、∠A的外角平分线交于B_1，∠A、∠B的外角平分线交于C_1，得到$\triangle A_1B_1C_1$。由$\triangle A_1B_1C_1$以同样方法可以得到$\triangle A_2B_2C_2$，如此继续进行下去，求$\triangle A_nB_nC_n$的各角.

128　△ABC的外接元O的过A点的切线分别交过B点的切线和过C点的切线于C_1和B_1，而过B点的切线和过C点的切线交于A_1，得到$\triangle A_1B_1C_1$，则$S_{\triangle A_1B_1C_1}=R^2\operatorname{tg}A\operatorname{tg}B\operatorname{tg}C$.

129　直角三角形ABC的弦AB上的高为CD，△ADC和△BDC的内切元半径分别为r_1和r_2，求△ABC的内切元半径.

130　△ABC的最大角A为最小角C的二倍，且它的三条边长为连续的三个奎数，求这三角形三条边的长.

131　△ABC中AB＝AC，高AD＝20，高BE＝24，联结B和AD的中点M交AC于F，求线段BF的长.

132　△ABC的底边BC长为3，高AD为2．一条直线平行于

BC分别交AB、AC于E: 更得以EF为边的正方形的百积与△PEF百积的和为$\frac{135}{24}$，求EF和BC的距离.

133　边长为$\frac{18\sqrt{7}}{7}$的正三角形ABC的中心为O.一条直线过O点分别交AB、AC于D和E，且DO与OE的差为1，求DO和OE的长.

134　l_1、l_2、l_3为三条平行线，l_1、l_2之间的距离为1，l_2、l_3之间的距离为2，且l_2在l_1和l_3之间．一个正三角形ABC的顶点A、B、C分别在l_1、l_2、l_3上，求△ABC的边长.

135　△ABC的三个内角A、B、C成等差数列，

则
$$(a+b)^{-1}+(b+c)^{-1}=3(a+b+c)^{-1}.$$

136　△ABC的三个内角的余弦成等差数列，则s－a、s－b、s－c的倒数也成等差数列.

137　O为△ABC的外心，AO、BO、CO分别交对边于L、M、N，则$\frac{1}{AL}+\frac{1}{BM}+\frac{1}{CN}=\frac{2}{R}$.

138　O为△ABC的外心，AO、BO、CO分别交对边于D、E、F，交元O于D′、E′、F′，

则
$$\frac{DD'}{AD}+\frac{EE'}{BE}+\frac{FF'}{CF}=1.$$

139　三角形的外接元半径，等于它的垂足三角形的外接元半径的二倍.

140　H为△ABC的垂心，且AH＝p，BH＝q，CH＝r，

则
$$aqr+brp+cpq=abc.$$

141　线段AB的中点为D，在线段AB的中垂线上有三个点C、C_1和C_2，且C、C_1和C_2在AB的同一侧.

如果　$CD=\frac{1}{2}AB$，　$C_1D=AB$，　$C_2D=\frac{3}{2}AB$，

则　$\angle ACB+\angle AC_1B+\angle AC_2B=180^\circ$。

142　在等腰三角形ABC的底边BC的延长线上取一点D，自D作AB垂线，交AC于E，交AB于F。

如果　$S_{\triangle AEF}=2S_{\triangle CDE}$，　则$\frac{DE}{EF}=\frac{AB}{BC}$.

143　AD、BE为△ABC的高，

则　$AB^2=AC\cdot AE+BC\cdot BD$.

144　O、H分别为△ABC的外心和垂心。在AB上截取AD＝AH，在AC上截取AE＝AO，则DE等于△ABC的外接元半径。

145　以△ABC的内切元在三边上切点为顶点的三角形的边长分别为L、m、n，则$Lmn:abc=r^2:2R^2$.

146　自△ABC的内心O向BC边引垂线，垂足为D。再自B、C各向直线AO引垂线，垂足分别为E和F，

则　$BD\cdot CD=BE\cdot CF$.

147　△ABC的内心O到顶点A、B、C的距离分别为L、m、n，则$aL^2+bm^2+cn^2=abc$.

148　△ABC的外接元半径和内切元半径分别为R和r、求外心和内心之间的距离。

149　△ABC和△A′B′C′中∠B＝∠B′，∠A和∠A′互补，则它们边之间有下列关系：

$$aa'=bb'+cc'.$$

150　△ABC的三条边成等比数列，则以它三条高为边的三角形和△ABC相似。

151　P为正方形ABCD的内切元O上的一个点，且$\angle APC=\alpha$，$\angle BPD=\beta$，则$tg^2\alpha+tg^2\beta=8$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com