

数学（上）

主编 刘保平



武汉大学出版社

新编全国中职教育规划教材

数学(上)

主 编 刘保平
焦传魁
副主编 张西良

武汉大学出版社

前 言

为贯彻国务院《关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的精神,实现大力发展职业教育,服务经济社会发展的目标,我们编写了这套《数学》教材,供三年制中等职业学校试用。

这套《数学》教材在编写时,注意到了以下几点:

1. 与九年制义务教育三年制初中数学相衔接;
2. 精选传统的初等数学内容,知识面适当拓宽;
3. 从学生的实际出发,降低知识起点,简化论证过程,注重基础,讲究实用,努力做到生动有趣,通俗易懂;
4. 充实与从事幼儿教育有联系的教学内容和例题习题;
5. 每章末附有阅读材料,供学生课外阅读,借以激发学生学习的兴趣。

这套《数学》教材共分上、下两册,本书为上册,内容包括数、形、式,集合,函数,指数函数、对数函数、幂函数,三角函数,数列,排列与组合等七章。本书由刘保平老师、焦传魁老师主编,张西良老师副主编。商丘幼儿师范学校刘保平老师撰写了第一、二、四、六、七章,商丘幼儿师范学校焦传魁老师撰写了第三、五章。

由于编者水平有限,加之编写时间仓促,书中难免存在一些错误和不足之处,真诚欢迎使用本教材的教师和学生提出宝贵意见。

编 者
2013年5月

<h1>目 录</h1>	
第 1 章 数、形、式	(1)
1.1 实数	(1)
1.2 图形	(4)
1.3 代数式	(11)
1.4 函数	(15)
1.5 方程	(19)
本章复习	(21)
第 2 章 集合	(24)
2.1 集合	(24)
2.2 集合的表示方法	(25)
2.3 集合之间的关系	(28)
2.4 集合的运算	(29)
本章复习	(32)
第 3 章 函数	(36)
3.1 函数的概念	(36)
3.2 函数的表示方法	(37)
3.3 函数的单调性	(40)
3.4 函数的奇偶性	(42)
本章复习	(43)
第 4 章 指数函数、对数函数、幂函数	(46)
4.1 指数	(46)
4.2 指数函数	(48)
4.3 对数	(51)
4.4 对数函数	(53)
4.5 幂函数	(55)
本章复习	(58)
第 5 章 三角函数	(63)
5.1 角的概念	(63)
5.2 弧度制	(65)



5.3 任意角的三角函数	(68)
5.4 同角三角函数的基本关系	(71)
5.5 求三角函数值	(72)
本章复习	(75)
第6章 数列	(79)
6.1 数列	(79)
6.2 等差数列	(82)
6.3 等差数列的前 n 项和	(86)
6.4 等比数列	(88)
6.5 等比数列的前 n 项和	(92)
本章复习	(93)
第7章 排列与组合	(96)
7.1 两个基本原理	(96)
7.2 排列	(98)
7.3 组合	(101)
7.4 组合数的两个性质	(103)
本章复习	(106)





第1章

数、形、式

在初中数学中,我们已经系统地学习了实数、图形、代数式、函数和方程的有关知识,本章作为中职数学的衔接内容,旨在巩固同学们的数学基础知识,为顺利学习新的数学知识打下坚实的基础.

1.1 实数

1. 有理数

整数和分数统称为有理数.

整数可以看作分母为1的分数,所以有理数都可以写成 $\frac{m}{n}$ (m, n 是整数, $n \neq 0$)的形式.

有理数也都可以写成有限小数或无限循环小数的形式;反过来,任何有限小数或无限循环小数也都是有理数.

如: $\frac{47}{8}, \frac{11}{90}$,也可以写成5.875, 0.12.

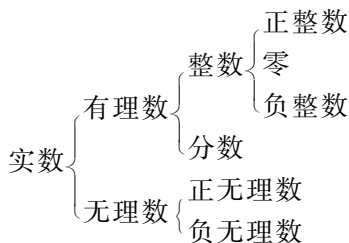
2. 无理数

无限不循环小数叫做无理数.如 $\sqrt{5}, -\sqrt[3]{2}$ 等都是无理数, $\pi = 3.14159265 \dots$, $e = 2.71828 \dots$ 也都是无理数.

无理数并非“无理”,它和有理数一样,都是现实世界中客观存在的量,只是不能写成分数形式.

3. 实数

有理数和无理数统称为实数.



实数之间可以进行加、减、乘、除、乘方运算,在开方运算中,任何实数都可以开奇次方,只有非负实数可以开偶次方.

4. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线,叫做数轴.

实数与数轴上的点存在一一对应关系,即数轴上的每一个点都表示唯一的实数;反过来,每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示.

在数轴上表示实数,它们从左到右的顺序,就是从小到大的顺序,即右边的点所表示的实数总比左边的点表示的实数大.

5. 绝对值

一般地,数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值,记作 $|a|$.

一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零.即:

$$a = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

6. 相反数

只有符号不同的两个数,叫做互为相反数.零的相反数为零,数 a 的相反数是 $-a$,这里 a 表示任意一个非零实数.

在数轴上,表示互为相反数的两个点关于原点对称,即分别在原点的两侧,且到原点的距离相等.

7. 倒数

1 除以某个不为零的数的商叫做这个数的倒数.零没有倒数.

乘积为 1 的两个数,互为倒数.

如: $\frac{4}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{4}$, -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

8. 奇数与偶数

能被 2 整除的整数叫做偶数,不能被 2 整除的整数叫做奇数.即:

$$\text{整数} \begin{cases} \text{奇数} \\ \text{偶数} \end{cases}$$



偶数可以用 $2n$ 表示, 奇数可以用 $2n+1$ 表示 (n 是整数).

9. 质数与合数

只有 1 和它本身两个约数的正整数叫质数, 又叫素数.

除了 1 和它本身两个约数外, 还有其他约数的正整数叫合数.

1 既不是质数也不是合数, 因为它有且只有“1”这一个约数.

所以, 正整数按其约数的个数可进行如下分类:

$$\text{正整数} \begin{cases} 1 \\ \text{质数} \\ \text{合数} \end{cases}$$

100 以内的质数共有 25 个, 它们是, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. 其中 2 既是质数又是偶数.

10. 平方根与立方根

一般地, 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根或二次方根.

正数 a 的平方根有两个, 这两个数互为相反数, 其中正的平方根称为算术平方根, 记为 \sqrt{a} , 负的平方根记为 $-\sqrt{a}$, 合并可写成 $\pm\sqrt{a}$. 0 的平方根是 0, 负数没有平方根.

求一个数的平方根的运算, 叫做开平方.

如果一个数的立方等于 a , 那么这个数叫做 a 的立方根或三次方根, 用符号 $\sqrt[3]{a}$ 表示. 正数的立方根是一个正数, 负数的立方根是一个负数, 0 的立方根是 0.

求一个数的立方根的运算, 叫做开立方.

一般地, 有 $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$.

习题 1.1

1. 在 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 的平方根及立方根中, 哪些是有理数? 哪些是无理数?

2. 将下列各数在数轴上表示出来, 并按从小到大的顺序排列.

$$4, -3, 0, 2.5, -\frac{3}{2}.$$

3. 判断正误:

- (1) 任何数都不等于它的相反数.
- (2) 互为相反数的两个数的同一偶数次方相等.
- (3) 如果 a 大于 b , 那么 a 的倒数小于 b 的倒数.
- (4) 0 是偶数.
- (5) 无限小数都是无理数.
- (6) 带根号的数都是无理数.

(7) $\frac{25}{36}$ 的平方根是 $\frac{5}{6}$.

(8) ± 4 是 64 的立方根.

(9) $\sqrt{3}-2$ 的绝对值是 $2-\sqrt{3}$.

(10) 式子 $\sqrt{(-3)^3}$ 没有意义.

4. 填空:

(1) 一个数的平方等于它本身, 这个数是 _____; 一个数的平方根等于它本身, 这个数是 _____; 一个数的算术平方根等于它本身, 这个数是 _____.

(2) 一个数的立方等于它本身, 这个数是 _____; 一个数的立方根等于它本身, 这个数是 _____.

5. 有没有最小的正整数? 有没有最小的整数? 有没有最小的有理数? 有没有最小的无理数? 有没有最小的实数? 有没有绝对值最小的实数?

6. 计算下列各题:

$$(1) 110 - 10 + \left(-2\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{9}\right) + 1905$$

$$(2) (-2 \times 5)^3 - \left(-1\frac{7}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{0.1}\right) \div (-0.1)^3$$

1.2 图形

1. 几何图形

我们把从实物中抽象出的各种图形统称为几何图形.

有些几何图形的各部分都在同一平面内, 称它们为平面图形, 如三角形、圆等. 有些几何图形的各部分不都在同一平面内, 称它们为立体图形, 如长方体、圆柱等, 如图 1-1 所示.

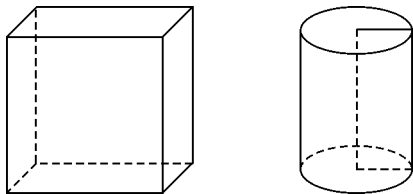


图 1-1

几何图形都是由点、线、面、体组成的. 组成体的是面, 面有平面和曲面两种, 如圆柱的底面是平面, 侧面是曲面; 面和面相交的地方形成线, 如长方体相邻面相交得到的是直线, 圆柱的侧面与底面相交得到的是曲线; 线和线相交为点, 点是构成图形的基本元素.

2. 角

有公共端点的两条射线组成的图形叫做角,这个公共端点是角的顶点,两条射线是角的两边.

角也可以看做由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形.

从一个角的顶点出发,把这个角分成相等的两个角的射线,叫做这个角的平分线.角的平分线有如下性质:

- (1)角的平分线上的点到角的两边的距离相等.
- (2)角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上.

3. 两条直线平行

在同一平面内,如果两条直线没有公共点,我们称这两条直线互相平行.

经过直线外一点,有且只有一条直线与这条直线平行.

如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行.

4. 两条直线垂直

当两条相交直线所成的角为 90° 时,称这两条直线互相垂直,其中一条直线叫做另一条直线的垂线,交点叫做垂足.

过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,垂线段最短.垂线段的长度,叫做点到直线的距离.

5. 线段的垂直平分线

经过线段的中点,并且垂直于这条线段的直线,叫做这条线段的垂直平分线.

线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等.

与一条线段两个端点距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上.

6. 三角形

由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.

三角形任意两边的和大于第三边,任意两边的差小于第三边.

三角形三个内角的和等于 180° .

三角形按角的大小分类如下:

三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{锐角三角形} \\ \text{直角三角形} \\ \text{钝角三角形} \end{array} \right.$

三角形也可以按边的相等关系分类：

三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{不等边三角形} \\ \text{等腰三角形} \left\{ \begin{array}{l} \text{底边和腰不相等的等腰三角形} \\ \text{等边三角形} \end{array} \right. \end{array} \right.$

7. 勾股定理

勾股定理：直角三角形的两直角边长的平方和等于斜边长的平方。

勾股定理的逆定理：如果一个三角形的两边长的平方和等于第三边长的平方，那么这个三角形是直角三角形。

8. 四边形

平行四边形：两组对边分别平行的四边形。

矩形：有一个角是直角的平行四边形。

菱形：有一组邻边相等的平行四边形。

正方形：有一组邻边相等的矩形或有一个角是直角的菱形。

梯形：一组对边平行，另一组对边不平行的四边形。

等腰梯形：两腰相等的梯形。

直角梯形：有一个角是直角的梯形。

它们之间的关系如图 1-2 所示：

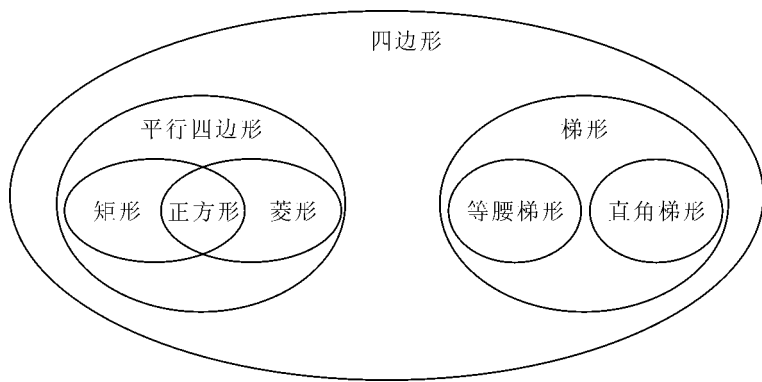


图 1-2



9. 多边形

在平面内,由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形.如果一个多边形由 n 条线段组成,那么这个多边形叫做 n 边形.

各个角都相等、各条边也都相等的多边形叫做正多边形.

n 边形的内角和等于 $(n-2)180^\circ$,外角和等于 360° .

10. 圆

在一个平面内,线段 OA 绕它固定的一个端点 O 旋转一周,另一个端点 A 所形成的图形叫做圆,固定的端点 O 叫做圆心,线段 OA 叫做半径.连接圆上任意两点的线段叫做弦,经过圆心的弦叫做直径.圆上任意两点间的部分叫做圆弧,简称弧.顶点在圆心的角叫做圆心角;顶点在圆上、并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.扇形面积计算公式是:

$$S = \frac{1}{2}lr = \frac{n\pi r^2}{360}$$

其中: l 为扇形的弧长, r 为半径, n 是圆心角的度数.

11. 平面直角坐标系

我们在平面内画两条互相垂直、原点重合的数轴,就组成了平面直角坐标系.水平的数轴称为 x 轴或横轴,取向右的方向为正方向;竖直的数轴称为 y 轴或纵轴,取向上的方向为正方向,两坐标轴的交点称为坐标系的原点.

有了平面直角坐标系,平面内的点就可以用一个有序数对来表示了.我们把表示点的有序数对叫做该点的坐标.

如图 1-3 所示,由点 A 分别向轴和轴作垂线,垂足 M 在轴上的坐标是 3,垂足 N 在轴上的坐标是 -2,我们说点 A 的横坐标是 3,纵坐标是 -2,有序数对 $(3, -2)$ 就是点 A 的坐标,记为 $A(3, -2)$.

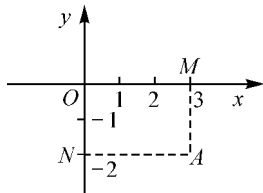


图 1-3

12. 轴对称图形

如果一个图形沿一条直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,这个图形就叫做轴对称图形,这条直线就是它的对称轴,这时我们也说这个图形关于这条直线对称.如圆是轴对称图形,过圆心的直线都是它的对称轴.等腰三角形也是轴对称图形,底边上的中线(顶角平分线、底边上的高)所在直线就是它的对称轴.

把一个图形沿着某一条直线折叠,如果它能够与另一个图形重合,那么就说这两个图形关于这条直线对称,这条直线叫对称轴.

把成轴对称的两个图形看成一个整体,就是一个轴对称图形.

在平面直角坐标系中,点 $P(x, y)$ 关于 x 轴对称的点 P' 的坐标为 $(x, -y)$, 关于 y 轴对称的点 P'' 的坐标为 $(-x, y)$, 如图 1-4 所示.

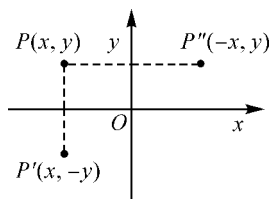


图 1-4

13. 中心对称图形

把一个图形绕着某一点旋转 180° , 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称, 这个点叫对称中心.

把一个图形绕着某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形, 这个点就是它的对称中心. 如平行四边形是中心对称图形, 对角线的交点是它的对称中心.

在平面直角坐标系中, 点 $P(x, y)$ 关于原点对称的点 P' 的坐标为 $(-x, -y)$ 如图 1-5 所示.

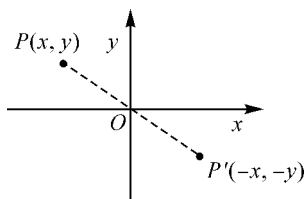


图 1-5

14. 平移

把一个图形整体沿某一直线方向移动,会得到一个新的图形,新图形与原图形的形状和大小完全相同,新图形中的每一点,都是由原图形中的某一点移动后得到的,这样的两个点是对应点,连接各组对应点的线段平行且相等.图形的这种移动,叫做平移变换,简称平移.

如图 1-6 所示,把三角形 ABC 平移到 $A'B'C'$, A 、 B 、 C 的对应点分别为 A' 、 B' 、 C' ,则有 $AA' \parallel BB' \parallel CC'$,且 $AA' = BB' = CC'$.

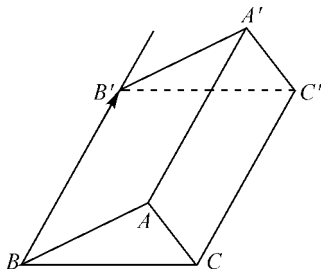


图 1-6

 习题 1.2

1. 如图 1-7 所示, O 是直线 AB 上的点, OD 是 $\angle AOC$ 的平分线, OE 是 $\angle COB$ 的平分线,求 $\angle DOE$ 的度数.

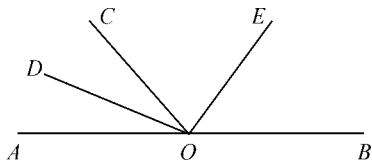


图 1-7

2. 如图 1-8 所示,在四边形 $ABCD$ 内找一点 O ,使它到四边形四个顶点的距离之和最小,并请说出你的理由.

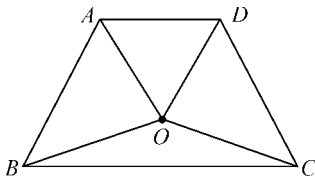


图 1-8

3. 一个三角形三边的比是 $1 : \sqrt{3} : 2$, 这个三角形是直角三角形吗?

4. 如图 1-9 所示, $\triangle ABC$ 中, AD 是高, AE 、 BF 是角平分线, 它们相交于点 O , $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, 求 $\angle DAC$, $\angle BOA$.

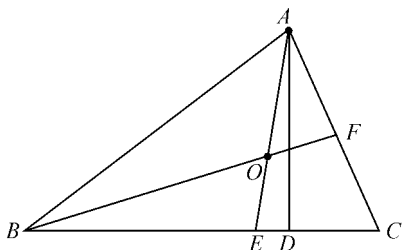


图 1-9

5. 如图 1-10 所示, $ABCD$ 是一个正方形花园, E 、 F 是它的两个门, 且 $DE = CF$, 要修建两条路 BE 和 AF , 这两条路等长吗? 它们有什么位置关系?

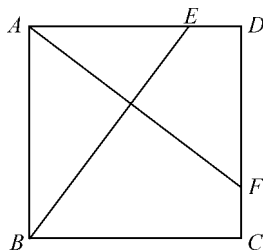


图 1-10

6. 如图 1-11 所示, $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两不相交, 且半径都是 0.5cm , 求图中的三个扇形 (即阴影部分) 的面积之和.

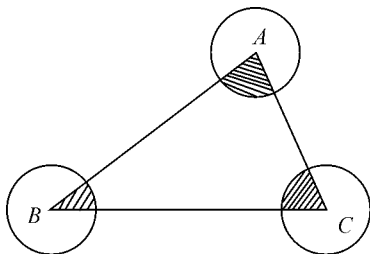


图 1-11

7. (1) 坐标 $(x, 3)$ 中的 x 分别取 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 时, 所表示的点是否在同一条直线上? 这条直线与 x 轴有什么关系?

(2) 坐标 $(3, y)$ 中的 y 分别取 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 时, 所表示的点是否在同一条直线上? 这条

直线与 x 轴有什么关系?

8. 试确定正三角形、正方形、正五边形、正六边形的对称轴的条数. 一般地, 一个正 n 边形有多少条对称轴?

9. 在艺术字中, 有些汉字、英文字母和阿拉伯数字是轴对称图形或中心对称图形, 如“田”、“H”、“8”等, 你能再写出几个轴对称或中心对称的艺术字吗? 指出它们的对称轴或对称中心.

10. 如图 1-12 所示, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是等边三角形, $\triangle EBC$ 可以看做是 $\triangle DAC$ 经过平移、轴对称或旋转得到的, 试说明得到 $\triangle EBC$ 的过程.

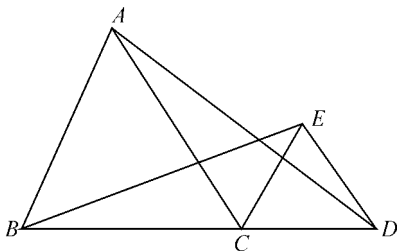
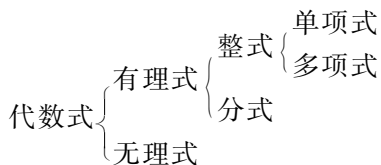


图 1-12

1.3 代数式

1. 代数式

用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数和表示数的字母连接而成的式子叫做代数式, 单独一个数或者一个字母也是代数式. 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值.



2. 整式

由数字或字母相乘而得的式子叫做单项式, 单独一个数或一个字母也是单项式. 一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

几个单项式的代数和叫做多项式. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项; 不含字母的项叫做常数项; 次数最高项的次数叫做多项式的次数.

单项式和多项式统称整式.

3. 整式的加减法

在多项式中,所有字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项.

整式的加减法就是合并同类项.若有括号,先去掉括号,再合并同类项.

合并同类项的方法是:把同类项的系数相加,所得的结果作为系数,字母和字母的指数不变.

去括号法则:如果括号前面是加号,去掉括号后原括号内的各项不变号;如果括号前面是减号,去掉括号后原括号内的各项都反号.

4. 整数指数幂

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}} \quad (n \text{ 是正整数})$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \text{ 是正整数})$$

运算性质:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是整数})$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是整数})$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \text{ 是整数})$$

5. 整式的乘法

单项式乘单项式:把它们的系数、相同字母分别相乘,对于只在一个单项式里含有的字母,则连同其指数作为积的一个因式.

单项式乘多项式:用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加.

多项式乘多项式:用一个多项式的每一项去乘另一个多项式的每一项,再把所得的积相加.

乘法公式:

$$\text{平方差公式} \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\text{完全平方公式} \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

6. 整式的除法

单项式除以单项式:把系数与同底数幂分别相除作为商的因式,对于只在被除式里含有的字母,则连同它的指数作为商的一个因式.