

内 容 提 要

全书分上下两册。上册力学部分共三篇。第一篇静力学；第二篇材料力学；第三篇运动学及动力学。下册机械基础部分共三篇。第四篇机械制图基础；第五篇机械零部件及其绘图；第六篇金属材料与机械加工。

本书为高等院校发电厂及电力系统专业用教材，也可供电类有关专业和各类业余大学教学选用。

高等学校教材 机 械 工 学

上 册

山东工学院主编

*

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16 开本 16 $\frac{1}{4}$ 印张 365千字

1979年11月第一版 1979年11月北京第一次印刷

印数 0001—8140 册 每册 1.70 元

书号 15143·3545

目 录

前言

第一篇 静 力 学

第一章 力的基本性质和物体的受力分析	1
§ 1-1 基本概念	1
§ 1-2 力的基本性质	2
§ 1-3 约束和约束反力	3
§ 1-4 隔离体和受力图	5
习题	6
第二章 平面汇交力系	9
§ 2-1 平面汇交力系合成和平衡的几何法	9
§ 2-2 平面汇交力系合成的解析法	11
§ 2-3 平面汇交力系的平衡方程	13
习题	15
第三章 平面任意力系	18
§ 3-1 力对点之矩	19
§ 3-2 平面力偶系	20
§ 3-3 力线平移原理	23
§ 3-4 平面任意力系向已知点简化	25
§ 3-5 简化结果的分析和合力矩定理	26
§ 3-6 平面任意力系的平衡条件	27
§ 3-7 物系的平衡 静定和静不定的概念	31
* § 3-8 平面静定桁架内力的分析	33
§ 3-9 滑动摩擦	36
习题	41
*第四章 空间力系和重心	47
§ 4-1 空间汇交力系的合成和平衡条件	48
§ 4-2 空间力偶系的合成	50
§ 4-3 力对轴之矩	51
§ 4-4 空间任意力系的合成和平衡条件	52
§ 4-5 重心	55
习题	60

第二篇 材 料 力 学

第五章 轴向拉伸和压缩	65
-------------------	----

§ 5-1	直杆拉压时的内力和应力	65
§ 5-2	直杆拉压时的变形 胡克定律	68
§ 5-3	材料的机械性质	69
§ 5-4	杆件拉压时的强度计算	73
§ 5-5	拉伸和压缩的静不定问题	75
§ 5-6	柔索	78
	习题	79
第六章	剪切和扭转	83
§ 6-1	工程中的剪切问题	83
§ 6-2	剪切和挤压的假定计算	83
§ 6-3	纯剪切 剪切胡克定律	86
§ 6-4	扭转实例和扭矩计算	88
§ 6-5	圆轴扭转时的应力和变形	89
§ 6-6	圆轴扭转时的强度和刚度计算	92
	习题	95
第七章	弯曲	97
§ 7-1	弯曲概念和梁的类型	97
§ 7-2	剪力和弯矩 剪力图和弯矩图	98
* § 7-3	剪力、弯矩和分布载荷间的微分关系	102
§ 7-4	梁弯曲时的正应力	104
§ 7-5	轴惯性矩计算和梁的合理截面	107
§ 7-6	按正应力计算弯曲强度	111
§ 7-7	梁弯曲时的剪应力简介	112
§ 7-8	梁的弯曲变形	113
§ 7-9	静不定梁	118
	习题	120
第八章	复杂应力状态下的强度条件	125
§ 8-1	应力状态的概念	125
§ 8-2	平面应力状态分析	126
§ 8-3	平面应力状态的主应力	128
§ 8-4	空间应力状态的概念	130
§ 8-5	强度理论的概念	131
§ 8-6	几个常用的强度理论	131
	习题	133
第九章	组合变形构件的强度计算	134
§ 9-1	组合变形的概念	134
§ 9-2	弯曲与拉伸(压缩)的组合	134
§ 9-3	扭转与弯曲的组合	137
	习题	141
*第十章	压杆的稳定	143

§ 10-1	压杆稳定的概念	143
§ 10-2	细长压杆的临界力	144
§ 10-3	压杆的临界应力	147
§ 10-4	压杆的稳定计算	148
	习题	150

第三篇 运动学和动力学

第十一章	点的运动和质点动力学	153
§ 11-1	确定点的运动的基本方法	153
§ 11-2	点的速度和加速度	155
§ 11-3	质点动力学基本定律	165
§ 11-4	质点的运动微分方程	167
	习题	170
第十二章	刚体动力学基础	174
§ 12-1	刚体的平行移动	174
§ 12-2	刚体的定轴转动	176
§ 12-3	定轴转动微分方程	179
§ 12-4	转动惯量	183
	习题	189
第十三章	达朗伯原理	193
§ 13-1	惯性力 质点达朗伯原理	193
§ 13-2	质点系达朗伯原理	196
§ 13-3	刚体运动时惯性力系的简化	196
* § 13-4	定轴转动刚体的支座反力 动平衡的概念	201
§ 13-5	动应力	205
	习题	208
第十四章	动能定理	211
§ 14-1	力的功	211
§ 14-2	功率和机械效率	216
§ 14-3	动能及其计算	219
§ 14-4	动能定理	220
§ 14-5	势能和机械能守恒定律	224
	习题	227
*第十五章	机械振动的基础知识	231
§ 15-1	概述	231
§ 15-2	自由振动	231
§ 15-3	计算固有频率的能量法	237
§ 15-4	受迫振动	239
§ 15-5	临界转速的概念	244
§ 15-6	消减振动的基本方法	246
	习题	248

第一篇 静 力 学

第一章 力的基本性质和物体的受力分析

§ 1-1 基 本 概 念

静力学是研究物体在外力作用下的平衡条件的科学。

所谓物体的平衡，是指物体相对于周围物体保持其静止或作匀速直线运动的状态。静止是物体平衡状态的特殊情况。静力学主要是研究刚体的平衡问题。所谓**刚体**就是指在外力作用下永不变形的物体。其特征表现为刚体内任意两点的距离永远保持不变。事实上在自然界和工程界中，一切物体都要变形，宇宙中并无绝对刚体存在，它只是人们为研究客观世界的需要而从实际物体中抽象出来的理想模型。工程中构件的变形通常是非常微小的。在许多情况下，这些微小的变形对平衡问题的研究不起主要作用，可以忽略不计，而对问题的研究却大为简化。

作用在所研究的刚体上的一群力，称为**力系**。为了便于研究作用在刚体上各种力系的总的效应和力系的平衡条件，就需要将力系进行简化，所以在静力学中将要解决以下两个基本问题：（1）如何将作用在刚体上的已知力系用比较简单的和它等效的力系来代替。（2）寻求作用于刚体上各力的平衡条件。

在静力学中还要遇到另一个重要的概念——力的概念。

力的概念是人们从劳动中产生的。人们在生产劳动中由于肌肉紧张收缩的感觉，逐渐产生了对力的感性认识。后来，随着生产的发展，又逐渐认识到：物体的机械运动状态发生的变化（包括变形），都是由于其他物体对该物体施加力的结果。所以说，力是物体间相互的机械作用。

既然力是物体间相互的机械作用，所以力就不能脱离物体而存在。当分析物体的受力情况时，必须分清施力物体与受力物体之间的关系。离开了物体的相互作用，就无法分析物体的受力情况。

由经验可知，力对物体的效应，决定于下述三个要素：（1）力的大小（2）力的方向（3）力的作用点的位置。其中任何一个有了改变，力的作用效应也就不同。通过力的作用点沿力的方向的直线，称为**力的作用线**。

上述力的三要素可以用一个矢量来表示，矢的长度等于力的大小（按一定的比例尺），矢的方向表示力的方向，矢所沿的直线表示力的作用线，其作图方法如图1-1所示，沿力的方向并通过力的作用点A画出一条直线

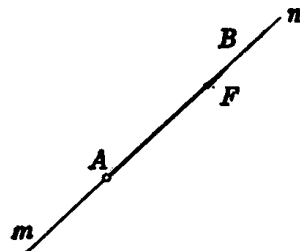


图 1-1

m-n, 它代表力的方位。从 A 点开始, 沿作用线按一定比例尺量取一段长度 AB 代表力的大小。在 B 点加上箭头, 代表力的指向。方位与指向合起来, 简称方向。力的矢量用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示, 而力的大小则用普通字母 F 表示, 必须严加区别。

在国际单位制中, 规定以牛顿作为力的单位。简称“牛”或用“N”表示之。为了简便起见, 应保证量的数值处于 0.1~1000 之间较实用的范围之内。就可使用国际单位的倍数单位, 例如 1.2×10^4 牛 (N) 可以写成 12 千牛 (kN)。

§ 1-2 力的基本性质

人类在长期的生活和生产中, 由经验的累积和实践的证明, 总结了关于力的许多规律, 其中最基本的规律可归纳为以下几条:

一、二力平衡条件

要使作用于同一刚体上的两个力平衡, 其必要和充分条件是这两个力的大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上 (图 1-2), 即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

这条规律总结了作用于物体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体来说, 这个条件是既必要而又充分的; 但是对于非刚体来说, 这个条件不是充分的。例如, 软绳受两个等值反向的拉力可以平衡, 而受两个等值反向的压力就不能平衡了。

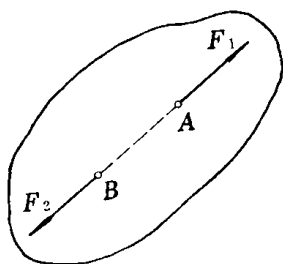


图 1-2

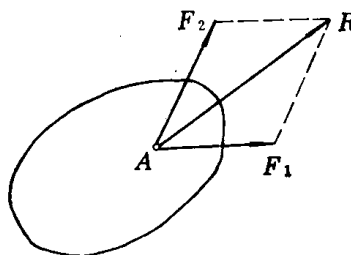


图 1-3

二、作用和反作用定律

两物体间相互作用的力总是大小相等, 方向相反, 并沿同一作用线, 分别作用到两个物体上。这样的两个力, 称为作用力与反作用力。

作用力和反作用力总是成对存在的, 它们相互依存, 同时出现, 同时消失。

必须注意, 作用力和反作用力不是作用在同一物体上的, 而是分别作用在相互作用的两个物体上。这一点与平衡的二力不同, 平衡的二力是作用在同一物体上的。

三、力的平行四边形法则

作用于物体上某点的两个力的合力, 其大小和方向可以用这两个力的矢量所构成的平行四边形的对角线来表示。合力的作用点即为原来两个力的交点。

在图 1-3 中力 $\mathbf{R}$ 为力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的合力, A 点即为其作用点。以矢量加法表示则有:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

平行四边法则是力的合成和分解的一个基本方法。如已知分力求合力的过程称为力的合成。反之，已知合力求分力的过程称为力的分解。

四、平衡力系的加与减的性质

可以在作用于刚体上的任何一个力系上，加上或减去任意的平衡力系，而并不改变原力系对刚体的作用效应。

由平衡力系的定义可知其正确性。这一性质常被用来简化某已知力系。

五、力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移动到任意一点，而不改变该力对刚体的作用效应。

事实上，力的这个重要性质不难理解，例如人们在车后推车，与在车前拉车，效应是一样的。可见，对刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效应的要素，它已为作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

§ 1-3 约束和约束反力

在空中飞翔着的鸟，飞行的炮弹，这些物体在空间的位移是不受任何限制的。位移不受限制的物体称为**自由体**。在轨道上行驶着的火车；悬挂着的物体；安装在轴承上的电机转子，等等，这些物体在空间的位移都受到一定限制。如火车受到铁轨的限制，它只能有沿轨道的位移；电机转子受轴承限制只能绕轴转动，而不能有其他位移。位移受到限制的物体称为**非自由体**。对位移起限制作用的物体称为**约束**。例如铁轨对火车，轴承对电机转子等，都是约束。既然约束能限制物体的运动，也就是说，约束与被约束的物体具有相互作用，约束对物体的作用，实际上就是力的作用，这种力称为**约束反力**，常简称为**反力**。

处于平衡状态的物体，其约束反力的大小随物体的受力情况而定。例如路面对汽车轮子的约束反力，由汽车的载重量而决定；汽车载重量大，则约束反力也大；载重量小，则约束反力也小。因此，约束反力是**被动力**。与约束反力的性质相反，有些力能主动地使物体产生运动，或使物体有运动的趋势，这种力称为**主动力**。例如物体所受的重力，或人们对物体所施的推力和拉力，都是主动力。一般来说，主动力的大小和方向都是已知的，而约束反力的大小需要用平衡条件将它求出。

不同形式的约束条件，对物体的运动就起着不同的限制作用，即产生不同的约束反力。约束反力的方向是由约束限制物体运动的情况来决定的。确切地说：**约束反力的方向必与该约束所能阻碍物体的运动方向相反**。应用这个准则，可以确定约束反力的方向或作用线的位置。

下面介绍几种常见的约束类型和确定约束反力的方法。

一、柔性绳索约束

柔软绳索及链条对物体所造成的约束（图1-4）只能阻碍物体沿着绳索的方向而离开绳索的运动，因此绳索对于物体的约束反力的方向必沿着绳索而背离物体，即绳索只能

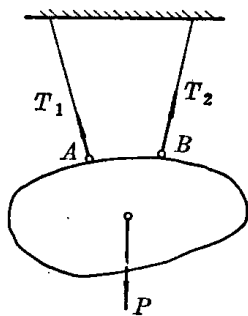


图 1-4

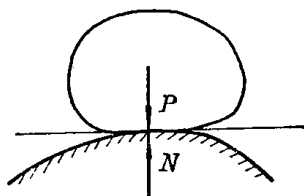


图 1-5

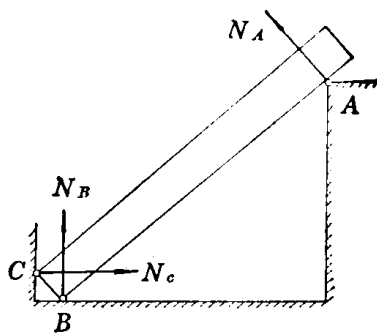


图 1-6

给物体以拉力，用 T 表示。

二、光滑约束

当物体搁置在非常光滑的支承面上时（图 1-5），光滑支承面不能限制物体沿接触表面切线的位移，只能阻碍物体沿法线方向约束的内向运动。所以光滑支承面的约束反力经过接触点、沿接触表面的公法线，指向受力物体。这种约束反力称为法向反力，用 N 表示。若物体搁置在光滑的两面角的棱边上（线接触图 1-6），约束反力方向的决定与光滑支承面的情况相似。总之，无摩擦时，光滑接触所构成的约束，其约束反力的作用线总是沿着物体与约束表面接触处的公法线而指向受力物体。

三、圆柱形铰链约束

这种约束可认为，具有圆孔的物体套在圆柱形的销钉上（图 1-7a），并假定圆柱形销钉与圆孔的半径相差很小，则销钉可在孔内任意转动，也可沿孔的中心线移动，但是被限制沿径向向外运动。机器中的轴承，门窗上的活叶等都是属于这种约束，见图 1-7（b）。设轴和孔在点 A 接触，且摩擦忽略不计，则轴承对轴的反力 N ，由接触点 A 沿公法线指向圆心。

由于轴所受的主动力不同，故轴与孔的接触点位置也随之而不同，虽然约束反力的方向预先不能确定，但其作用线必垂直于轴线而通过轴心。象这种方向未知的约束反力，我们用两个互相垂直的分力来表示。图 1-7（c）是常用的铰链约束的简化符号。

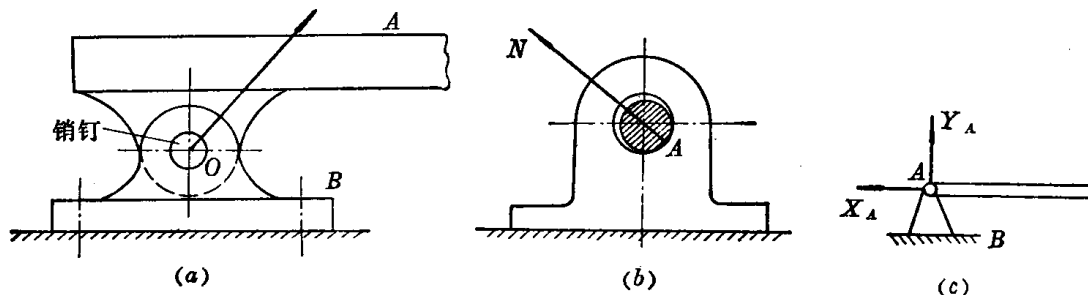


图 1-7

四、辊轴支座约束

将铰链支座用几个辊轴支承在光滑平面上，就成为辊轴支座（图 1-8a）。假定支承面光滑，它只能限制物体沿垂直于支承面的方向，向支承面内运动，而不能限制物体沿支

承面的方向运动。图1-8 (b) 中表示的是常遇到的辊轴支座的简化符号。

五、链杆约束

链杆是指两端用光滑销钉与其他物体相连的直杆 (图1-9)。假定自重不计, 则 只有在杆两端受力。链杆平衡, 按二力平衡条件, 则其两端所受之力必须沿同一直线, 即沿杆的中心线, 指向不能预先确定, 它与受力情况有关。

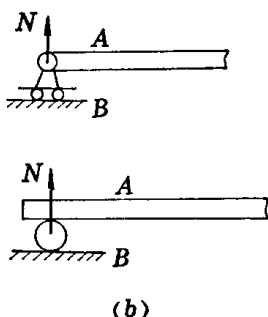
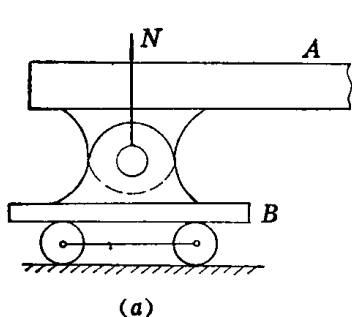


图 1-8

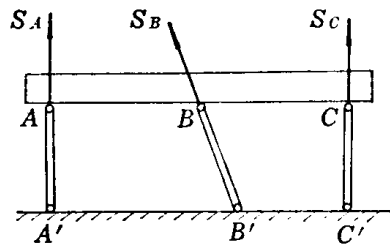


图 1-9

§ 1-4 隔离体和受力图

作用于刚体上的力可以分为两类: (1) **内力**, 即所研究的系统内部各部分之间相互作用的力; (2) **外力**, 系统以外的物体作用于该系统上的力。

在工程上, 所考虑的物体极大多数是与其他物体相连接着的, 在它们连接的地方存在着相互作用力, 因此须将研究对象从周围与它相互联系的物体中分离出来, 解除约束而单独画出研究对象之图形。解除约束后的物体称为**隔离体**。在隔离体上画出全部主动力及约束反力的简图, 称为**受力图**。

画研究对象的受力图是解决静力学问题的重要步骤。因此, 作图时应注意以下几点:

1) 受力图上只能画上作用于研究对象的力, 而绝不能将作用于其他物体上的力画在受力图上; 2) 研究对象内部之间相互作用的**内力**, 一定成对出现, 且大小相等方向相反, 对整个研究对象来说, 它们是一对平衡力, 所以**内力**不必画在图上; 3) 两个连接着的物体, 在分别作为研究对象时, 在连接处应注意作用与反作用力的关系。

【例 1-1】 见图1-10 (a), 梁AD的一端A用铰链与铅直墙面连接, 中间由链杆BC

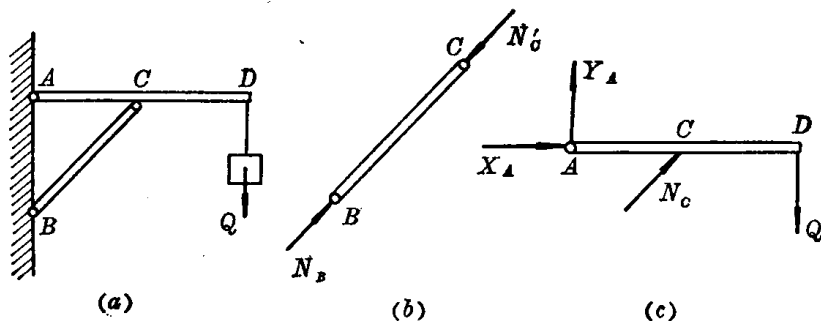


图 1-10

支撑，另一端挂一重为 Q 的重物。试画出链杆 BC 与梁 AD 的受力图，不计梁及链杆的重量。

解：先画链杆 BC 的受力图（图1-10 b）。根据两力平衡的条件，则作用于杆两端的约束反力大小相等，方向相反且在同一作用线上。再根据本题的条件得知杆所受的是压力。

再画 AD 梁的受力图（图1-10 c）。作用于 AD 梁的力有重物的重力 Q ，杆的约束反力 N_C 。力 N_C 应与作用在杆 BC 上的力 N'_C 大小相等、方向相反且在同一作用线上。在铰链 A 处的约束反力，可将它分解为垂直分力 Y_A 及水平分力 X_A 。

【例 1-2】重为 Q 的杆 AB ，它的一端 A 铰接在铅垂墙上（图1-11a），另一端以水平绳索 BC 连在墙上，杆与墙之间夹入一重为 P 的光滑圆柱，试分别作出圆柱与杆的受力图。

解：1）取圆柱体为研究对象（图1-11 b），圆柱体受到三个力，重力 P 作用于圆心 O 其方向向下；在点 D 处受到墙的反力 N_D ，方向垂直于墙，即通过圆心 O ；在 E 点处受到杆的反力 N_E ，垂直于杆，所以也通过 O 点。

2）取杆为研究对象（图1-11 c），杆重 Q 作用于 AB 的中点 G ；在点 E 受圆柱的反力 N'_E ，此力和 N_E 大小相等而方向相反；在 B 点受绳索拉力 T ，方向向左。在铰链 A 处的约束反力，可将它分解为垂直水平分力 X_A 及垂直分力 Y_A 。

如果我们将杆和圆柱合为一个整体来解除约束，则 N_E 和 N'_E 都是内力，不必画入图中，其受力图如图1-11（d）所示。

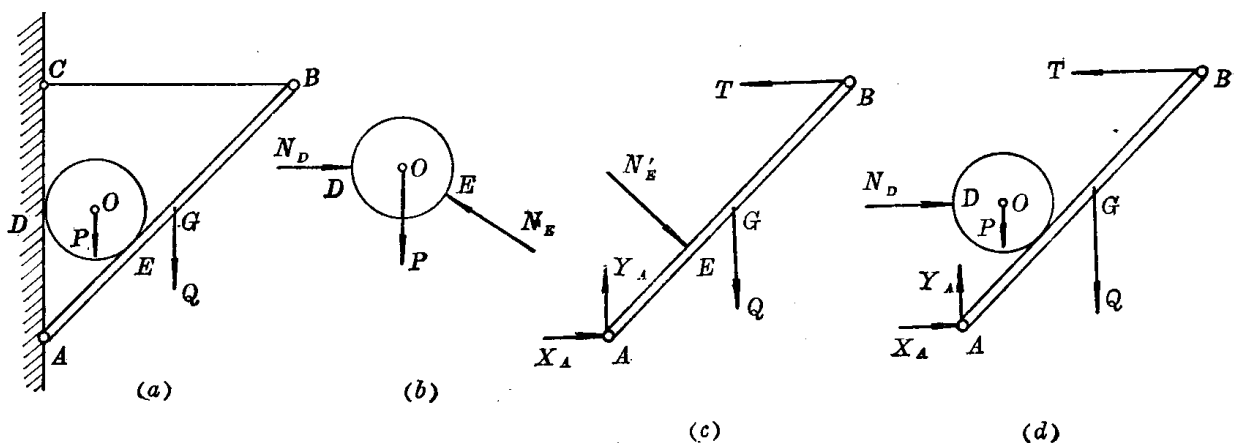


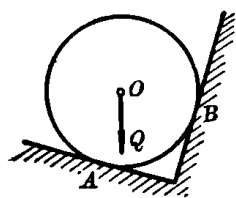
图 1-11

习 题

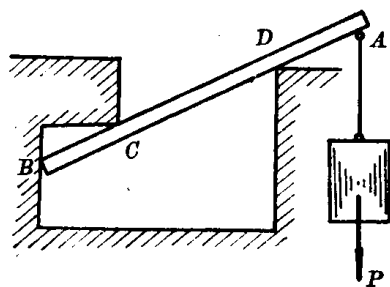
1-1 下列各图中表示各个物体所受约束的情况。假设各物体的重量，除已标明外，都可略去不计，并假设所有的接触处都是光滑的。试分别作出各物体的受力图。

1-2 架空线支承于 A 、 B 上，简化如图示。线的单位长度重量为 q ，求作长为 L 的导线 AB 的受力图（整个导线所受的重力为不可以画成集中于一点的作用力）。

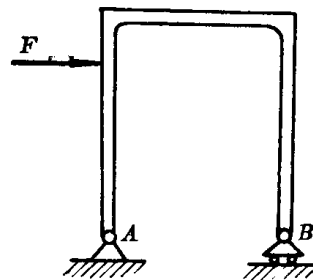
1-3 试分别作出下列各图中每个物体的受力图，假定各物体的重量可略去不计。



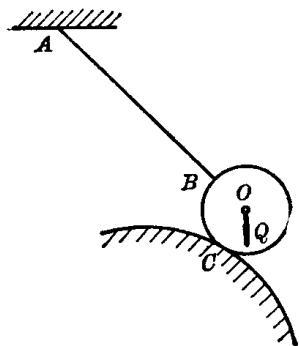
(a)



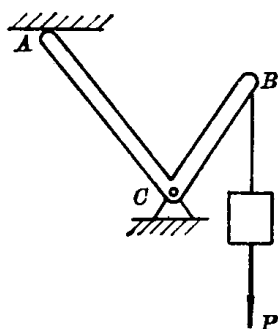
(b)



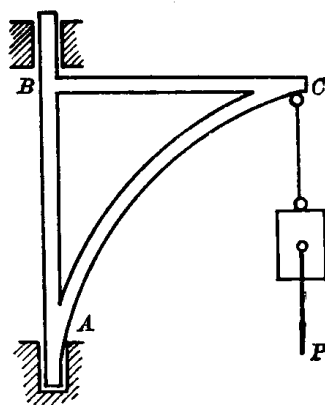
(c)



(d)



(e)

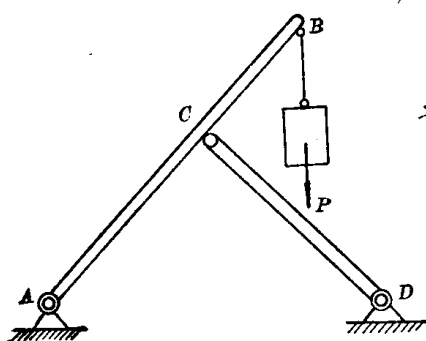


(f)

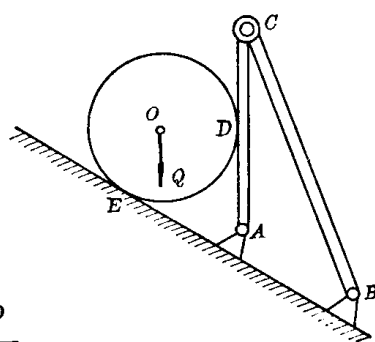
题 1-1 图



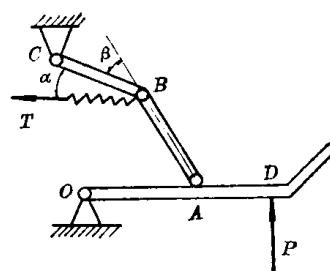
题 1-2 图



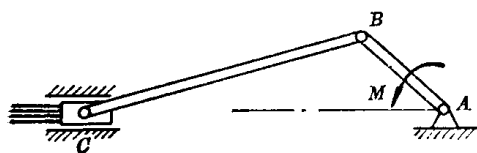
(a)



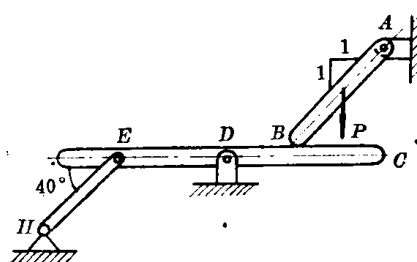
(b)



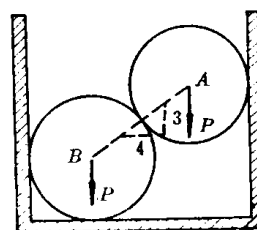
(c)



(d)



(e)

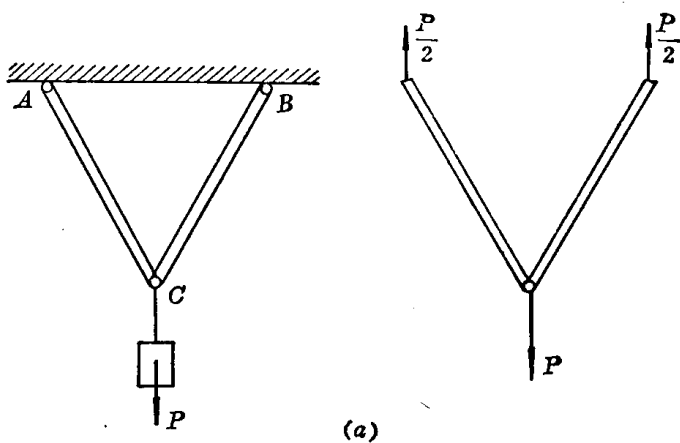


(f)

题 1-3 图

1-4 试判断下列各受力图是否正确，并说明理由。

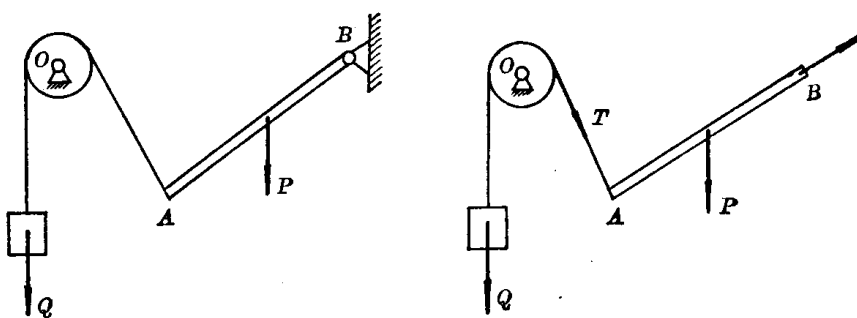
(a) 在A、B、C 三处均为铰接



(a)

题 1-4(a)

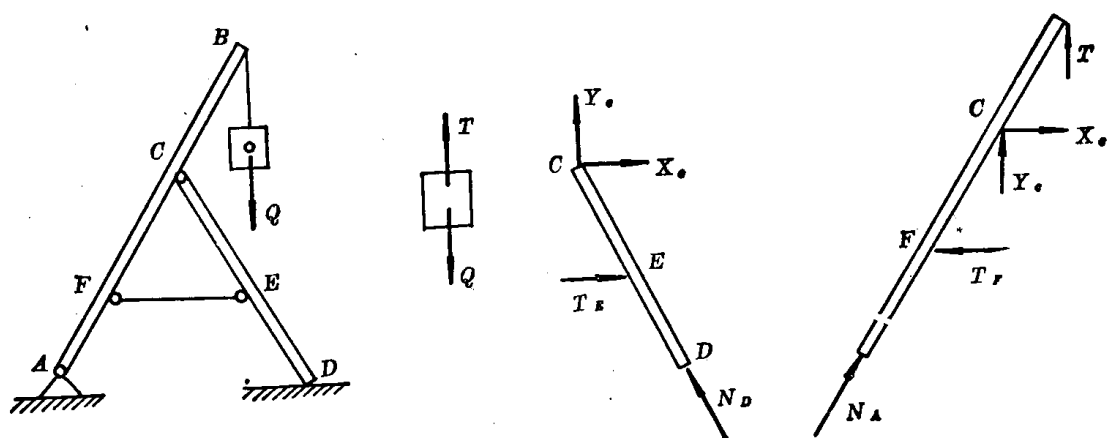
(b) 刚体系统的整体受力图



(b)

题 1-4(b)

(c) 刚体系统中每个物体的受力图



(c)

题 1-4(c)

第二章 平面汇交力系

在工程实际中,经常遇到平面汇交力系的问题。所谓平面汇交力系,就是各力的作用线都在同一平面内且汇交于一点的力系。

如图2-1所示为屋架的一部分,各杆所受的力 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 均在同一平面内,且相交于同一点C,这些力就组成平面汇交力系。

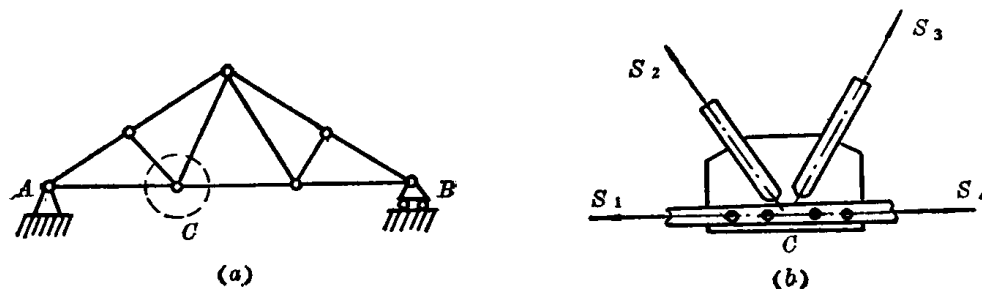


图 2-1

§ 2-1 平面汇交力系合成和平衡的几何法

一、平面汇交力系的合成

(1) 两个共点力的合成 设在刚体上有作用于A点的两个力 F_1 和 F_2 (图2-2a)。应用力的平行四边形法则,合力 R 的大小和方向是以 F_1 和 F_2 为边所构成的平行四边形的对角线来表示。合力的作用点即为原来两力的交点。为了求解简便,可不必绘出整个平行四边形。只须绘出一半就行。为此,在力 F_1 的末端绘出力 F_2 ,再将力 F_1 的起点和 F_2 的末端连接起来,即得合力 R (图2-2b)。三角形ABC称为力三角形。用力三角形求合力的作图规则,称为力三角形法则。

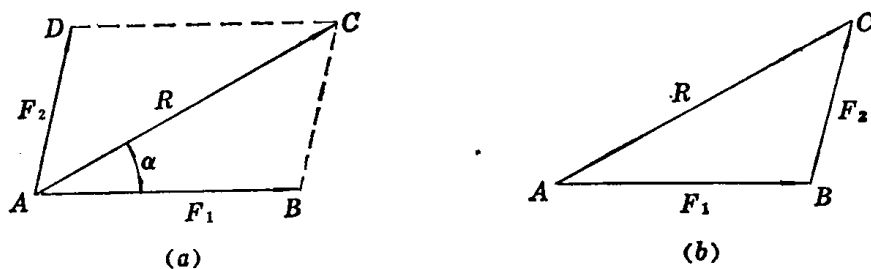


图 2-2

(2) 任意多个汇交力的合成 设有力 F_1 、 F_2 、 F_3 及 F_4 汇交于点A(图2-3a),求合力时,只须连续利用力三角形法则,先求出 F_1 和 F_2 两力的合力 R_1 ,再求力 R_1 和 F_3 的合力 R_2 ,最后求出力 R_2 和 F_4 的合力 R ,它即为整个力系的合力(图2-3b)。从图中看出,中间合力 R_1 和 R_2 对总的合力 R 并无影响。为了求解简便,可不必绘出力矢 R_1 和 R_2 。

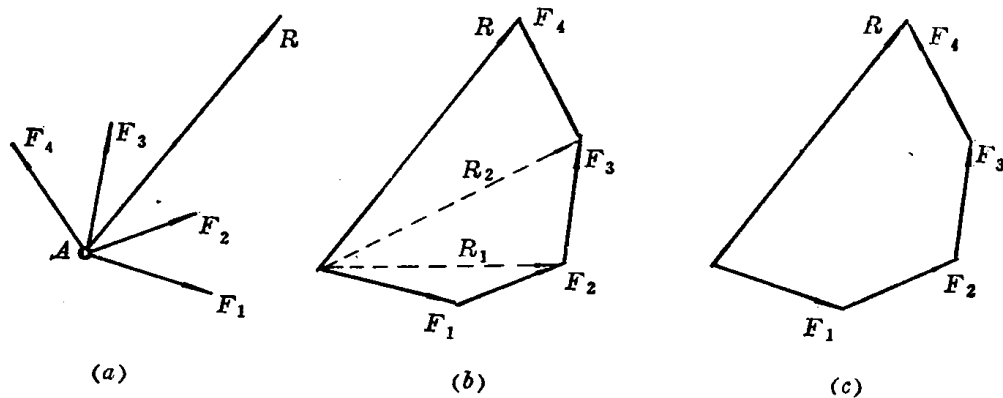


图 2-3

欲求整个力系的合力，可顺次将力矢 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 、…… $\mathbf{F}_n$ 等首尾相接，最后将第一力矢的始端和最后力矢的末端连接起来，即得所求合力的矢量（图 2-3 c），这就是求汇交力系合力的力多边形法则。由力多边形可求出合力的大小和方向。合力的作用点，即为原力系之汇交点。

必须注意，力多边形的矢序规则是：分力的矢 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 和 $\mathbf{F}_4$ 沿着环绕力多边形边界的同一方向首尾相接，而合力 $\mathbf{R}$ 则沿相反方向连接力多边形的缺口。任意变换力的次序，可得到形状不同的力多边形，但合力的矢仍然不变。

如用矢量和的定义，则可得结论如下：平面汇交力系的合力等于各力的矢量和（几何和），合力的作用线通过各力的汇交点。设平面汇交力系包含 n 个力，以 $\mathbf{R}$ 表示它们的合力，则有公式

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (2-1)$$

符号 $\sum_{i=1}^n$ 称为连加号，表示右端的量按其下标 i 由 1 到 n 逐项相加的和。

【例 2-1】在螺栓的环眼上套有三根索，它们的位置和受力情况如图 2-4 (a) 所示，试用图解法求螺栓所受合力的大小和方向。

解：凡用图解法解题时，先须定出力的比例尺，在本题中，定 1 单位长度 = 3000N，然后按所定比例尺绘出力多边形（图 2-4b），由图量得合力 $\mathbf{R}$ 的长度为 5.5 单位，即得

$$R = 5.5 \times 3000 = 16500\text{N}$$

设以合力作用线与 X 轴的正向所成的夹角 φ 表示合力的方向，由图 2-4(a) 量得

$$\varphi = 16^\circ 10'$$

二、平面汇交力系平衡的几何条件

既然平面汇交力系可用其合力来等效代替。因此，平面汇交力系平衡的必要和充分条件是：该力系的合力等于零。其矢量式为

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0 \quad (2-2)$$

设有一平面汇交力系 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 、 $\mathbf{F}_4$ 、 $\mathbf{F}_5$ 作用于 A 点。

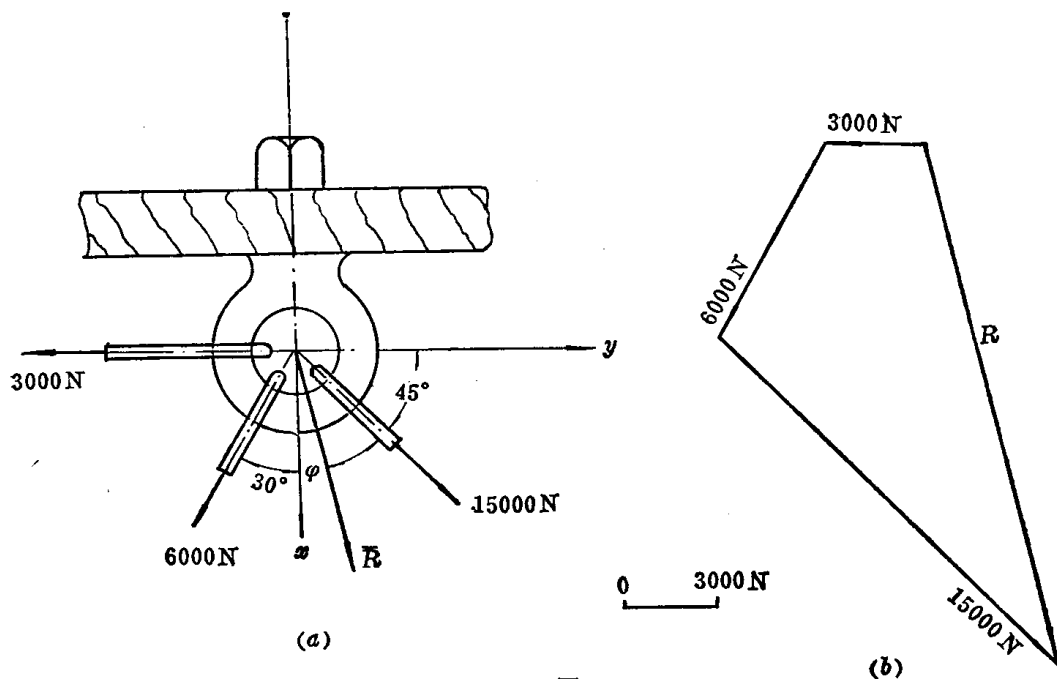


图 2-4

因为汇交力系的合力是由力多边形的封闭边来表示的，而合力等于零的几何条件，即是力多边形中最后一力的终点与第一力的起点重合，此时的力多边形称封闭的力多边形（图2-5），注意到封闭的力多边形中所有各力矢均绕同一个转向。于是，得到如下结论：**平面汇交力系平衡的必要和充分条件是：该力系的力多边形是封闭的，这就是平面汇交力系平衡的几何条件。**

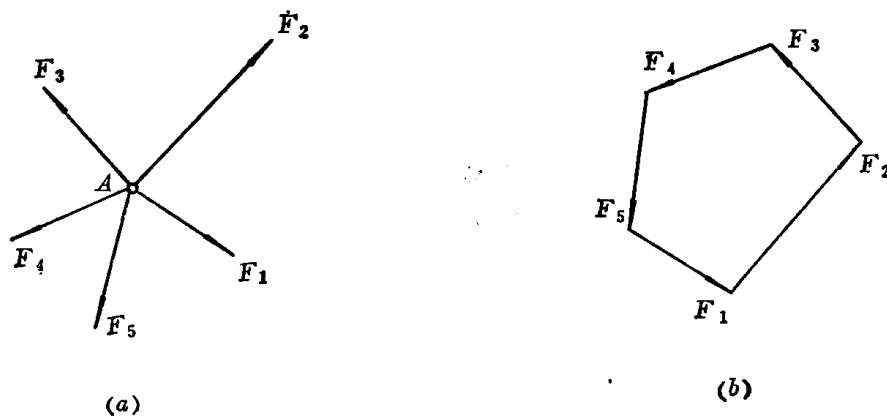


图 2-5

§ 2-2 平面汇交力系合成的解析法

一、力在轴上之投影

图2-6中，已知作用在A点的力 F ，过力矢 F 的两端A和B分别向 x 、 y 坐标引垂线，得垂足 a 、 b 和 a' 、 b' ，线段 ab 和 $a'b'$ 分别为该力在 x 和 y 轴上的投影，以 F_x 和 F_y 表示。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

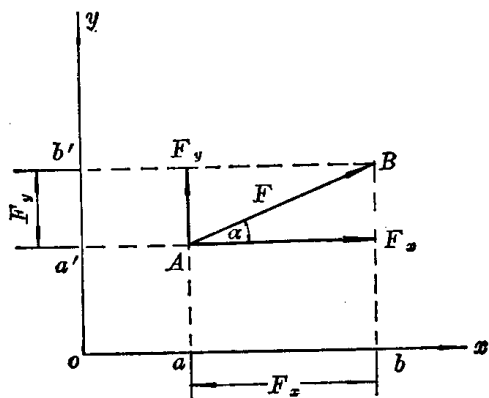


图 2-6

投影的符号规定如下：从a到b(或a'到b')的指向与轴的正向一致时为正，反之为负。

必须注意：力的投影与力的分量是不同的。投影是代数量，而分量是矢量。

如已知力矢 $\mathbf{F}$ 在 x 轴及 y 轴上的投影为 F_x 及 F_y ，由几何关系可求出力 $\mathbf{F}$ 的大小及方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \cos \alpha &= \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \quad \sin \alpha = \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

二、合力投影定理

设已知作用于物体的平面汇交力系是 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、…… $\mathbf{F}_n$ 。如上所述，平面汇交力系的合力等于各分力的矢量和，即

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

应用矢量代数中矢量投影定理——合矢量在轴上的投影，等于各分矢量在同一轴上投影的代数和，于是得到

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{x1} + F_{x2} + \cdots + F_{xn} = \sum_{i=1}^n F_{xi} \\ R_y &= F_{y1} + F_{y2} + \cdots + F_{yn} = \sum_{i=1}^n F_{yi} \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

上式中各力的投影应分别考虑正负号。

合力投影定理：合力在任一轴上的投影，等于其各分力在同一轴上投影的代数和。

利用上述定理，如已知力系各力在轴上的投影，则可按式(2-5)求出合力在坐标轴上的投影。

三、平面汇交力系合成的解析法

平面汇交力系合成的解析法就是利用力在 x 和 y 轴上的投影进行计算的方法。

按合力投影定理求出合力在 x 和 y 轴上的投影 R_x 和 R_y ，由图2-7得合力矢 $\mathbf{R}$ 的大小为

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad (2-6)$$

其方向可由合力与 x 轴的正向所成的夹角 φ 来确定

$$\tan \varphi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \quad (2-7)$$

【例 2-2】电杆顶部的电线拉力 $T=5\text{kN}$ ，分别与水平线成 15° 和 30° 的夹角(图2-8)，今在电杆和电线所在平面内拉一线 AB ，它和电杆所夹之角为 30° ，试问拉线 AB 的拉力等于多大时，恰使这三个力的合力为沿电杆的方向。

解：设拉线 AB 的拉力之大小为 T_{AB} 。选坐标轴方向如图示。按题意，三条线的拉力的

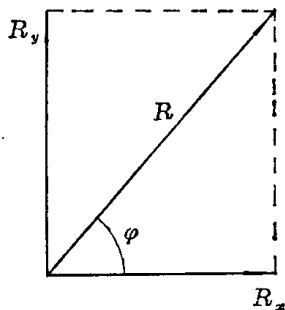


图 2-7

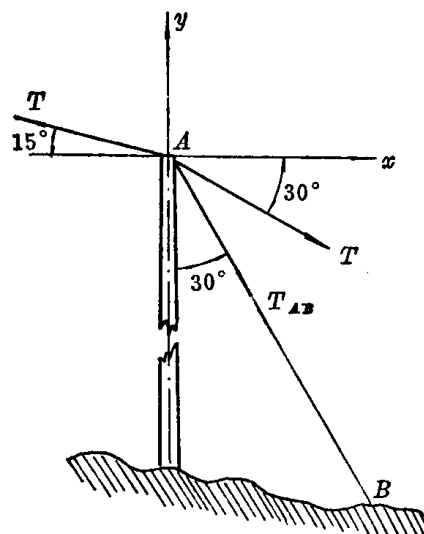


图 2-8

合力 $\mathbf{R}$ 沿电杆方向。因此，合力 $\mathbf{R}$ 在水平方向 x 轴上的投影为零。

即

$$R_x = 0 \text{ 或 } \sum F_x = 0$$

则

$$\sum F_x = T \cos 30^\circ - T \cos 15^\circ + T_{AB} \sin 30^\circ = 0$$

将

$$T = 5 \text{ kN 代入, 得}$$

$$T_{AB} = 1 \text{ kN}$$

§ 2-3 平面汇交力系的平衡方程

如果物体在平面汇交力系的作用下平衡，则其合力必等于零，即

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 0$$

即

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ \sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

于是，平面汇交力系平衡的必要和充分条件是：**各力在两个坐标轴上投影的代数和分别等于零**。式(2-8)称为平面汇交力系的平衡方程。

平面汇交力系的平衡方程是两个独立的式子，所以可解出两个未知量。解题时应首先确定所要计算的平衡物体，并作出此物体之受力图；再选取坐标轴，并计算力系中所有的力在坐标轴上的投影；最后根据平衡方程解出未知量。

【例 2-3】 起重机用钢丝绳等速地起吊一重为 P 的工件(图2-9a)。设 α 角为已知。试求三段钢丝绳所受力 $\mathbf{T}_1$ 、 $\mathbf{T}_2$ 、 $\mathbf{T}_3$ 。

解：图2-9(b)中，钢丝绳三力汇交于 O 点，取 O 点为研究对象，现以 O 点为原点设立坐标系 Oxy 。并列平衡方程式如下：

$$\sum F_x = 0$$

$$T_3 \sin \alpha - T_2 \sin \alpha = 0$$

$$T_3 = T_2$$