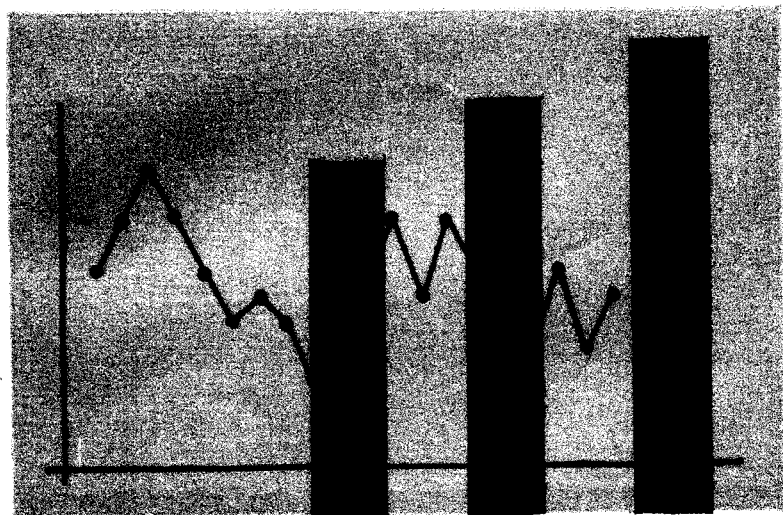


# 数学分析

## —— 在企业管理 与经济学中的应用

[美] J.E. 韦伯 著  
王昌曜 等译

上



科学出版社

## 内 容 简 介

本书是当前美国经济与企业管理专业广泛采用的一本大学数学教材，内容包括经济、贸易、企业管理等所必需的基础数学。全书紧密结合实际，着重于应用，并备有大量的示例和习题。书末还附有代数复习题。只要具有一般高中数学知识的读者就能自学。

本书可供大学经济、贸易和企业管理专业师生以及从事经济工作的人员学习或参考。

MATHEMATICAL ANALYSIS  
Business and Economic Applications  
Third Edition  
JEAN E. WEBER  
HARPER & ROW, PUBLISHERS

## 数 学 分 析

在企业管理与经济学中的应用(第三版)上册

[美] J. E. 韦伯 著

王昌曜 林立 刘可华 杜学孔 许 华 王乃中 译

责任编辑 汪栋臣

对外贸易教育出版社出版

关西庄印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本787×1092 1/32·印张19 3/4·字数425千字

1987年4月第一版·1987年4月第一次印刷

印数1—10,000册·定价3.55元

统一书号4321·45

## 译者序

计算机技术的兴起促进了各领域数量分析方法的发展。二次世界大战以后，特别近二十多年来，在经济领域里也陆续出版了大量数学方面的书刊，其中包括大学教材。这些教材大多侧重于理论，而本书是一本理论结合实际、着眼于应用的代表性大学教材，在国外得到广泛的采用。中文版共分上下两册，原稿誉影版已作为我系本科一年级大学生数学教材。

本书着重介绍微积分学、差分方程和矩阵代数以及它们在企业（经营）管理与经济学中的应用，而 $n$ 元函数极值、投入产出分析、线性规划、对策论及一阶马尔科夫过程都是从矩阵代数应用的角度提出并进行讨论的。本书一般直接引用数学定理，省略冗长的定理证明，而把主要篇幅用于概念的引入、定义的叙述、定理的解说、各种计算方法的介绍以及大量应用的举例，着眼于引导学员应用现代数学去实际问题。全书通俗易懂好用，许多数学基础比较薄弱的读者也能自学。对于这部分读者，可以抽做一些书末的代数复习题。

本书在翻译过程中得到许多同志的大力支持与协助，尤其是林立和刘可华老师协助翻译了第二、第三章的初稿。对某些术语的译法，曾参阅杜学孔老师的部分教学稿。整个过程得到许华和王乃中的大力协作。在此对他们表示衷心的感谢。另外还感谢杨静懿、赵秉瑛等任课老师及部分学生指出

原著及译稿中的一些差错，俾得改正。

此书是以现代西方经济学为背景的，而现代西方经济学又有各种学派，因此它们所固有的某些弊病也会在不同程度上反映到本书中来。我们一定要抱着“去其糟粕，取其精华”和“洋为中用”的原则，有鉴别地吸收西方有益的经验，为我国“四化”建设服务。本书仅介绍经济数学方面一些必要的基础知识，对于运筹学、概率论等均未作全面而深入的讨论。为了对书中出现的西方经济学术语有正确理解，译本中尽量注上原名。由于我们水平有限，加上原著有不少差错，因而尽管我们大家作了种种努力，难免还会有不少错误，敬请广大学者和读者批评指正。

王昌曜 1984年12月4日于

对外经济贸易大学国际经济管理系

## 第三版前言

本版沿用前两版总纲目。但在这总纲目的范围内，已作了相当多的修改。全书讲解力图做到概念清晰，而许多例题则附加了文字解释。

书中增添了一些新材料，尤其选入了有关三角函数方面的辅助材料。资本形成和连续复利是作为积分的应用来讨论的。某些统计概念也加以考虑；由曲线下的面积积分得到概率，而由曲面下的二重积分得到联合概率。二元线性回归的最小二乘方估计是利用偏微分法作为求极大值和极小值的应用而推导出来的。线性函数、二次型及双线性型的向量导数都考虑了。向量微分在求多元函数极大值和极小值中的应用，是通过求多元线性回归的最小二乘方估计之导数来举例说明的。习题也有所增加。本书任课老师可以使用一本修订版题解指南，其中列入所有习题的完整解答。

大部分变更，尤其关于辅助材料，都是根据读者和评论者的建议作出的。这些建议是十分有益且极其珍贵的，假若不受时间限制，必定还将采纳其中更多的建议。

为避免教材和题解指南中的差错，作者和出版者已经尽了种种努力。作者对书中由于疏忽而已经造成的任何差错都负有责任。

J. E. 韦 伯

## 前 言

本教材可使学生了解数量方法在数学上的形式及其应用于企业（经营）管理与经济问题中的情形。

本书已经按不同学习程度在威斯康星大学用于研究生和大学生的数量分析班上。我们假定学生对代数相当熟练，但在书末仍为还要进一步加强这方面技能的学生附有代数复习题。本教材计划作为一个学年的课程，其中也考虑到任课老师可能的选删。

全书共有八章：图示法、一元函数微分学、多元函数微分学、积分学、微分方程、差分方程、向量与矩阵以及矩阵代数的应用。每章包含该章每个主题的数学形式及其在企业管理与经济学中的应用。每章还备有许多习题，因为我们相信，大量的解题练习对数学学习是最重要的。根据本教材一些任课老师的要求，特编写一本详尽的题解指南，其中列出了全部习题的计算。

我们要感谢已采用这本经多次更改的教材的学生们，他们的意见和建议已经体现在本修订版中。我们还要特别感谢 M·爱德蒙兹，她耐心而刻苦地为我们打印手稿。最后，我们对书中可能遗留的任何差错负有完全责任。

J. E. 德雷珀

J. S. 克林曼

# 目 录

<b>绪言</b> .....	(1)
集合	
变量	
关系与函数	
反函数	
<b>第一章 图示法</b>	
1.1 引言.....	(26)
1.2 直角坐标.....	(26)
基本原理	
1.3 直线.....	(28)
直线的斜率	
直线的方程	
两点式	
截距式	
点斜式	
斜截式	
铅垂线	
水平线	
平行线、垂直线和相交线	
两条直线相交	
独立方程	

相容方程

直线族

- 1.4 直线在企业（经营）管理与经济学中的应用..... (58)

线性需求曲线与供给曲线

线性需求曲线

线性供给曲线

市场均衡

无盈亏分析

消费函数

- 1.5 非线性曲线的一般作图法..... (79)

截距

对称性

存在域

渐近线

因式分解

实曲线、点轨迹或虚轨迹

小结：非线性曲线的一般作图法

- 1.6 二次曲线.....(109)

二次方程的识别

圆

椭圆

抛物线

双曲线

等轴双曲线的特殊情况

二次曲线族



1.7 二次曲线在企业（经营）管理与 经济学中的应用.....	(139)
需求曲线和供给曲线	
市场均衡	
产品转换曲线	
帕雷托收入分布定律	
1.8 指数曲线和对数曲线.....	(170)
指数函数	
对数函数	
1.9 指数曲线和对数曲线在企业 （经营）管理与经济学中的应用.....	(180)
复利	
增长函数	
生物增长曲线	
戈姆珀茨曲线	
学习曲线	
1.10 三角曲线.....	(189)
角度制和弧度制	
三角函数	
三角恒等式	
极坐标	
1.11 三角曲线在企业（经营）管理与 经济学中的应用.....	(202)
附注I、II、III、IV和V	
<b>第二章 一元函数微分学</b>	
2.1 引言.....	(213)

2.2	极限.....	(216)
	极限的定义	
	极限的性质	
2.3	连续性.....	(233)
	间断的类型	
	连续函数的性质	
2.4	一阶导数的定义.....	(249)
	一阶导数的解释	
	运动物体的速度	
	函数的变化率	
2.5	一阶导数在企业(经营)管理与 经济学中的应用.....	(261)
	成本	
	收益	
	弹性	
	国民收入、国民消费和国民储蓄	
2.6	求导法则.....	(271)
	代数函数	
	多项式函数的求导法则	
	对数函数	
	指数函数	
	三角函数	
	反函数	
	复合函数	
	求导步骤小结	
	求导法则小结	

代数函数	
对数函数	
指数函数	
三角函数	
反函数	
复合函数	
2.7 微分.....	(313)
近似值	
2.8 高阶导数.....	(320)
2.9 隐函数求导.....	(328)
隐函数求导法	
2.10 可微性和连续性.....	(335)
光滑函数	
2.11 导数的应用.....	(338)
一阶导数	
增函数和减函数	
相对(局部)极大值和极小值	
从一阶导数中所能获得的知识小结	
二阶导数	
凹性	
拐点	
从二阶导数中所能获得的知识小结	
利用一阶和二阶导数所提供的知	
识画 $y=f(x)$ 草图的方法小结	
2.12 导数在企业(经营)管理与经济	
学中的应用.....	(381)

成本、平均成本和边际成本  
弹性

    不变需求弹性

收益、边际收益和需求弹性

征税收益

垄断下的利润

征税对垄断的作用

存货模型

2.13 未定式.....(450)

2.14 数列和极限.....(467)

    检验无穷级数收敛或发散步骤小结

    幂级数

    泰勒定理

附注I、II和III

### 第三章 多元函数微分学

3.1 引言.....(513)

    多元函数

    连续性

3.2 偏微分法.....(515)

    全微分

    全导数

    隐函数求导法

3.3 偏导数在企业(经营)管理与经  
    济学中的应用.....(538)

    边际成本

    需求曲面

边际需求	
需求的偏弹性	
生产函数	
边际生产率	
欧拉定理	
线性齐次生产函数	
不变产量曲线	
规模收入	
效用函数	
3.4 二元函数的极大值和极小值.....	(564)
3.5 约束条件下的极大值和极小值.....	(584)
拉格朗日乘子	
库恩-塔克条件	
3.6 有约束极大化和极小化在企业	
(经营) 管理与经济学中的应用.....	(606)
有约束效用极大化	
附注I	

## 绪 言

自有历史记载以来，文化和科学的进步依赖了符号的运用。人类的文明史可以看作人类越来越熟练地应用符号的历史。任何领域里所用的符号随着该领域思想的发展而变得越来越抽象。

当符号所指的概念从本质上说基本上是非数量性概念时，就能够用逻辑学去研究这些符号及其关系，因此不需要数学。当符号实质上代表数量性概念时，数学不但有用，而且实际上是分析这些概念之间的关系所必不可少的。数学是逻辑学的一个分支，这个逻辑学分支提供了一个能够研究数量关系的系统体系。在纯数学中，先用符号来准确地描述定义(或公理)和假定，随后通过推导进行分析，以得出结论。应用数学与纯数学的一个很重要差别就是：在纯数学中，符号代表抽象概念，其性质由定义给定；在应用数学中，许多符号代表真实世界中所观测的变量，其性质不是由抽象定义确定而必须由观测确定，然后再用数学来描述。此外，应用数学推导的经验准确度能够加以确定。因此，应用数学分析以经验所得出的定义和假定为依据，从这些定义和假定着手，通过推导得出可用经验检验的结论。纯数学分析与应用数学分析只在定义、假定和结论的经验性上有所不同，而推导方法并没有差异。

因为从本质上说来，经济上所涉及的问题基本上是数量性概念（例如，价格、成本、工资标准、投资、收入和利润

等），所以许多经济分析实质上必然是数学分析。数学提供一个逻辑的能够研究数量关系的系统体系。当经济上的变量用一些符号来表示并且其性质用数学加以描述时，数学就提供了分析这些符号之间的关系、从而这些变量之间关系的方法。因此，许多经济分析就是数学分析。

在经济分析中，正如在一般应用数学中一样，数学分析推导出来的结论是用经验来解释和评价的。在这点上应该注意，如果根据一组定义和假定所推导出来的结论与经验观测的不符，那么不要归咎于数学分析（假如运用无误），而要从其定义或假定中寻找问题的根源。数学使经济学家能够正确地定义有关变量、能够清楚地表达所做的假定、能够进行逻辑的分析并且能够考虑比用言语可能考虑的多得多的变量。但是，数学并不防止且不可能防止疏忽，或防止以经验方法对有关变量的不正确定义，也不可能防止以经验方法对假定的不准确或不完善描述。数学分析把定义或假定看作已知的并且根据这些定义或假定得出合乎逻辑的结论。因此，数学分析当然是逻辑性的而不是经验性的，并且假定作为结论依据的定义和假定为已知，数学分析只能保证结论在逻辑上正确，而不能保证在经验上准确。

因此，如果数学分析运用得正确，而其结论从经验上看来却是错误的，那么必须检验其定义和假定的准确度和完善性。数学分析为推导可用经验检验的结论，提供了一个系统体系，从而帮助经济学家确定他的定义和假定的准确度（如果结论靠不住，则必须检验并修正他的定义和假定）。

本书旨在帮助学生了解、重视并运用应用数学分析。数学证明，除非由于启发性示范的需要则尽量减少。本书是这样

编排的，对于一种分析类型，先讨论其数学（逻辑）方法，然后讨论它在企业管理与经济学中的应用。书中强调每种分析类型所需要的假定并用这些假定讨论这种类型的应用。

本章的以下各节复习一下以后几章中将要用到的一些基本数学概念和定义。

## 集 合

集合（或集）就是若干个可区分的、界限分明的对象或事物之全体。属于某个集合的对象或事物叫做这个集合的元素（或元）。任何集合不是用一个元素表就是通过规定一条法则来确定，而这条法则规定一个已知对象或事物是否属于这个集合。这样的法则称为定义关系(defined relation)。集合用一对大括弧来表示，把集合的元素或定义关系写在大括弧内。

例：

$A = \{a, b, c\}$  意指集合  $A$  由元素  $a, b$  和  $c$  组成。

$B = \{x: x \text{ 为奇整数}\}$  意指集合  $B$  由奇整数组成。

$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  意指集合  $C$  由数  $1, 2, 3, 4, 5$  和  $6$  组成。

$D = \{y: y \text{ 为整数}\}$  意指集合  $D$  由整数组成。

记号  $x \in S$  意指事物或对象  $x$  是集合  $S$  中的一个元素。记号  $x \notin S$  意指  $x$  不是集合  $S$  中的元素。

若任何元素都不能满足定义关系，则称定义了一个空集，空集记作  $\emptyset$ 。



**例:**

参照上例

$$a \in A$$

$$b \notin B$$

$$4 \notin B$$

$$4 \in C$$

$$4 \in D$$

$$7 \notin C$$

$$7 \in B$$

$$7 \in D$$

$$d \notin A$$

$$d \notin D$$

**例:**

$$S = \{x: x \text{ 为末位是2的奇数}\} = \emptyset.$$

$$P = \{y: y \text{ 为一个偶数平方的奇数}\} = \emptyset.$$

如果集合 $S$ 中的每个元素也是集合 $T$ 中的元素,则说 $S$ 是 $T$ 的子集。如果 $T$ 中至少有一个元素不同时在 $S$ 中, $S$ 就是 $T$ 的真子集。记号 $S \subset T$ 意指 $S$ 是 $T$ 的子集,记号 $S \not\subset T$ 意指 $S$ 不是 $T$ 的子集。注意,空集为每个集合的子集。如果 $S \subset T$ 又 $T \subset S$ ,则 $S$ 中每个元素也在 $T$ 中,并且反之也成立,因而 $S$ 和 $T$ 是相同的集合,记作 $S = T$ 。

**例**

参照上几例

$$A \not\subset B$$