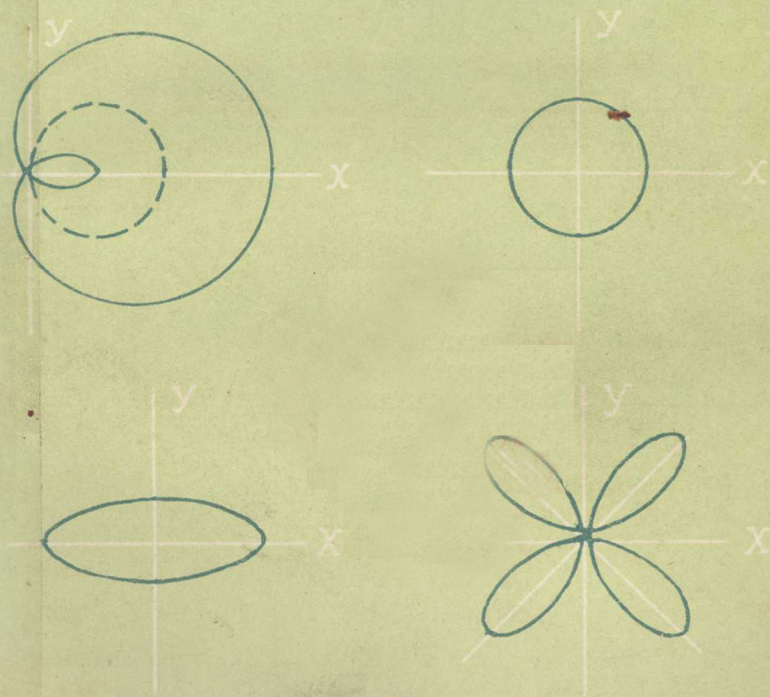


中学数学自学辅导教材

代 数

第一册

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编



地 质 出 版 社

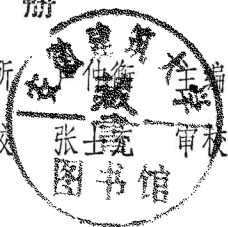
中学数学自学辅导教材

代 数

第 一 册

中国科学院心理研究所

北京海淀区教师进修学校



地 质 出 版 社

内 容 简 介

本套教材按照中学数学教学大纲的要求编写，经教育部批准公开发行发行。全套书共包括代数四册、几何两册以及配套使用的练习本和测验本，程度与内容基本和全日制十年制统编教材一致，但富有学习心理学特点，便于自学，并能激发学习者的兴趣和自信心。1965年开始实验，经多次修订，现已在全国二十二个省市的部分中学推广实验，在培养学生自学能力、形成自学习惯和自学能力迁移方面的效果显著。本套教材可作为正式中学的实验课本，也可以在没有教师指导的情况下用于自学，是同年级学生课外阅读和社会青年、青工、干部等自学的良好读物，同时，对中学数学教师和教研人员亦有一定的参考价值。

中学数学自学辅导教材

代 数

第一册

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编
北京海淀区教师进修学校 张士充 审校

地质矿产部书刊编辑室编辑

责任编辑：张 璐

地质出版社出版发行

(北京西四)

沧州地区印刷厂印刷

全国新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：8³/₄ 字数：190,000
1983年2月北京第一版·1983年2月北京第一次印刷

印数：1—85,100 册 定价：0.82元

统一书号：7038·新92

前 言

一、数学自学辅导实验教材是1965年由中国科学院心理研究所卢仲衡根据人民教育出版社课本内容，贯彻八条有效的学习心理学原则并结合我国优秀教师的教学经验，首次编写出的一种自学教材。开始，这套教材每册有三个本子，一是课本，一是留有空白让学生做题的练习本，一是答案本，当时曾称“三本”教学（现在已把答案附在课本后面，增加了一个小测验本，即没有答案的练习题本）。1966年初在北京市女六中和西四中学与正常教学班级进行对比实验，效果略优于对比班，学生的学习时间对比班缩短四分之一以上。后由于“文化大革命”实验被迫停止。1973年至1974年重新在北京一七二中和三中进行实验，在这连续一年半的实验中，不仅获得与1966年实验的同样效果，而且学习者自学能力成长的速度对比班快多了，但是在“四人帮”的干扰破坏下，无法深入研究下去。1978年以来，在上级领导和各方面的支持下，我们又恢复并逐步扩大了实验，现在已在全国十八个省市一百多个班进行实验。从1982年下半年开始在全国二十二个省市的部分中学进行实验。绝大多数实验班的学生，在学业成绩、自学能力成长、自学能力迁移上都取得了良好的效果，一些实验班的学生初步显示出在各学科全面发展上的优越性。

二、使用这套教材做实验时，教师启发、指导、提问和小结等平均每课时约占10分钟左右，这些活动都是在开始上

课时或在下课前进行的，中间约有35分钟让学生集中精力粗、细、精地阅读课本内容，接着做练习和对答案，中间不中断学生的思路，以便快者快学，慢者慢学。学生学完老师规定的进度之后，可以自学参考书或人教社编的课本。学生自学时，老师可以巡回视察学生的学习情况并辅导差生。学生做练习时，应在做完一大题所包含的全部小题以后才对答案，而不要做一小题就对答案，以免造成思维步子过小，影响思维能力的成长，但也不要全部做完一个练习才对答案，这样会出现连锁性的错误（具有较好的数学才能的学生可以做完一个练习才对答案）。本套教材的使用方法详见《教学研究》1982年第11期“怎样进行自学辅导教学实验”一文。

三、为了便于老师和学习者检查对自学教材的掌握程度如何，每学完一个小单元(几个练习)之后，就有一个小测验，测验题单独装订成册，由教师掌握。小测验是没有答案的，做完后交老师批改；个人自学的，可以互改或找高年级的学生帮助批改。每个小测验几乎都包含概念题、基本题、变式题和思考题(教师可以根据具体情况来增删)，这样可以全面了解自学者掌握知识和思维能力发展的情况。教师对小测验题要认真详细地批改。如果有较多学生没有掌握某类型题或出现较多的错误，老师可以进行复习性的讲述，务须使绝大多数学习者认真弄懂为止；个别学习者出现的错误，则可在课上或课下进行个别辅导，不必进行全班讲述以免影响大多数学生的宝贵时间。

四、练习本中间编有补充题或选作题，这是为那些精力有余、时间充分、喜欢探索的同学们准备的。学习感到吃力、时间紧的同学可以不做或少做。这些题目比较繁难，带

有“*”号的题更难，学习者最好量力而为，不然不仅无益反而有碍于正常的学习。

五、这套中学数学自学辅导教材是参照人教社编的数学课本，经过改写、重写而成。代数第一册全部材料由卢仲衡、宋同莘编写；代数第二册课本及练习本由卢仲衡、宋同莘编写，测验本由叶咏嫦编写。曾请严以诚、高书元、孙嘉谟等同志提过宝贵意见，特此致谢。由于水平所限，错误之处定然不少，请批评指正。

中国科学院心理研究所
数学自学辅导教学实验组
1982年7月

目 录

第一章 有 理 数

一、有理数的意义	1
1.1 相反意义的量	1
1.2 正数和负数	2
1.3 有理数	5
1.4 数轴	8
1.5 相反数和绝对值	11
1.6 有理数大小的比较	15
二、有理数的加法	21
1.7 两个有理数的加法	21
1.8 三个以上有理数的加法及加法的运算律	31
三、有理数减法	39
1.9 有理数减法法则	39
四、有理数乘法	52
1.10 有理数乘法法则	52
1.11 三个或更多个有理数的乘法	57
1.12 乘法的运算定律	62
1.13 乘 方	64
1.14 加、减、乘和乘方的混合运算	72
1.15 近似数和有效数字	75
1.16 平方表和立方表	78
五、有理数的除法	85
1.17 有理数除法法则	85
1.18 两个以上的有理数除法	90

1.19 有理数的混合运算	92
小结	96
第二章 整式的加减	
一、代数式	98
2.1 用字母表示数	99
2.2 代数式	101
2.3 代数式的值	110
二、整式的加、减法	118
2.4 整式	119
2.5 单项式	120
2.6 多项式	122
2.7 多项式的整理	123
2.8 单项式的加法	128
2.9 单项式的减法	130
2.10 多项式的加减	132
(一) 多项式的加法	132
(二) 多项式的减法	134
2.11 去括号与添括号	136
小结	139
第三章 一元一次方程	
3.1 等式和恒等式	141
3.2 等式的性质	142
3.3 方程	144
3.4 方程的解	146
3.5 一元一次方程	147
3.6 一元一次方程的解法	148
3.7 一元一次方程的应用	158
小结	182
第四章 一元一次不等式	

4.1 不等式	186
4.2 不等式的性质	187
4.3 绝对不等式和条件不等式	190
4.4 不等式的解与解不等式	192
4.5 一元一次不等式和它的解法	194

小 结	201
-----	-----

练习题答案

第一章 有理数	204
第二章 整式加减法	235
第三章 一元一次方程	251
第四章 一元一次不等式	263

第一章 有 理 数

一、有 理 数 的 意 义

1.1 相反意义的量

某一天中午的温度是零上 8°C ，如果气温从中午到下午下降了 5°C ，用算术里学过的减法计算就是： $8 - 5 = 3$ ，由此可以知道，下午的温度是零上 3°C 。如果晚上的温度比中午下降了 8°C ，用算术里学过的减法计算就是： $8 - 8 = 0$ 。如果半夜的温度比中午下降了 11°C ，也就是从零上 8°C 开始下降，下降了 11°C ，那么，半夜的温度该是多少呢？照过去的办法列出式子，就得到： $8 - 11$ 。

但是，在这个式子里被减数8小于减数11。想一想，你会计算这道题吗？你一定回答：“不会！”因为用小学算术的计算方法不能解决这个问题。现在开始学代数，我们将要学会怎样计算这一类题目。

对于这个问题，只要看一看温度计（图1-1）旁的箭头就会知道结果是什么了。从零上 8°C 下降 11°C ，在温度计上是零下 3°C 。要知道，从零上 8°C 下降 8°C 在温度计上就已经是零度，那么，再下降 3°C 就一定是零下 3°C 。

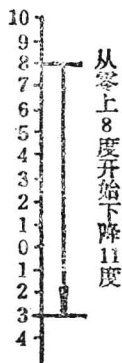


图 1-1

我们知道,零上 3°C 和零下 3°C ,虽然表示同一种量,但是它们的意义是相反的,一个在零度的上面,一个在零度的下面。

在实际生活中,许多量都会有两种相反的意义。比如(产量)增加32亿斤与减少33亿斤,(现金)收入70.42元与支出63.78元,(高度)上升800米和下降400米,(路程)前进 $3\frac{1}{2}$ 公里和后退 $1\frac{1}{2}$ 公里,(货物)运进152吨和运出780吨等,都是具有相反意义的量。

为了区别具有相反意义的量,我们把这种量的一种意义(如零上、增加、上升、前进、收入、运进等)规定为正的,而把相反的一种意义(零下、减少、下降、后退、支出、运出等)规定为负的(这种规定要记住)。

(翻开练习本做练习一)

1.2 正数和负数

在上节中学到的相反意义的量,指的是同一种量而具有两个相反的意义。若把一个意义规定为正,则另一个与它相反的意义就规定为负。以前,为表示各种量,我们采取用算术数(我们暂时把小学里学过的零、自然数和分数总称为算术数)附上单位的办法,如800米,63.78元,等等,这对只考虑一种量的一个意义是行得通的。以后会遇到需要同时考虑一种量的两个相反的意义的情况。如路程问题中既有前进,又有后退,只用算术数和单位,如800米,就不能加以区别了。除非每次都加上前进、后退等麻烦的字眼!

怎样解决这个问题呢?数学中常用的办法是“用抽象的

符号代替具体的字词；用不同的符号，区别不同的意义。在这里，我们把“+”（读作正）号写在算术数前面，叫做**正数**（零除外），如 $+800$ 、 $+3\frac{1}{2}$ 、 $+70.42$ 等都表示正数，把“-”（读作负）号写在算术数（零除外）前面，叫做**负数**，如 -400 、 $-1\frac{1}{2}$ 、 -63.78 等都表示负数。我们用正数和（各种）单位表示（各种）正量，用负数和（各种）单位表示（各种）负量。如用 $+800$ 米表示上升800米（为正量），则用 -800 米表示下降800米（为负量）；用 $+3^{\circ}\text{C}$ 表示零上 3°C （为正量），则用 -3°C 表示零下 3°C （为负量），等等。这就是用抽象符号“+”或“-”分别代替了具体字词“上升”、“零上”或“下降”、“零下”，等等。用符号“+”与“-”来区别数或量的两种相反的意义，“+”号与“-”号，称为**性质符号**。

以前，我们用十进位记数法表示算术数，如 5 、 60 、 $\frac{3}{4}$ 、 2.5 等，现在我们又学了正数和负数，怎样表示它们呢。用在算术数（零除外）前面附上性质符号的办法，即用 $+5$ 、 $+60$ 、 $+\frac{3}{4}$ 、 $+2.5$ 等表示相应的正数；用 -5 、 -60 、 $-\frac{3}{4}$ 、 -2.5 等表示相应的负数。特别要注意的是零既不是正数也不是负数，所以给记号“0”加上性质符号“+”或“-”都是错误的。此外，也不要表示正、负数时省掉或写错性质符号。这些错误是容易犯的，希望大家特别注意，不犯这种错误。

（翻开练习本做练习二）

现在让我们把前面新学的知识来用一用，看谁能用得正确，总不出错！

我们学过，对于各种量，在取定单位后，表示正量可用正数，表示负量可用负数。根据前面的例子，零上的度数用正数来表示，零下的度数用负数来表示，在它们之间以零度为基准，用 0 来表示。又如平整土地，挖方数以正数来表示，填方数以负数来表示，在它们之间以地平线为基准，用 0 来表示。又如水库的水位，以水位线为基准，用 0 来表示，水位线以上的水位用正数来表示，水位线下的水位用负数来表示。许多这种表示相反意义的量的基准都用 0 来表示。

如果规定，中午以后的时间为正、中午以前的时间为负，以中午的时间为基准，那么在这里中午的时间应当怎样来表示？请看下面的例题：

例1 如果把中午以后的时间规定为正的，那么午后 3 小时、午前 2 小时和中午各应当怎样表示？

解：午后 3 小时记作 + 3 小时，午前 2 小时记作 - 2 小时，中午记作 0 小时。

例2 如果把向东的方向规定为正的，那么走 + 5 公里、走 - 6 公里、走 0 公里的意义各是什么？

解：走 + 5 公里就是向东走 5 公里；走 - 6 公里就是向西走 6 公里；走 0 公里就是在原地不动。

例3 如果把挖土厚度规定为正的，填土厚度规定为负的，那么红旗生产队在平整土地时，有的地方比规定高度低 0.3 米，需要填土；有的地方比规定高度高 0.47 米，需要挖土。应当怎样表示 0.3 和 0.47？

解：规定的高度为 0；填土高度用 - 0.3 米表示；挖土深度用 + 0.47 米表示。

例4 说明下面这些话的意义：

- (1) 温度上升 + 3°C； (2) 温度下降 + 3°C；

- (3) 温度上升 -3° ; (4) 收入 $+4.25$ 元;
 (5) 支出 $+4.2$ 元; (6) 收入 -4.2 元;
 (7) 运进 $+\frac{1}{2}$ 吨货物; (8) 运出 $+\frac{1}{2}$ 吨货物;
 (9) 运进 $-\frac{1}{2}$ 吨货物; (10) 前进 $+15$ 米;
 (11) 后退 $+15$ 米; (12) 前进 -15 米.

- 解:** (1) 温度上升 $+3^{\circ}\text{C}$ 就是上升 3 度;
 (2) 温度下降 $+3^{\circ}\text{C}$ 就是下降 3 度;
 (3) 温度上升 -3°C 就是下降 3 度;
 (4) 收入 $+4.25$ 元就是收入 4.25 元;
 (5) 支出 $+4.2$ 元就是支出 4.2 元;
 (6) 收入 -4.2 元就是支出 4.2 元;
 (7) 运进 $+\frac{1}{2}$ 吨货物就是运进 $\frac{1}{2}$ 吨货物;
 (8) 运出 $+\frac{1}{2}$ 吨货物就是运出 $\frac{1}{2}$ 吨货物;
 (9) 运进 $-\frac{1}{2}$ 吨货物就是运出 $\frac{1}{2}$ 吨货物;
 (10) 前进 $+15$ 米就是前进 15 米;
 (11) 后退 $+15$ 米就是后退 15 米;
 (12) 前进 -15 米就是后退 15 米.

希望你好好地比较上面的那些话的意义。

(翻开练习本做练习三)

1.3 有理数

在学习过程中, 数学的一些概念是不断发展的, 不知你是否注意到了这一点. 所谓发展, 第一个意思是它概括的内

容在逐渐增加，第二个意思是它的含义在逐渐丰富。就拿“数”这个概念来说吧，以前学过算术数，现在又增加了正数和负数。这里再提醒你注意：到目前为止，我们总要求在算术数前加“+”表示正数，以后表示正数，“+”号有时可省略，这就和算术数(零除外)一样了，可以把算术数(零除外)也看做正数。但表示负数时，“-”号却不能省略，切记！

再看数“0”这个概念，它也有了新的含义。它以前只代表“没有”的意思，而现在呢？前面讲过，用0和相应单位也可以表示具有相反意义的量的基准。例如： 0°C 表示温度计上的零度，而改变 0°C 又表示温度既没上升又没下降；0公里表示路程的起点，而走0公里又表示既没前进也没后退，等等。若不注单位，0表示一个数，它既不是正数，也不是负数。但是，它是一个整数。

这样， $+1, +2, +3, +4$ (或 $1, 2, 3, 4$) ……是正整数； $-1, -2, -3, -4$ ……是负整数。正整数(看作算术数的一部分)在小学里学过，而负整数则是刚学过的数。 $+\frac{1}{2}, 5\frac{3}{8}, 21\frac{1}{3}$ (或 $0.5, 5.375, 21.3$) ……是正分数(或正小数)； $-\frac{1}{2}, -5\frac{3}{8}, -21\frac{1}{3}$ (或 $-0.5, -5.375, -21.\dot{3}$) ……是负分数(或负小数)。我们在小学就学过正分数(或正小数)(看作算术数)，而负分数(或负小数)是在代数里刚学的数。分数和小数是相通的，分数可以变成小数，有限小数和无限循环小数也可变成分数。

学到这里，我们把小学算术里学过的数(零、正整数、正分数)和现在在代数里学的数(负整数、负分数)统称有理数。换一句话说，有理数包括整数和分数(见下表)。

$$\begin{array}{l}
 \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{整数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{正整数(自然数): 如 } 1, 2, 3, \dots \\
 \text{负整数: 如 } -1, -2, -3, \dots \\
 \text{零: } 0
 \end{array} \right. \\
 \text{分数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{正分数: 如 } \frac{1}{2}, 4\frac{2}{3}, 0.63, 2.3, \dots \\
 \text{负分数: 如 } -\frac{1}{2}, -4\frac{2}{3}, -0.63, \\
 \qquad \qquad \qquad -2.3, \dots
 \end{array} \right.
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

应该记住上表，并且要特别注意整数包括0。如果说有理数包括正数和负数，就应该指出有理数还包括0，按这种分法可列表如下：

$$\begin{array}{l}
 \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{正数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{正整数(自然数): 如 } 1, 2, 3, \dots \\
 \text{正分数: 如 } \frac{1}{2}, 4\frac{2}{3}, 0.63, 2.3, \dots
 \end{array} \right. \\
 0 \quad \quad \quad \text{(既不是正数, 也不是负数)} \\
 \text{负数} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{负整数: 如 } -1, -2, -3, \dots \\
 \text{负分数: 如 } -\frac{1}{2}, -4\frac{2}{3}, -0.63, \\
 \qquad \qquad \qquad -2.3, \dots
 \end{array} \right.
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

请比较一下这两个表，实质上它们所概括的内容是一样的，不同的只在于：如果说有理数包括整数和分数就不必指出0了，因为整数包括0；如果说有理数包括正数和负数，就必须指出0，因为0既不是正数，也不是负数。按照前表来说，有理数包括整数和分数；按照后表来说，有理数包括正数、0和负数。

(翻开练习本做练习四)

1.4 数 轴

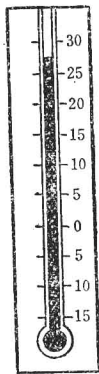


图 1-2

恩格斯说：“数和形的概念不是从其它任何地方，而是从现实世界中得来的。”

在日常生活中，常常用一条直线上的刻度来表示量，如尺、温度计等。我们可以把一个温度计如图1-2那样横放，以 0°C 为基准零度右边的刻度表示零上的温度，左边的刻度表示零下的温度。

取一条直线（图1-3），把直线上从左到右的方向规定为正的（象图里箭头表示的那样），那么，从右到左的方向就是负的。在这条直线上取一点 O 作为原点，用这点来表示零。再任意取一条线段作为长度单位。那么，直线上从原点向右5个单位的 A 点就表示 $+5$ ，从原点向左4个单位的 B 点就表示 -4 ，等等。

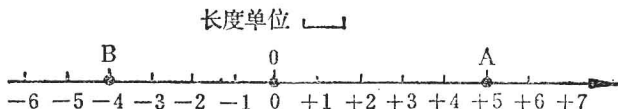


图 1-3

这样，以上对直线附加了三个条件：正方向、原点和长度单位。规定了正方向、原点和长度单位用来表示数的直线叫做数轴。

例1 说出图1-4数轴上 A 、 B 、 C 各点表示什么数：