大 学 物 理 学

第 三 册

杨晞明
曾德璋 主编

成都科技大学出版社

一九八七年十二月

大 学 物 理 学

（第三册）

杨晞明 曾德璋 主编

成都科技大学出版社出版

四 川 省 新 华 书 店 发 行

成都科技大学印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张：13.4375

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数：1—17400册 字数：290千字

ISBN7—5616—0076—3/O·6

统一书号：13475·10 定价：3.25元

目　录

第四篇　振动和波动

第十五章　振动学基础

第十六章　波动学基础

第五篇　波动光学

第十七章　光的干涉

第四篇　振动和波动

振动和波动是物质的基本运动形态之一，它们普遍地存在于自然界中，并广泛地应用于生产技术和日常生活的各个领域．有许多机械装置都利用了振动的原理，例如气缸里活塞的振动，钟表里摆的振动，音叉发声时的振动等等，这一类振动属于机械振动．此外，有些物理量，它们在某一量值附近随时间作周期性变化，广义地说也属于振动的范畴，例如在交流电路中电压和电流随时间的周期性变化；在交变电磁场中电场强度和磁场强度随时间的周期性变化等等，这一类振动属于电磁振荡．波动是振动的传播过程．例如，声波、地震波是机械振动在弹性媒质中的传播过程；电磁波（无线电波、光波等）则是电磁振荡在空间的传播过程．近代物理学还证明，一切运动着的实物粒子（如电子、质子等）都具有波动性．可见，振动和波动是自然界最基本的一类物理现象．理论证明，虽然各种不同的振动和波动的本质不同，但它们的基本规律却是相同或相似的．

本篇着重讨论机械振动和机械波以及电磁振荡和电磁波的基本概念和基本规律，此外，还将介绍声波的一般知识．

第十五章　振动学基础

物体（或物理量）在一定位置（或量值）附近来回往复

运动（或变化）叫做机械振动（或振荡）.

一般的振动大多比较复杂，简谐振动是其中最简单、最基本的一种振动．一切复杂的振动都可以看作若干个简谐振动的合成．本章以机械振动为主，研究简谐振动的基本规律以及简谐振动的合成，并简要介绍阻尼振动、受迫振动和共振；最后再简要介绍电磁振荡．

§15-1　简谐振动

谐振子　作简谐振动的物体，叫做谐振子．一根弹簧系着一个质点所组成的力学系统，叫做弹簧谐振子系统，简称弹簧振子．

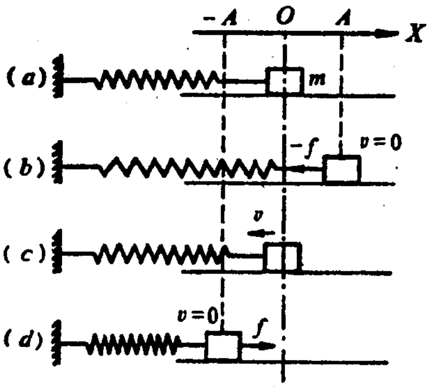

图15-1　弹簧振子的振动

如图15-1(a)所示，把一个质量为m，位于光滑水平面上的物体(视为刚体)连在质量远小于m的一根弹簧的一端，弹簧的另一端固定就构成了一个典型的弹簧振子．对这种典型弹簧振子的研究，其意义不仅限于弹簧振子本身，因为它是从许多实际的振动系统抽象出来的一个简化模型．例如，为了使精密机床防振，往往在机床的混凝土基座与地基之间加装缓冲垫层，因此在研究机床的上下振动时，就把机床同混凝土基座

看成为刚体；而把下面的缓冲垫层看成为弹簧，从而把它当成放在弹簧上的刚体振动问题来处理.

设弹簧自然伸长时，物体位于O点. 由于在这一位置物体受到的合外力为零，所以O点叫做物体的平衡位置. 为了方便，我们选平衡位置为原点并沿运动方向建立坐标x来描述物体的振动. 现将物体向右稍微拉离平衡位置，然后释放(见图15-1b)，物体就会在弹簧的弹性力作用下向平衡位置运动. 在这个过程中，弹力不断减小，而物体的速度却不断增大. 由于物体有惯性，虽然在平衡位置处弹力减小到零，但物体并不会停下来，而是继续向前运动(见图15-1c). 不过，这时弹力的方向却因弹簧被压缩而反过来阻碍物体的运动(见图15-1d)，最后使物体的速度减小至零. 接着，物体又在弹力作用下，沿着相反的方向重复刚才的运动过程，直到返回出发点. 这时，物体完成了一次全振动，以后又开始下一次振动，从而往复不止. 我们把这样的振动叫做无阻尼自由简谐振动.

根据胡克定律，上述作简谐振动的物体在任何位置所受到的弹性力f与物体偏离平衡位置的位移x成正比，f的方向始终与位移x的方向相反且指向平衡位置，其关系是

$$f=-kx \qquad (15\text{-}1)$$

式中k叫做倔强系数，由弹簧的性质决定；负号表示弹性力的方向始终与物体位移的方向相反.

根据牛顿第二定律，物体的加速度为

$$a=\frac{f}{m} \tag{15-2}$$

将式(15-1)代入式(15-2)，得到

$$a=-\frac{k}{m}x \tag{15-3}$$

上式表明，物体作简谐振动时，其加速度的大小与位移成正比，加速度的方向与位移方向相反．由于位移x随时间变化，所以加速度也随时间变化，这表明简谐振动是一种非匀变速直线运动．

根据加速度的定义，$a=d^2x/dt^2$，再令$k/m=\omega^2$，式(15-3)可改写成

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2x \quad 或 \quad \frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0 \tag{15-4}$$

由于ω^2是恒量，所以式(15-4)是一个二阶常微分方程．通常将式(15-4)称为微分形式的简谐振动方程．它的解可写成

$$x=A\cos(\omega t+\phi) \tag{15-5}$$

式(15-5)是积分形式的简谐振动方程，A和ϕ是两个积分常数．因为$|\cos(\omega t+\phi)|\leqslant 1$，所以$A$是振动物体偏离平衡位置最大位移的绝对值，称为振幅．$(\omega t+\phi)$叫做周相(又称位相)，其中ω叫做圆频率(又称角频率)，通常用"弧度·秒$^{-1}$"($rad\cdot s^{-1}$)作单位；ϕ是$t=0$时的周相，叫做初周相．周相的物理意义将在后面介绍．式(15-5)表明，作简谐振动物体的位移是时间的余弦(也可以是正弦)函数，这是简谐振动的

运动学特征．

对式(15-5)分别求时间的一阶和二阶导数，可得到简谐振动的速度和加速度

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\phi)=v_m cos(\omega t+\phi') \quad (15\text{-}6)$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 Acos(\omega t+\phi)=a_m cos(\omega t+\phi'') \quad (15\text{-}7)$$

式(15-6)和式(15-7)表明，简谐振动物体的速度和加速度也随时间作简谐振动．其中，$v_m=\omega A$，$\phi''=\phi+\pi/2$是速度v的振幅和初周相；$a_m=\omega^2 A$，$\phi''=\phi\pm\pi$是加速度a的振幅和初周相．将$x=Acos(\omega t+\phi)$代入式(15-7)就得到式(15-4)，这说明式(15-5)确实是式(15-4)的解．

振幅A和初周相ϕ可以根据振动的初始状态(或初始条件)确定．设$t=0$时$x=x_0$，$v=v_0$，于是式(15-5)和式(15-6)成为

$$\begin{cases} x_0=Acos\phi \\ v_0=-\omega Asin\phi \end{cases}$$

联立求解以上两式，可得到A和ϕ

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \quad (15\text{-}8)$$

$$\phi=arctg\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (15\text{-}9)$$

$t=0$的时刻叫做开始计时的时刻，但它不一定是振动的开始时刻，原则上可任意选取．所以，初始条件是相对的，一般

由描述振动的具体情况而定．从式(15-8)和式(15-9)可以看出，对于同一个谐振子，若初始条件不同，它所作的简谐振动虽然圆频率相同，但振幅和初周相却可以不同．

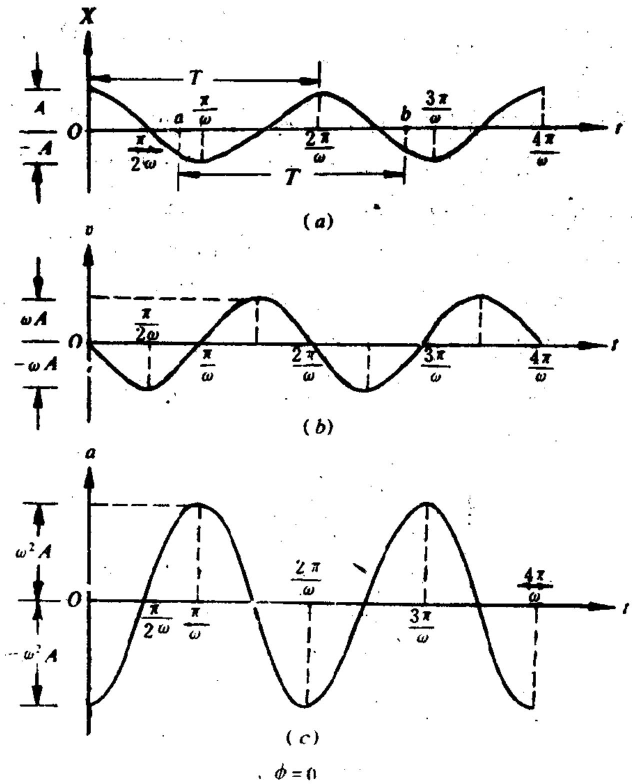

图15-2　简谐振动的位移-时间、速度-时间，加速度-时间的函数曲线．

用纵坐标表示位移、速度或加速度，用横坐标表示时间，就能作出简谐振动的位移、速度和加速度对时间的函数曲线(见图15-2).从图中可以看出，当x具有最大值时$v=0$，而a也有最大值且总与x符号相反；当$x=0$时a也为零，而v具有最大值，v的符号有时为正，有时为负．从这三条曲线还可以清楚地看到，位移、速度和加速度是随时间作周期性变化的，即它们都每隔一定时间重复一次原来的数值.所以，简谐振动是一种周期性的运动.

物体作一次全振动所经历的时间叫做振动的周期，用T表示，通常以“秒”(s)为单位.从图15-2可以看出，在$t=\frac{2\pi}{\omega}$时刻，x、v和a的振动都第一次回到了$t=0$时刻的状态．这说明谐振子的这三个物理量都以同一个周期振动，且周期

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \tag{15-10}$$

其实，任何两个相邻同状态时刻间的时间间隔都等于一个周期T,例如15-2(a)中a、b两点之间的时间间隔就是T.在一个周期内，物体没有重复的运动状态，即没有位置和速度的大小和方向都相同的两个状态.

谐振子的周期T决定于谐振子的固有性质，与振幅无关，叫做固有周期．对于弹簧振子，由于$\omega=\sqrt{k/m}$，所以它的固有周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{15-11}$$

单位时间内物体所作的全振动次数叫做频率，用 ν 表示．频率的单位是赫芝(代号 Hz)．显然，频率等于周期的倒数，即

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{15-12}$$

于是

$$\omega=2\pi\nu \tag{15-13}$$

式(15-13)表明，ω 是物体在 2π 秒内所作的全振动次数．

谐振子的频率 ν 也决定于谐振子的固有性质，叫做固有频率．弹簧振子的固有频率为

$$\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1-14}$$

例15-1　一物体系于弹簧下端，弹簧的上端挂在一固定支架上．由于物体的重量，使弹簧伸长了 $l=9.8cm$(见图15-3)，使物体处于平衡位置 o．现让物体上下振动，且通过平衡位置 o 向下运动的速度为 $1ms^{-1}$．(1)证明物体的振动为简谐振动；(2)以过平衡位置 o 向下运动的时刻为初始时刻写出振动方程．

解　(1)　取弹簧下端悬挂物体后的平衡位置 o 为原点，并建立方向向下的坐标系 $o-x$．当物体振动中位于任一点 x 时，它同时受到重力和弹力的作用．设弹簧的倔强系数为 k，根据牛顿第二定律，有

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k(x+l) \tag{1}$$

式(1)中，g是重力加速度．由题意，物体在原点o受力平衡，故有

$$mg=kl \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)，得

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx \tag{3}$$

现在设$k/m=\omega^2$，则式(3)与式(5-4)完全相同，表明物体作简谐振动，问题得证．式(3)还表明，重力并不影响弹簧振子的振动情况，只是改变了振动的平衡位置．

(2) 物体振动的圆频率$\omega=\sqrt{k/m}$，将式(2)解出的m代入其中，得到

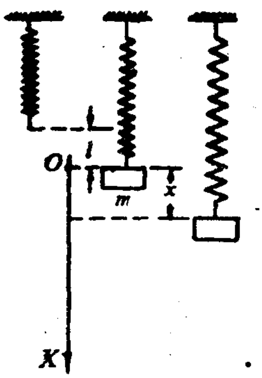

图15-3 例题15-1图

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}=\sqrt{\frac{9.8}{0.098}}=10(s^{-1})$$

由题意，物体受冲击力开始向下运动时，$x_0=0$；$v_0=1m\cdot s^{-1}$，代入式(15-8)和式(15-9)，得到

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2}$$

$$=0.1(m)$$

$$\phi=arctg\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$$=arctg(-\infty)=-\frac{\pi}{2}$$

于是，振动方程为

$$x=0.1\cos\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)m$$

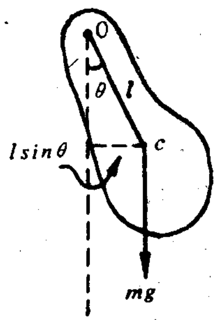

图15-4 复摆

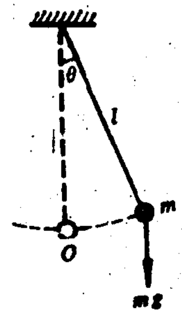

图15-5 单摆

例15-2 如图15-4所示，质量为m，形状任意的刚体被支持在无摩擦的固定水平轴o上．现将刚体拉开一个角度后释放，该刚体就会在重力作用下来回摆动．这种装置叫做复摆．证明：当摆角很小时，复摆的角运动可近似地看作简谐振动．

证 设刚体的质心c到轴o的距离$oc=l$，当oc连线与过o的铅垂线重合时，刚体所受的力和力矩都是平衡的，因此过o点的铅垂线即为复摆的平衡位置．设在复摆振动的某一时刻oc线与铅垂线的夹角为θ，此时刚体受到了一个由重力对轴o的力矩，其值为

$$M=-mgl\sin\theta$$

其中负号表示力矩M的方向与偏转角位移θ的方向相反．在重力矩M的作用下，刚体产生角加速度$d^2\theta/dt^2$．设刚体对转轴o的转动惯量为I，则根据转动定律，有

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mglSin\theta$$

当θ很小(5^0以内)时，角位移θ的弧度数几乎和它的正弦函数值相等，即$Sin\theta\simeq\theta$，所以有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{mgl}{I}\theta$$

将上式与式(15-4)比较，由于$mgl/I=$恒量，所以两个方程形式完全相同，这样就证明了复摆在小摆角下可近似地看作简谐振动．相比之下有

$$\omega=\sqrt{\frac{mgl}{I}}\qquad T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}\tag{1}$$

式(1)就是在小摆角下复摆振动的圆频率和周期公式．

由一根长度l不变的轻质细线一端固定，另一端系一质量为m的质点所组成的力学系统，叫做单摆(见图1.5-5)由于单摆在摆动时l不发生形变，即不伸长或弯曲，满足刚体条件，所以式(1)对于单摆也适用．这时$I=ml^2$，代入式(1)就得到

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\tag{2}$$

式(2)就是在小摆角下单摆的振动周期．从式(2)可以看出，单摆周期与摆长的平方根成正比，与重力加速度的平方根成反比而与摆的质量无关．

周相和周相差　从式(15-5)和式(15-6)可以看出，弹簧振子的圆频率ω和振幅A一但确定，它在任一时刻的位置x和速度v就取决于周相$(\omega t+\phi)$了．即是说，当物体以一定的振幅和频率作简谐振动时，周相$(\omega t+\phi)$既决定了振动物体在任意时刻相对于平衡位置的位移，也决定了振动物体在该时

刻的速度．因此，周相是决定简谐振动物体运动状态的物理量．

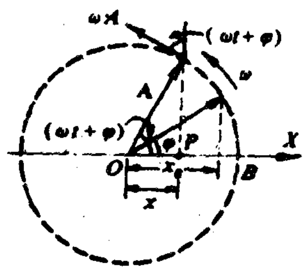

图15-6 简谐振动的矢量图表示法

为了进一步理解周相的意义，下面介绍简谐振动的矢量图表示法．如图15-6所示，取一水平x轴，从原点o引一长度等于A的矢量**A**．设想矢量**A**以匀角速度ω绕原点o逆时针旋转，则矢量的端点在x轴上的投影点P就在B、C范围内来回运动．设$t=0$时**A**与x轴的夹角为ϕ，经过时间t后，**A**与x轴的夹角变为$(\omega t+\phi)$．显然，此时**A**矢量端点的位置和速度在x轴上的投影为

$$x=A\cos(\omega t+\phi)$$
$$v=-\omega A\sin(\omega t+\phi)$$

此二式与式(15-5)和式(15-6)相同．可见，一个由式(15-5)描述的简谐振动可以和一个指定的旋转矢量联系起来，用该旋转矢量端点在x轴上的投影点的运动来代表这一简谐振动．这样，就把旋转矢量端点的匀速圆周运动与变速的直线简谐振动，在状态上一一对应起来了．通常，把这样的圆叫做简谐振动的参考圆．由于在物理图象上，匀速的圆周运动比起变速的直线简谐振动更便于分析，所以用参考圆和旋转矢量来讨论简谐振动问题是方便的．于是，一般就用周相$(\omega t+\phi)$来代替时间t，直接确定简谐振动的运动状态了．如图15-7(a)所示，在$t=T/4$和$t=3T/4$两个时刻，虽然质点都处于平衡位置，速度都达到最大值，但由于这两个速度的方向相