

物理学

PHYSICS

陈宜生 编著

配光盘



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

物 理 学

PHYSICS

陈宜生 编著



内 容 提 要

本书内容包括矢量运算、质点力学、刚体定轴转动、狭义相对论基础、热学基础、静电学、恒定电流的磁场、电与磁的相互转化、振动、波动、波动光学、光的量子性、量子力学初步、原子核与基本粒子，还附有流体专题。书中注意联系现代科学技术，章末有小结并附有开阔视野、活化内容的阅读资料；习题编排了相当多的估算题和思考题，并编排了用计算机解的题。内容的编排有很大的弹性，以方便教师取舍。为了便于同学们自学，编入了较多的示范例题；为了便于远程教育和成人教育的学生使用，本书附有光盘。在光盘中有每章基本要求，自测试题及解答；还有许多演示物理过程的计算机模拟实验。

本书可作为工科大学物理教材，也可作为远程教育、成人教育、高自考的物理教材。

图书在版编目(CIP)数据

物理学 / 陈宜生 编著 . — 天津 : 天津大学出版社,
2005.5

ISBN 7-5618-2135-2

I . 物 ... II . 陈 ... III . 物理学 - 高等学校 - 教材
IV . 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 043995 号

出版发行	天津大学出版社
出版人	杨风和
地址	天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
网址	www.tjup.com
电话	发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印刷	昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经销	全国各地新华书店
开本	170mm × 240mm
印张	34.25
字数	753 千
版次	2005 年 5 月第 1 版
印次	2005 年 5 月第 1 次
印数	1 ~ 4 000
定价	45.00 元(附赠光盘)

前　　言

本书根据高等学校工科大学物理课程教学指导委员会制定的工科大学物理课程基本要求和重点高等学校工科大学物理课程教学改革指南,吸取我校杨仲耆等所编《大学物理学》、李金锷等所编《工科大学物理基本教材》的经验,参考国内外先进教材,积多年教学体验编写而成。

物理学中介绍的自然规律和知识,无孔不入地渗透到了各个学科和技术领域。物理学已成为工科院校各专业必不可少的重要基础课。教材编写,考虑了如何适应 21 世纪科技发展的需要,也意识到,尽管当今科学技术发展、更新很快,但前人总结的自然规律并未老化,高新技术的发展更证实了物理理论的重要性和在技术发展中的原动力作用。这表明前辈们将本课程定位于阐述基本运动形式的基本规律是很正确的。据此,本教材首先立足于准确地向读者介绍物理学的基本概念、基本规律和基本方法。同时,也特别注意以现代科技发展为背景,介绍物理学的基本规律和进行本教材的内容选择,尽量使它具有鲜明的现代感,以使读者领会到高新技术与物理学的密切联系。

为了将内容活化和现代化,部分当代新成果和新技术已有机地融入本教材的基本内容中。当这种理论与实际的结合可能有碍基本内容阐述的连贯性和教学顺畅时,便以“阅读资料”的形式放在每章之末,以便读者在掌握基本内容的前提下,开阔视野,活化物理内容。

考虑到 21 世纪人类将面临能源、环境、人口三大问题,同时考虑到科学技术正在走向综合和交叉,本书加强了对热运动规律,特别是熵的介绍。为了使读者突破根深蒂固的决定论观念,树立非决定论观念,本书将热运动的概率描述和处理随机事件的一般思路密切结合。

扫描隧道显微镜的发明,标志着当今科学技术已进入了操纵原子及在原子、分子水平上生产材料或器件的时代,各种量子器件不断涌现,相干原子束已经得到,量子计算机和自旋晶体管等也在设想和研究之中。鉴于这一发展趋势,本书加强了对量子力学基础的阐述。

考虑到当前科学研究正由线性领域转向非线性领域,因此,我们将以往线性统辖的大学物理适当地向非线性作了延伸,如对混沌、分形等概念也适度提及,但严格限制在大学生能接受的范围内,坚持“点到为止、引发兴趣”的原则。

物理学不仅是一门基础课,也是一门素质课,要尽量做到在传授知识的同时传授科学思维、科学态度和品德以及培养分析、解决问题的能力。做习题仍是物理课训练学生分析问题的重要手段,本书精选了习题,增加了估算题和联系实际的习题。考虑到计算机正在逐渐普及,书中还编入了一些用计算机求解的习题,以培养学生的计算机解题能力和综合运用所学知识的能力。

为了便于学生学习物理,编入了较多的示范例题;为了适应远程教育、成人教育、高自考学员的使用,本教材特附有光盘。光盘中制作了许多演示物理过程的动画和计算机实验;还有每章的基本要求、自测试卷及解答等。

参加本书编写的还有陈泽辉、张琪。

最后,作者要感谢天津大学出版社为本书的出版所给予的大力支持。

由于编著者水平所限,书中缺点、错误在所难免,恭请读者不吝指正。

编者

2005年5月

目 录

第0章 矢量运算	(1)
0.1 标量与矢量	(1)
0.2 矢量的加减	(2)
0.3 矢量的标积(或点乘)	(3)
0.4 矢量的矢积(或叉乘)	(4)
0.5 矢量的导数与积分	(5)
习题0	(5)
第1章 质点力学	(8)
1.1 质点运动的描述	(8)
1.2 运动的分解	(12)
1.3 牛顿定律	(21)
1.4 牛顿第二定律的变形——动能定理	(27)
1.5 牛顿第二定律的变形——动量定理	(35)
1.6 牛顿第二定律的变形——质点角动量定理	(40)
* 1.7 质心及质心运动定理	(43)
本章小结	(45)
综合运用例题	(47)
习题1	(48)
【计算机解物理习题】	(55)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(55)
阅读资料	(56)
全球定位系统	(56)
自然界的四种力	(56)
“神州5号”圆飞天梦	(58)
第2章 刚体定轴转动	(60)
2.1 概述	(60)
2.2 刚体运动学	(63)
2.3 刚体定轴转动定律	(68)
2.4 刚体定轴转动动能定理	(76)
2.5 刚体角动量定理	(77)
* 2.6 滚动与进动	(80)
本章小结	(83)
习题2	(84)

【计算机解物理习题】	(87)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(87)
阅读资料	(88)
宇宙与大爆炸	(88)
第3章 狹义相对论基础	(90)
3.1 经典力学的绝对时空观	(90)
3.2 狹义相对论基本原理	(92)
3.3 时间空间的相对性	(100)
3.4 闵可夫斯基的四维世界	(106)
3.5 相对论动力学	(107)
本章小结	(113)
习题3	(114)
【计算机解物理习题】	(117)
阅读资料	(118)
广义相对论简介	(118)
结合能	(123)
第4章 热学基础	(125)
4.1 分子动理论的基本观点	(125)
4.2 微观量与宏观量	(129)
4.3 微观量的概率分布	(140)
4.4 气体内的线性输运过程	(150)
4.5 热力学第一定律	(154)
4.6 热力学第二定律	(171)
* 4.7 热力学方程	(186)
本章小结	(188)
习题4	(190)
【计算机解物理习题】	(199)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(199)
阅读资料	(200)
原子力显微镜	(200)
分维	(200)
温室效应	(202)
第5章 静电学	(203)
5.1 电荷与静电场	(203)
5.2 静电场的性质	(210)
5.3 电势(位)	(215)
5.4 静电场中的导体	(221)

5.5	电介质中的电场	(224)
5.6	电容	(231)
5.7	电场力的应用	(238)
	本章小结	(243)
	习题 5	(245)
	【计算机解物理习题】.....	(252)
	【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(253)
	阅读资料	(253)
	点电荷系和带电导体系的电势能	(253)
	驻极体与铁电体	(254)
	压电效应与电致伸缩效应	(255)
	库仑阻塞效应与单电子学	(256)
第 6 章	恒定电流的磁场	(257)
6.1	电流	(257)
6.2	电流的磁场	(265)
6.3	磁场的性质	(273)
6.4	磁力	(279)
6.5	狭义相对论与电磁场	(290)
6.6	磁场中的磁介质	(292)
	本章小结	(303)
	习题 6	(304)
	【计算机解物理习题】.....	(312)
	【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(313)
	阅读资料	(313)
	超导	(313)
	物质的第四态——等离子体	(315)
	磁共振与核磁共振成像	(316)
	量子霍尔效应	(318)
第 7 章	电与磁的相互转化	(322)
7.1	电磁感应定律	(322)
7.2	自感与互感	(331)
7.3	麦克斯韦方程组	(337)
	本章小结	(344)
	习题 7	(345)
	【计算机解物理习题】.....	(351)
	【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(351)
	阅读资料	(352)

电涡流显微镜	(352)
第 8 章 振动	(354)
8.1 简谐振动	(354)
8.2 振动的叠加与分解	(361)
8.3 阻尼振动与受迫振动	(368)
本章小结	(373)
习题 8	(374)
【计算机解物理习题】	(377)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(377)
阅读资料	(378)
非线性振动与混沌	(378)
第 9 章 波动	(380)
9.1 机械波的产生、传播与描述	(380)
9.2 波的能量	(386)
9.3 电磁波	(390)
9.4 波的衍射与干涉	(396)
* 9.5 多普勒效应	(404)
本章小结	(407)
习题 9	(408)
【计算机解物理习题】	(412)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(412)
阅读资料	(412)
孤立波(孤子)	(412)
光孤子通信	(413)
第 10 章 波动光学	(415)
10.1 光的干涉	(415)
10.2 光的衍射	(426)
10.3 光的偏振	(437)
本章小结	(446)
习题 10	(448)
【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(451)
阅读资料	(452)
全息照相	(452)
光学隧道效应·光纤通信	(452)
波带片的聚焦作用与二元光学镜片	(454)
光纤光栅	(455)
第 11 章 光的量子性	(457)

11.1	热辐射	(457)
11.2	光电效应	(461)
11.3	康普顿效应	(467)
	本章小结	(470)
	习题 11	(471)
	【计算机解物理习题】.....	(472)
	【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(472)
	阅读资料	(473)
	关于逸出功	(473)
	遥测遥感	(473)
	多光子光电效应	(474)
第 12 章	量子力学初步	(475)
12.1	玻尔的氢原子理论	(475)
12.2	微观粒子的波粒二象性	(481)
12.3	微观粒子状态的描写——波函数	(487)
12.4	微观粒子状态演化的描述——薛定谔方程	(489)
12.5	势阱与势垒	(492)
12.6	氢原子	(499)
12.7	激光	(505)
12.8	固体的能带	(508)
	本章小结	(514)
	习题 12	(516)
	【计算机解物理习题】.....	(517)
	【物理的计算机模拟实验】(见光盘)	(518)
	阅读资料	(518)
	介观物理与纳米技术	(518)
	磁电子学与巨磁磁电阻效应	(519)
第 13 章	原子核与基本粒子	(521)
13.1	原子核	(521)
13.2	基本粒子	(526)
	习题 13	(530)
流体运动专题	(531)
S.1	理想流体	(531)
S.2	黏滞流体的运动	(535)
附录	基本物理常量和若干常用数据表	(537)
参考文献	(538)

第0章 矢量运算

0.1 标量与矢量

为了描述物质运动规律,必须引入许多物理量。物理量是以度量方法对物理概念作严格定义的量。物理量常包含数值与单位两部分,以表明其大小。但有些物理量不仅有大小,而且有方向性。只用大小就能表明的物理量称为标量,如质量、能量、时间、温度等。必须同时用大小和方向才能表明的物理量称为矢量,如速度、加速度、力等。

如何表示矢量呢?在印刷文本中表示矢量的字母印成黑斜体,如 A 、 b 视为矢量;书写中在字母上加箭头来表示矢量,如 \vec{A} 、 \vec{b} 为矢量。对于标量印成白体,如 A 、 b 为标量。几何上,用一个带箭头的有向线段来表示矢量,线段的长度表示矢量的大小,箭头表示矢量的方向。图 0-1 所示为大小相等、方向相反的两个矢量。

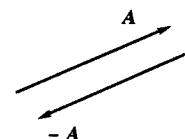


图 0-1 矢量图示

为了对矢量进行数学运算,将矢量表成解析形式是有益的。

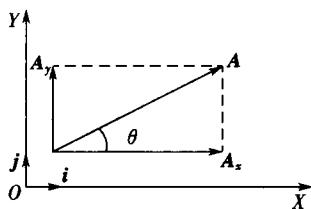


图 0-2 二维矢量

如图 0-2 所示,在平面上取二维直角坐标系,矢量 A 的大小为 A ,与 X 轴的夹角为 θ ,在 X 、 Y 轴上的投影为 A_x 、 A_y ,分别称为矢量 A 的 x 分量和 y 分量。沿 X 、 Y 轴分别取单位矢量 i 、 j (单位矢量是大小为 1 的矢量,简称单位矢,是专门用来表示方向的矢量,这里的 i 、 j 分别表示 X 、 Y 轴的正向),则矢量 A 可表示为

$$A = A_x i + A_y j$$

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

这里的单位矢 i 、 j 有时称为坐标系的基矢。当坐标系和基矢选定后,数列 (A_x, A_y) 可把矢量 A 的全部特征表示出来。由数列可得矢量的大小为

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

矢量方向可由与 X 轴的夹角 θ 得知,

$$\theta = \arctan(A_y / A_x)$$

图 0-3 所示为三维空间的直角坐标系,基矢为 i 、 j 、 k ,矢量 A 与三个坐标轴的夹角分别为 α 、 β 、 γ ,矢量 A 可表为

$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

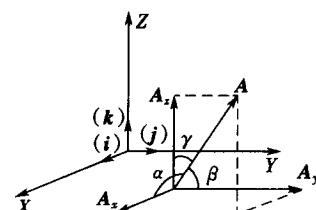


图 0-3 三维矢量

$$A_x = A \cos \alpha$$

$$A_y = A \cos \beta$$

$$A_z = A \cos \gamma$$

这里 A_x 、 A_y 、 A_z 分别为矢量 \mathbf{A} 的三个分量。

0.2 矢量的加减

0.2.1 平行四边形法

两个矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 相加, 得合矢量 \mathbf{C} , 写为

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

如何确定合矢量 \mathbf{C} 的大小和方向呢? 如图 0-4 所示, 用平行四边形法则便可找到, 平行四边形对角线上的矢量为合矢量 \mathbf{C} 。

由余弦定理可知 \mathbf{C} 的大小为

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

方向可用与 X 轴的夹角 α 表示, 即

$$\alpha = \arctan \left(\frac{A \sin \theta_1 + B \sin \theta_2}{A \cos \theta_1 + B \cos \theta_2} \right)$$

两个矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 相减, 得差矢量 \mathbf{C}' , 写为

$$\mathbf{C}' = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

可见矢量 \mathbf{A} 减矢量 \mathbf{B} 等于矢量 \mathbf{A} 加矢量 $(-\mathbf{B})$, 故矢量减法可转变为矢量加法运算。如图 0-5 所示, 只需由 \mathbf{B} 矢量得 $(-\mathbf{B})$ 矢量, 然后, 由 \mathbf{A} 和 $(-\mathbf{B})$ 依平行四边形法则得 $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ 。

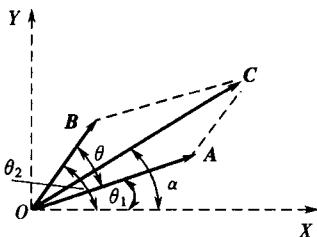


图 0-4 矢量相加

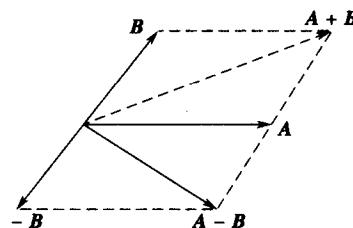


图 0-5 矢量相减

0.2.2 解析法

将矢量表示成解析形式, 矢量的加减便能由分量的加减来完成, 即

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \pm \mathbf{B}$$

$$= (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \pm (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k})$$

$$= (A_x \pm B_x) \mathbf{i} + (A_y \pm B_y) \mathbf{j} + (A_z \pm B_z) \mathbf{k}$$

$$= C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}$$

合矢量的分量可由各矢量分量的加减获得。

例 0.1 如图 0-6 所示, 物体同时受力 F_1 、
 F_2 作用, 它们的大小分别为 60 N、36 N, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$, 求合力。

解 由图可知

$$\begin{aligned} F_1 &= F_1 \cos \theta_1 \mathbf{i} + F_1 \sin \theta_1 \mathbf{j} \\ &= 60 \cos 30^\circ \mathbf{i} + 60 \sin 30^\circ \mathbf{j} \end{aligned}$$

$$= 30\sqrt{3} \mathbf{i} + 30\mathbf{j}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= F_2 \cos \theta_2 \mathbf{i} + F_2 \sin \theta_2 \mathbf{j} \\ &= 18\mathbf{i} + 18\sqrt{3}\mathbf{j} \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = (30\sqrt{3} + 18)\mathbf{i} + (30 + 18\sqrt{3})\mathbf{j} = 69.96\mathbf{i} + 61.18\mathbf{j}$$

读者自己计算 $\mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1 = ?$

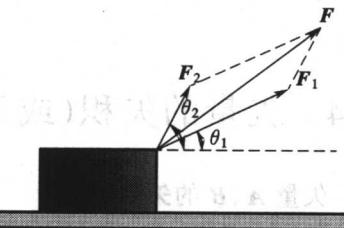
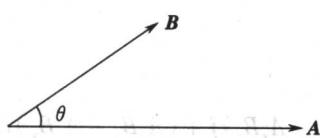


图 0-6 矢量相加实例

0.3 矢量的标积(或点乘)

矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的标积定义为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$



这里 θ 是两个矢量之间的夹角。两个矢量的点乘其结果为标量。当 $\theta = 0^\circ$ 时, 即矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 同向, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB$; 当 $\theta = \pi$ 时, 即矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 反向, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -AB$; 当 θ 为锐角时, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} > 0$; 当 θ 为钝角时, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} < 0$ 。

图 0-7 矢量的标积

按矢量的解析表达式和标积的定义, 矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的标积也可用矢量的分量表示为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

上式中利用了下列关系:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

例 0.2 已知矢量 $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 。求 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ 及矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的夹角 θ 。

解 矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的标积, 可由各矢量的分量获得,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 2 \times 4 + 3 \times (-5) + 6 \times 2 = 5$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = 7$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = 3\sqrt{5}$$

矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的标积,也可由各矢量的大小和二者的夹角获得,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{AB} = \frac{5}{21\sqrt{5}} = 0.1065$$

$$\theta = 83^\circ 52'$$

0.4 矢量的矢积(或叉乘)

矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的矢积表示为

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

与标积不同,矢量的矢积仍得一个新的矢量 \mathbf{C} 。新矢量 \mathbf{C} 的大小为

$$C = AB \sin \theta$$

当 $\theta = 0^\circ$, 即矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 同向时, 或当 $\theta = \pi$, 即矢量反向时, $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$; 当 $\theta = 90^\circ$ 时, $C = AB$ 。

这里 θ 是矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的夹角。如图 0-8 所示, 新矢量 \mathbf{C} 的方向按右手螺旋法则确定: 右手四指由 \mathbf{A} 矢量方位沿二者夹角 θ ($\theta < 180^\circ$) 向 \mathbf{B} 矢量方位回转, 则大拇指指向 \mathbf{C} 矢量的方向, \mathbf{C} 矢量垂直矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 所在的平面。

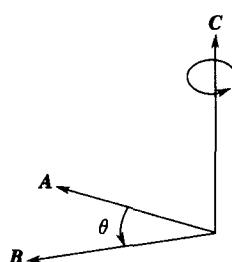


图 0-8 矢量的矢积

按矢量的解析表示, 矢量叉乘可用矢量分量按行列式表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k} \\ &= C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}\end{aligned}$$

对于直角坐标系, 各轴向单位矢 \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 的叉乘为

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}, \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}, \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

例 0.3 已知 $\mathbf{A} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{B} = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ 。求: $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 及矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的夹角 θ 。

$$\text{解 } \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ 6 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -26\mathbf{k}$$

$$C = |\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = 26$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\sin \theta = \frac{C}{AB} = \frac{26}{5 \times 2\sqrt{10}} = 0.8221$$

0.5 矢量的导数与积分

①矢量的导数： $A = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dA_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dA_z}{dt} \mathbf{k}$$

②矢量的积分： $A = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$

$$\int A dt = i \int A_x dt + j \int A_y dt + k \int A_z dt$$

矢量的导数和积分由分量的导数和积分确定。

③梯度、散度、旋度：

梯度算符

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

标量 V 的梯度

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k}$$

标量的梯度是矢量。

矢量的散度

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

矢量的散度是标量。

矢量的旋度

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

矢量的旋度是矢量。

拉普拉斯算符

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

习 题 0

1. 已知 $A = -i + 5j - 3k$, $B = 8i - 4j + 6k$, 求： $A + B$, $A - B$, $A \cdot B$, $A \times B$ 以及矢量 A 、 B 的夹角。

2. 已知矢量 A 的大小为 10, 矢量 B 的大小为 8, 两个矢量夹角为 60° , 求： $A + B$, A

$- \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 。

3. 已知 $\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$, 求: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{i}$, $\mathbf{A} \times \mathbf{i}$ 。

4. 已知 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = -3\mathbf{j}$, $\mathbf{d} = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$, 求: $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{d}$ 。

5. 已知 $\mathbf{A} = (2t^2 + 4t)\mathbf{i} + (3 + t^3)\mathbf{j}$, 求: $\frac{d\mathbf{A}}{dt}$ 及 $\int_0^2 \mathbf{A} dt$ 。



真理是在简单性中发现的，而不是在事物的多样性和纷乱中发现的。至于世界，它向肉眼展示出客观事物极其多种多样，在用哲学的理解去概观时，会显示出其内部组成是很简单的，以致理解得如此之好，从这些眼光来看它就是这样。正是上帝工作的完美，以最大的简单性将它们全都创造出来。

—牛顿