



中等职业教育国家规划教材  
全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 机械工程力学

## (工程技术类)

韩向东 主编



机械工业出版社

中等职业教育国家规划教材  
全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 机械 工 程 力 学

(工程技术类)

主 编 韩向东  
责任主审 赵国景  
审 稿 赵彭年



机 械 工 业 出 版 社

本书是根据教育部中等职业学校“机械工程力学教学大纲”(90学时)的要求编写的。本书注重从工程性、应用性、教学的可接受性出发,对结构、内容、例题和习题进行了精心的考虑和选择,同时还注意到教材的通俗性与趣味性,以适合中等职业学校学生的年龄特点,使学生在获得机械工程力学最基本知识和训练的同时,提高力学素养。

本书共分三部分:第一部分静力分析,包括静力学分析基础、平衡方程及应用;第二部分机械零部件的承载内力,包括材料失效和机械零部件失效、杆件拉伸和压缩时的强度与变形、梁的强度和刚度、圆轴的刚度和强度、压杆稳定、提高机械零部件承载能力的措施;第三部分运动及动力分析初步,包括点和刚体的基本运动、刚体绕定轴转动的动力分析、合成运动。

本书可作为中等职业学校机电类70~90学时工程力学教材,也可作为成人教育等相关专业教材。

## 图书在版编目(CIP)数据

机械工程力学(工程技术类)/韩向东主编. —北京:机械工业出版社,2002.1

中等职业教育国家规划教材

ISBN 7-111-09666-5

I. 机… II. 韩… III. 机械学:工程力学-专业学校-教材 IV. TH113

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第089352号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:曹俊玲 版式设计:张世琴 责任校对:刘志文

封面设计:姚毅 责任印制:郭景龙

北京交通印务实业公司印刷·新华书店北京发行所发行

2002年1月第1版第1次印刷

787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub> · 11.75印张 · 289千字

0 001—3 000册

定价:12.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换  
本社购书热线电话(010)68993821、68326677-2527

## 中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1 号)的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司  
二〇〇一年五月

## 前 言

为适应中等职业学校教学的需要,根据教育部中等职业学校“机械工程力学教学大纲(70~90学时)”的要求编写了本书。

本书打破了《工程力学》教材的传统框架,对内容进行了重新编排。例如,在第一篇静力分析中,不按力系的类别分章,而按静力分析的基础知识和应用分为两章,且空间力系不单独列章。又如,在第二篇机械零部件的承载能力分析中,组合变形、疲劳强度不单独列章,而把有关内容分解后编入相关章节中;把提高抗弯强度、刚度的措施,提高压杆稳定、疲劳强度的措施汇总编为一章。

本书注重从工程性、应用性、教学的可接受性出发,对结构、内容、例题和习题进行了精心的考虑和选择。例如,本书的研究对象是机械零部件,所举实例、例题、习题基本上均与机械中常用零部件有关,所学知识对解决机械工程中的力学问题有实际应用价值。又如,从应用性和可接受性出发,强化平面问题,弱化空间问题;强化基本变形时外力正负规定,弱化内力正负规定;强化强度条件中各力学量的意义、适用条件及其应用,弱化强度条件公式推导等均是上述目的。把力的投影及力矩的计算安排在画受力图之前,则是考虑了学生的可接受性。

教材在注重工程性、应用性、可接受性的同时,还注意到了通俗性与趣味性,以适合中职学生的年龄特点,使学生在获得机械工程力学最基本知识和训练的同时,对培养学生的力学素养起到一定作用。

本教材还编入了有关现代科学技术知识的内容,如复合材料的力学性能等。

本教材力学量的符号均采用国家最新标准。

本书可作为中等职业学校机电类70~90学时《机械工程力学》教材,也可供成人教育等相关专业学生使用。

本书由北京市汽车工业学校韩向东主编(第一章、第三章、第五章)。参加编写工作的还有:北京轻工职业技术学院朱运利(第二章),四川省宜宾工业学校皮惠琳(第四章、第十一章),沈阳机电工业学校许文华(第六章),北京塑料工业学校田琳(第七章、第八章),北京水利水电学校张根乔(第九章)、贺西全(第十章)、柳素霞(实验)。

参加审稿会的有:重庆工业职业技术学院许峡峰,河北省纺织工业学校田书泽,北京齿轮总厂技工学校杨敏怀,并由许峡峰、田书泽担任主审。全体编写人员也参加了审稿会。审稿的同志对本书提出了许多建设性的修改意见,在此表示衷心的感谢。

由于编写水平有限,书中难免有不妥之处,敬请广大读者批评指正。

编 者  
2001年3月

# 目 录

前言	
绪论	1

## 第一篇 静力分析

<b>第一章 静力分析基础</b>	3
第一节 力、力系	3
第二节 力在轴上的投影	4
第三节 力矩和力偶	8
第四节 约束和约束力	12
第五节 机械零部件的受力分析	15
习题	17
<b>第二章 平衡方程及其应用</b>	23
第一节 平面力系的平衡方程	23
第二节 单个刚体的平衡	25
第三节 简单刚体系统的平衡	28
第四节 重心和形心	31
第五节 简单轮轴类部件的平衡问题	34
第六节 含斜齿轮和锥齿轮的轴类 部件的平衡问题	38
第七节 摩擦与自锁	41
习题	46

## 第二篇 机械零部件的承载能力

<b>第三章 材料失效和机械零 部件失效</b>	54
第一节 内力与应力 变形与应变	54
第二节 材料拉伸和压缩时的 力学性能	55
第三节 机械零部件的失效 许用应力	59
习题	60
<b>第四章 杆件拉伸和压缩时的 强度与变形</b>	61
第一节 杆件拉伸和压缩时的内力和 内力图	61
第二节 杆件拉伸和压缩时的强度计算	64

第三节 杆件拉伸和压缩时的变形	68
第四节 超静定问题介绍	70
第五节 联接件强度的工程实用计算	71
习题	76
<b>第五章 梁的强度和刚度</b>	81
第一节 梁弯曲时的内力——剪力和 弯矩	81
第二节 剪力图和弯矩图	85
第三节 梁弯曲时的正应力强度计算	89
第四节 梁弯曲时的变形与刚度计算	93
第五节 杆件弯曲与拉伸组合 变形的强度计算	97
习题	100
<b>第六章 圆轴的强度和刚度</b>	104
第一节 圆轴扭转时的内力和内力图	104
第二节 圆轴扭转时的强度计算	106
第三节 圆轴扭转时的变形与刚度计算	109
第四节 圆轴弯曲与扭转组合 变形的强度计算	111
第五节 圆轴的疲劳失效	115
习题	117
<b>第七章 压杆稳定</b>	122
第一节 压杆稳定的概念	122
第二节 压杆的稳定计算	123
习题	127

<b>第八章 提高零部件承载能力的措施</b>	129
第一节 提高零部件强度的措施	129
第二节 提高零部件刚度的措施	132
第三节 提高压杆稳定性的措施	133
第四节 提高零部件疲劳强度的措施	134
习题	135

## 第三篇 运动及动力分析初步

<b>第九章 点和刚体的基本运动</b>	136
第一节 点的运动	136
第二节 刚体的平移	139
第三节 刚体绕定轴转动	140

习题 .....	144		
<b>第十章 刚体绕定轴转动的动力</b>		<b>附录 A 实验</b> .....	164
<b>分析</b> .....	147	实验一 低碳钢和铸铁拉(压)力学	
<b>第一节 刚体绕定轴转动的动力分析</b> .....	147	性能测定实验 .....	164
<b>第二节 轴承的动反力和定轴转动</b>		实验二 梁弯曲正应力电测实验 .....	167
刚体的动应力 .....	149	实验三 低碳钢和铸铁的扭转破坏实验 .....	170
习题 .....	152	实验四 疲劳实验演示 .....	172
<b>第十一章 合成运动</b> .....	154	<b>附录 B 型钢表</b> .....	173
<b>第一节 点的合成运动</b> .....	154	<b>附录 C 习题答案</b> .....	176
<b>第二节 刚体的平面运动</b> .....	157	<b>参考文献</b> .....	181
习题 .....	160		

# 绪 论

## 一、机械工程中的力学问题

各种机械都是由许多不同的构件组成的。当机械工作时，这些构件将受到外力的作用。在外力作用下，构件可能静止，也可能改变原有的运动状态并发生变形，还可能被破坏。因此，构件的受力分析及其平衡条件、构件在外力作用下的变形规律及破坏条件、构件的运动规律及运动状态变化与外力的关系等，是机械工程中经常遇到的力学问题。

例如，图 0-1 所示生产车间的吊车系统，首先遇到的力学问题是，在确定的起吊重量下，大梁、减速箱、传动轴、联轴器各受哪些力作用以及这些力的大小。其次是在这些力的作用下，它们将产生哪些变形，这些变形对于吊车的正常工作会产生什么影响。此外，在突然起吊重物或突然制动时，重物又会产生何种运动以及这种运动对吊车系统的零部件将产生什么影响等。又如机械加工中的摇臂钻床，钻孔时将受到工件的作用，摇臂、立柱以及底座都要发生变形(图 0-2)。为了保证孔的加工精度，必须尽可能减小这种变形。那么，如何设计摇臂和立柱才能达到预期目的呢？

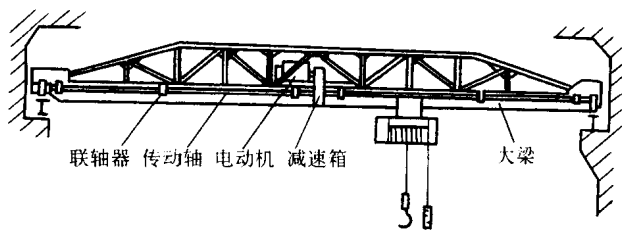


图 0-1

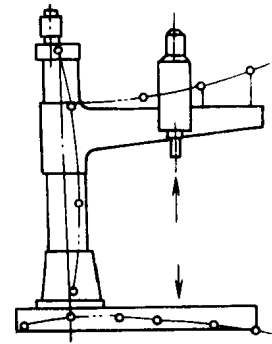


图 0-2

上述两例中的问题，是机械工程中常见的力学问题，本书将为分析和解决这些问题提供必要的理论基础和计算方法。

## 二、机械工程力学的内容和任务

“工程力学”包含着极其广泛的内容，本书所讨论的“工程力学”包含以下三部分内容：

(1) 物体静力分析 研究物体受力的分析方法及物体平衡时的受力规律，建立各种力系的平衡条件。

(2) 杆件的承载能力分析 研究杆件受力后的变形规律及承载能力——强度、刚度、稳定性。

(3) 刚体基本运动时的运动及动力分析 研究刚体平移及定轴转动规律，刚体运动状态的变化与作用在刚体上的力的关系。



工程力学的任务主要是为机械工程中简单构件的力学计算提供力学的基础理论、力学模型、准确有效的计算方法和实验技术。

### 三、课程的性质

机械工程力学是机械工程各专业的重要专业基础课，机械类专业的许多专业课(包括其他专业基础课)，都要用到本课程的知识。如“机械设计基础”课程中的机械传动部分，要对传动机械进行受力和运动分析；齿轮、蜗轮蜗杆、轴及联接件(螺栓和键)的设计内容，要应用强度、刚度的概念及计算方法；滚动轴承设计时还要进行疲劳强度计算。又如“机床夹具”课程中，在确定工件夹紧力时，要对工件进行受力分析，然后根据静力平衡方程计算理论夹紧力等等。

上述课程都要应用机械工程力学的知识、理论和计算方法，因而本课程的知识将为学习其他后继课程打下基础。

### 四、机械工程力学的研究对象及其力学模型

工程实际中的机械零部件种类繁多，根据其几何形状，可以简化分类为杆、板、壳、块。本课程主要研究杆状机械零部件——杆件。杆件的几何特征是：其纵向(长度方向)尺寸远大于横向(垂直于长度方向)尺寸。垂直于长度方向的截面称为**横截面**，各个横截面几何中心的连线称为**轴线**(图 0-3)。轴线是直线的杆为直杆，否则为曲杆(图 0-4)。各截面大小、形状相同的杆为等截面杆(图 0-5)。

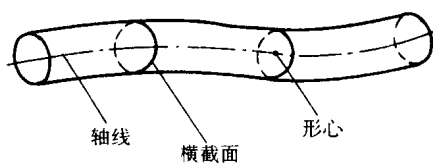


图 0-3

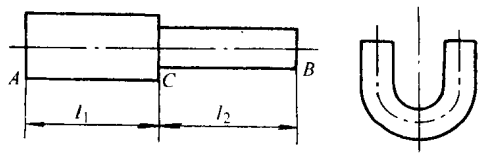


图 0-4

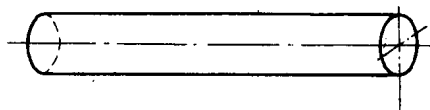


图 0-5

杆件受力后均要产生变形，但其变形对所研究的力学问题影响微小，可以忽略不计时，视为刚体，即**刚体**是在力的作用下不变形的物体；否则，杆件就是**变形体**。例如，一般的公路桥梁和厂房吊车梁在自重和载荷作用下，垂直梁长方向的最大变形量  $\delta_{\max}$  不许超过梁长  $l$  的  $1/500 \sim 1/700$ 。在计算梁两端的支承对梁的支承力时，就把上述两梁视为刚体；若要计算梁铅垂方向的变形及画变形曲线时，梁则视为变形体。

在“静力分析”中把物体视作刚体；而在“承载能力分析”中就需要将物体作为变形体研究。

# 第一篇 静力分析

本篇研究对象的力学模型是刚体，主要研究刚体机械运动的特殊情况——刚体平衡的规律。

物体的运动或静止，只有选择了另一个物体作为参考时才能确定。静力分析中的平衡，是指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动状态。如机床的床身、桥梁、作匀速直线运动的列车车厢等等，都处于平衡。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。

静力分析中，着重研究两个基本问题：

(1) 平衡零部件受力分析的方法。即选择平衡对象(受力体)，确定其受几个力，各力的作用位置、方向及施力物体。

(2) 应用平衡条件与平衡方程计算未知量的大小，其中将涉及力的作用效应的两个基本计算量，一个是力的投影，另一个是力对点之矩。

## 第一章 静力分析基础

本章介绍力、力系，力的投影，力矩与力偶，约束和约束力以及机械零部件的受力分析。

### 第一节 力、力系

#### 一、力的概念

人们在长期生活和生产实践中，建立了力的概念：力是物体间的相互机械作用。这种作用使物体运动状态发生改变，并使物体变形。前者称为运动效应(外效应)，后者称为变形效应(内效应)，力对刚体的作用只有运动效应(包括平行移动和转动)。

力对物体的作用效果取决于力的三要素：大小、方向和作用点。力的大小表示物体间相互作用的强弱；力的方向包括力的作用线方位和指向，反映了物体间相互作用的方向性；力的作用点表示物体相互作用的位置。力的单位为 N(牛[顿])。

对于刚体，力的大小、方向、作用点变为大小、方向、作用线，这种作用在刚体上的力沿其作用线滑移时的等效性质称为力的可传性，如图 1-1 所示。在变形体中，力沿作用线滑移，会改变它的变形效应。如图 1-2a 所示，可变形直杆受图示两力时，杆将拉长；而将 A、B 两点之力分别平移至 B、A 两点时，如图 1-2b 所示，杆将被压短。因此力的可传性原理对变形体不成立。由于力具有大小、方向和作用点，因而力是矢量。本书用黑体字母表示矢量，用明体字母表示它的大小。图示时，用有向线段的长度表示它的大小，其方位和指向代表力的方向，箭头(或箭尾)为力的作用点(图 1-3)。

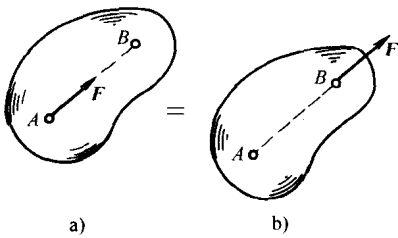


图 1-1

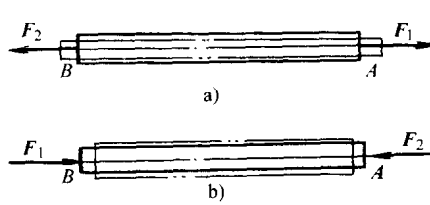


图 1-2

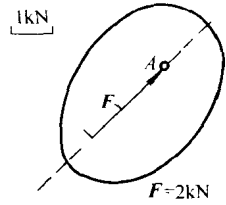


图 1-3

## 二、集中力和分布力

作用在杆件上的力可以简化为以下两种形式：

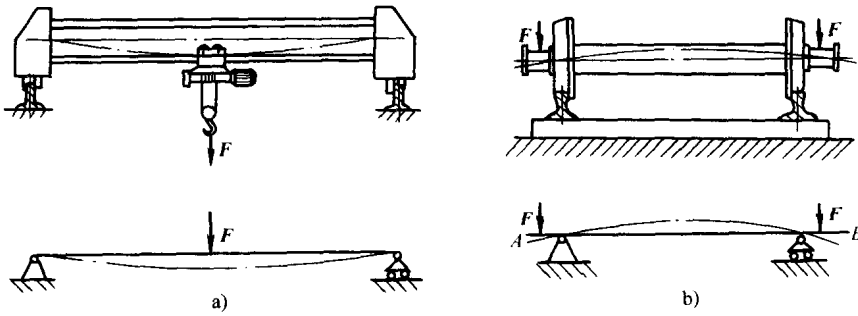


图 1-4

(1) 集中力。当力的作用范围远小于杆件长度时，可以认为作用于一一点，这种力称为**集中力**。例如，起重机大梁上的吊重(图 1-4a)、火车车厢对轮轴的压力(图 1-4b)等，都可简化为集中力。

(2) 分布力。当作用在杆件上的力分布在杆的全长或部分长度(该长度不可忽略)时，称为**分布力**。如果力均匀分布，称为**均布力**，用单位长度上的力(载荷集度) $q$ 来表示，其单位是  $N/m$  等。如桥式起重机大梁的自重即为均布力(图 1-5)。

## 三、力系

作用在一个物体上的一群力称为**力系**。

若两个力系对物体的作用效果相同，这两个力系称为**等效力系**。若一个力与一个力系等效，这个力称为该力系的**合力**，力系中每个力称为这个力的**分力**。

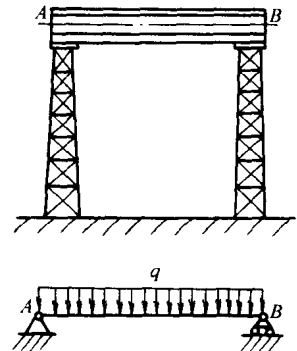


图 1-5

## 第二节 力在轴上的投影

### 一、力在直角坐标轴上的投影

设力  $F$  作用在物体上的  $A$  点，在力  $F$  作用线所在平面内，建立直角坐标系  $Oxy$  (图 1-6)。

过力  $F$  的起点  $A$ 、终点  $B$  分别向  $x$  轴作垂线，得垂足  $a$ 、 $b$ ， $ab$  的大小并冠以适当的正

负号,称为力  $F$  在  $x$  轴上的投影,记为  $F_x$ 。投影的正负规定为:从  $a$  到  $b$  的指向与坐标轴  $x$  正向相同时为正,反之为负。可见,图 1-6 所示力  $F$  在  $x$  轴上的投影为  $F_x = F \cos \alpha$ 。同理可得,力  $F$  在  $y$  轴上的投影为  $F_y = -F \sin \alpha$ 。

一般情况下,在直角坐标系  $Oxy$  中,若已知力  $F$  与  $x$  轴所夹的锐角为  $\alpha$ ,则力  $F$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影分别为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

图 1-6 所示的  $AC$ 、 $AD$  矢量为力  $F$  的分力  $F_x$ 、 $F_y$ 。在直角坐标系中,分力  $F_x$ 、 $F_y$  的大小,等于力  $F$  在同轴上投影  $F_x$ 、 $F_y$  的绝对值。但要注意,分力是矢量,投影是代数量,这是两个不同的概念。

**例 1-1** 已知  $F_1 = F_2 = F_3 = 200\text{N}$ ,如图 1-7 所示。求各力在  $x$  轴、 $y$  轴上的投影。

**解** 根据投影公式(1-1),求各力在  $x$  轴、 $y$  轴上的投影。

$$F_1: F_{1x} = F_1 \cos 0^\circ = F_1 = 200\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 0^\circ = 0$$

$$F_2: F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} F_2 \approx -173\text{N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 30^\circ = -\frac{F_2}{2} = -100\text{N}$$

$$F_3: F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -F_3 = -200\text{N}$$

通过以上计算可知:

- (1) 当力与轴平行(或重合)时,力在该轴上投影的绝对值等于这个力的大小。
- (2) 当力与轴垂直时,力在该轴上的投影等于零。

## 二、合力投影定理及其应用

### 1. 力的平行四边形法则

作用在物体上某一点的两个力,可以合成为作用在该点的一个合力,合力的大小和方向用这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定,这就是平行四边形法则,如图 1-8 所示,其矢量表达式为  $F_R = F_1 + F_2$ 。它总结了最简单力系的合成规律,其逆运算就是力的分解法则,它是简化复杂力系的基础。

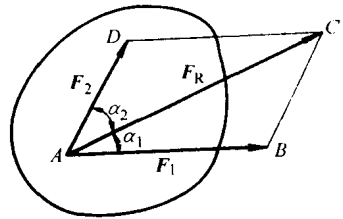


图 1-8

### 2. 合力投影定理

通常按各力作用线的分布情况,可把力系分为不同的类型。力系中各力的作用线在同一平面内,称为平面力系;不在同一平面内的力系,称为空间力系。在这两类力系中,若各力的作用线汇交于一点,称为汇交力系;若各力的作用线互相平行,称为平行力系;若各力的作用线既不完全汇交也不完全平行,称为一般力系。本章只研究平面力系。

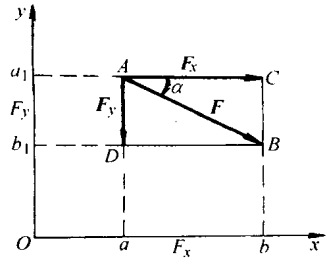


图 1-6

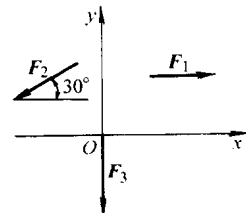


图 1-7

图 1-9a 所示的悬臂吊车，吊钩  $D$  处受一平面汇交力系的作用(图 1-9b)；重物  $E$  受一平面平行力系的作用(图 1-9c)；横梁  $AB$  受一平面一般力系的作用(图 1-9d)。

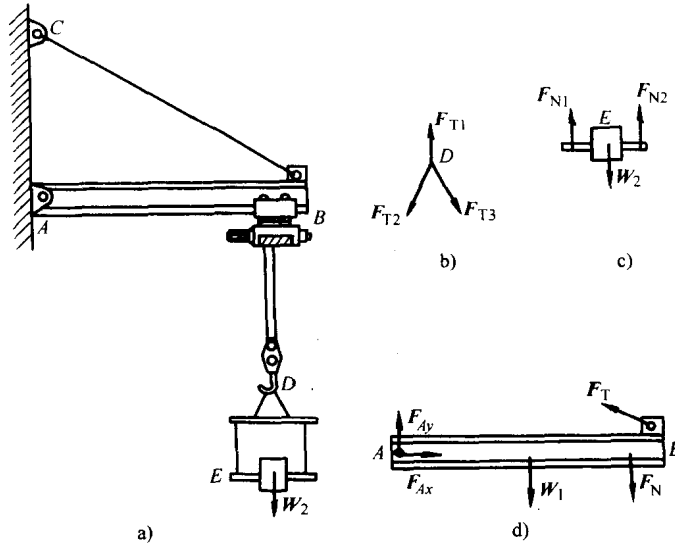


图 1-9

利用力的可传性，把平面汇交力系  $F_1, F_2, \dots, F_n$  的各力移到汇交点(图 1-10a)，任意两个力应用平行四边形法则，可以合成为过两力作用线交点的合力，连续应用平行四边形法则，可以得到一个过各力作用线交点的合力(图 1-10b)。这个合力与各分力的矢量关系为

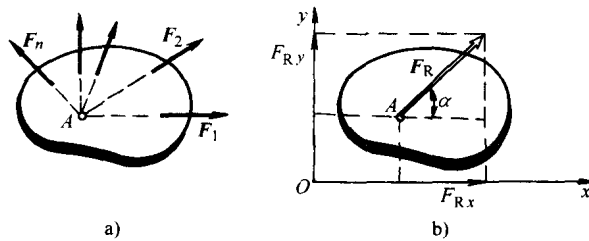


图 1-10

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \Sigma \mathbf{F}$$

两边同时向  $x$  轴、 $y$  轴投影，则

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \Sigma F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \Sigma F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

上式即合力投影定理：合力在坐标轴上的投影，等于各分力在同一轴上投影的代数和。合力投影定理虽然是由平面汇交力系推出，但适用于任何力系。

由合力投影定理，可以求出平面汇交力系的合力。若刚体上作用一已知的平面汇交力系  $F_1, F_2, \dots, F_n$ ，根据合力投影定理，可得  $F_{Rx}$  和  $F_{Ry}$ (图 1-10b)，则合力的大小和方向为

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{(F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2)} \\ \tan \alpha &= |F_{Ry} / F_{Rx}| \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中  $\alpha$  表示合力  $F_R$  与  $x$  轴所夹的锐角, 具体指向可由  $F_{Rx}$  和  $F_{Ry}$  的正负确定。

**例 1-2** 如图 1-11a 所示, 吊钩受  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三个力的作用。若  $F_1 = 732\text{N}$ ,  $F_2 = 732\text{N}$ ,  $F_3 = 2000\text{N}$ 。试求合力的大小和方向。

**解** (1) 建立图 1-11a 所示平面直角坐标系。

(2) 根据力的投影公式, 求各力在  $x$  轴、 $y$  轴上的投影。

$$F_{1x} = 732\text{N}$$

$$F_{2x} = 0$$

$$F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -2000 \times (\sqrt{3}/2)\text{N} = -1732\text{N}$$

$$F_{1y} = 0$$

$$F_{2y} = -732\text{N}$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 30^\circ = -2000 \times 0.5\text{N} = -1000\text{N}$$

(3) 由合力投影定理求合力。

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (732 + 0 - 1732)\text{N} = -1000\text{N}$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (0 - 732 - 1000)\text{N} = -1732\text{N}$$

则合力的大小为:

$$F_R = \sqrt{(F_{Rx})^2 + (F_{Ry})^2} = \sqrt{(-1000)^2 + (-1732)^2}\text{N} = 2000\text{N}$$

由于  $F_{Rx}$ 、 $F_{Ry}$  均为负, 则合力  $F_R$  指向左下方(图 1-11b), 与  $x$  轴所夹锐角  $\alpha$  为

$$\tan \alpha = |F_{Ry}/F_{Rx}| = |(-1732)/(-1000)| = 1.732$$

$$\alpha = 60^\circ$$

**例 1-3** 如图 1-12a 所示, 重力为  $50\text{N}$  的球用与斜面平行的绳  $AB$  系住, 静止在与水平面成  $30^\circ$  的斜面上。已知绳子的拉力  $F_T = 25\text{N}$ , 斜面对球的支持力  $F_N = 25\sqrt{3}\text{N}$ , 试求该球所受的合外力的大小。

**解法一** 建立直角坐标系  $Oxy$ , 如图 1-12b 所示。

$$F_{Rx} = \sum F_x = F_{Nx} + W_x + F_{Tx} = -F_N \cos 60^\circ + 0 + F_T \cos 30^\circ = (-25 \times \sqrt{3} \times 1/2 + 0 + 25 \times \sqrt{3}/2)\text{N} = 0$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_{Ny} + W_y + F_{Ty} = F_N \sin 60^\circ - W + F_T \sin 30^\circ = (25 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}/2 - 50 + 25 \times 1/2)\text{N} = 0$$

显然

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 0$$

**解法二** 建立直角坐标系  $Ox'y'$ , 如图 1-12c 所示。

$$F_{Rx'} = \sum F_{x'} = F_{Nx'} + W_{x'} + F_{Tx'} = 0 - W \cos 60^\circ + F_T = (0 - 50 \times 1/2 + 25)\text{N} = 0$$

$$F_{Ry'} = \sum F_{y'} = F_{Ny'} + W_{y'} + F_{Ty'} = F_N - W \sin 60^\circ + 0 = (25 \times \sqrt{3} - 50 \times \sqrt{3}/2 + 0)\text{N} = 0$$

显然

$$F_{R'} = \sqrt{F_{Rx'}^2 + F_{Ry'}^2} = 0$$

由本例可知, 所选坐标轴不同, 力系合成的结果是一样的, 但繁简程度不同。解题时, 将坐标轴尽可能多地选取在与力垂直或平行的方向, 可简化运算过程。

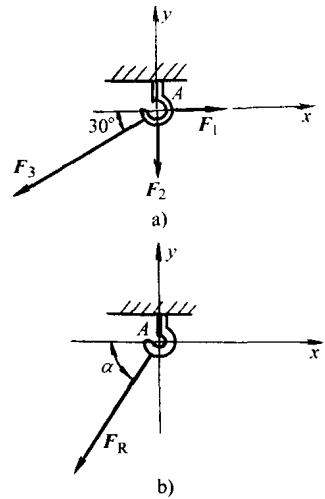


图 1-11

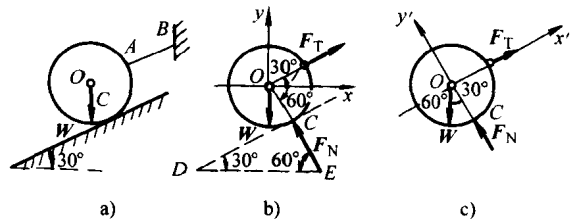


图 1-12

### 第三节 力矩和力偶

力对刚体的运动效应,除移动效应外,还有转动效应。力对刚体的转动效应用什么描述呢?

#### 一、力对点之矩

##### 1. 力矩的概念

如图 1-13 所示,用扳手拧螺母时,力  $F$  使扳手绕螺母中心  $O$  点的转动效应,不仅与力  $F$  的大小成正比,而且与  $O$  点到力  $F$  的作用线的垂直距离  $d$  成正比。因此规定,用力的大小  $F$  与  $d$  的乘积度量力  $F$  使扳手绕  $O$  点的转动效应,称为力  $F$  对  $O$  点之矩,简称力矩,用符号  $M_O(F)$  表示。即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-4)$$

式中,  $O$  点称为“矩心”,  $d$  称为“力臂”。在平面图形(图 1-13)中,矩心为一点,实际上它表示过该点垂直于平面的轴线,在图 1-13 中即为螺栓轴线。力矩的正负规定为:力使物体绕矩心逆时针方向转动时,力矩为正;反之为负。

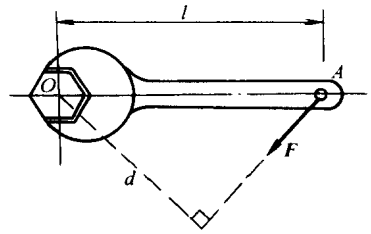


图 1-13

可见,在平面问题中,力对点之矩包含力矩的大小和转向(以正负表示),因此,力矩为代数量。前者度量力使物体产生转动效应的大小,后者表示转动方向。力矩的单位是  $N \cdot m$ 。

由力矩的定义式可知,力矩有下列性质:

- (1) 力对矩心之矩,不仅与力的大小和方向有关,而且与矩心位置有关。
- (2) 力沿其作用线滑移时,力对点之矩不变。因为此时力与力臂均未改变。
- (3) 当力的作用线通过矩心时,力矩为零。因为此时力臂为零。

**例 1-4** 大小相等的三个力,以不同的方向加在扳手的  $A$  端,如图 1-14a、b、c 所示。若  $F = 100N$ ,其他尺寸如图所示。试求三种情形下力  $F$  对  $O$  点之矩。

**解** 三种情形下,虽然力的大小、作用点均相同,矩心也相同,但由于力的作用线方向不同,因而力臂不同,所以力对  $O$  点之矩也不同。

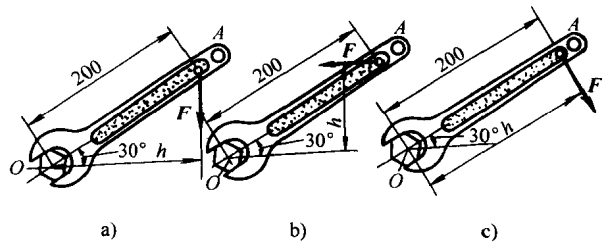


图 1-14

对于图 1-14a 中的情况,力臂  $d = 200\cos 30^\circ \text{mm}$ ,故力对  $O$  点之矩为

$$M_O(F) = -Fd = -100 \times 200 \times 10^{-3} \cos 30^\circ \text{N} \cdot \text{m} = -17.3 \text{N} \cdot \text{m}$$

对于图 1-14b 中的情况,力臂  $d = 200\sin 30^\circ \text{mm}$ ,故力对  $O$  点之矩为

$$M_O(F) = Fd = 100 \times 200 \times 10^{-3} \sin 30^\circ \text{N} \cdot \text{m} = 10 \text{N} \cdot \text{m}$$

对于图 1-14c 中的情况,力臂  $d = 200 \text{mm}$ ,故力对  $O$  点之矩为

$$M_O(F) = -Fd = -100 \times 200 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m} = -20 \text{N} \cdot \text{m}$$

可见,三种情形中,以图 1-14c 中的力对  $O$  点之矩数值最大,这与实践是一致的。

## 2. 合力矩定理

设图 1-15 中 A 点上作用力  $F_1$ 、 $F_2$ ，且  $F_R = F_1 + F_2$ ，可以证明

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2)$$

对于由  $n$  个力  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  组成的汇交力系，上式同样成立。即

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \dots + M_O(F_n) = \sum M_O(F_i) \quad (1-5)$$

式(1-5)表明，平面汇交力系的合力对平面内任意一点之矩，等于力系中所有分力对同一点之矩的代数和，此关系称为合力矩定理。这个定理对任何力系均成立。

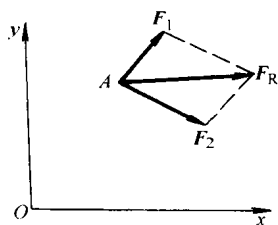


图 1-15

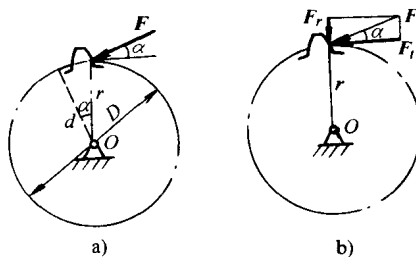


图 1-16

**例 1-5** 如图 1-16a 所示，圆柱齿轮的齿面受一压力角  $\alpha = 20^\circ$  的法向压力  $F$ ， $F = 1\text{kN}$ ，齿轮分度圆直径  $D = 60\text{mm}$ ，试求力  $F$  对轴心  $O$  之矩。

**解法一** 按力对点之矩的定义式求。由图 1-16a 可得

$$d = r \cos \alpha = (D/2) \cos \alpha = \frac{60}{2} \times 10^{-3} \cos 20^\circ \text{m} = 28.2 \times 10^{-3} \text{m}$$

由式(1-4)得

$$M_O(F) = Fd = 1 \times 10^3 \times 28.2 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m} = 28.2 \text{N} \cdot \text{m}$$

**解法二** 按合力矩定理求。将  $F$  沿分度圆的切向和法向分解(图 1-16b)

$$F_\tau = F \cos \alpha$$

$$F_r = F \sin \alpha$$

$$M_O(F) = M_O(F_\tau) + M_O(F_r)$$

显然

$$M_O(F_r) = 0 \quad (F_r \text{ 通过 } O \text{ 点, 力臂为零})$$

因此

$$M_O(F) = M_O(F_\tau) = F \cos \alpha r$$

$$= 1 \times 10^3 \cos 20^\circ \times 30 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m} = 28.2 \text{N} \cdot \text{m}$$

**例 1-6** 图 1-17 所示货箱在图示位置时，已知推力  $F = 100\text{N}$ ，尺寸  $a = 1\text{m}$ ， $b = 2\text{m}$ ，倾角  $\alpha = 30^\circ$ 。试求推力  $F$  对 A 点之矩。

**解** 此题力臂没有直接给出，可将推力  $F$  正交分解，用合力矩定理求力矩，如图 1-17 所示。

$$F_1 = F \cos \alpha$$

$$F_2 = F \sin \alpha$$

$$M_A(F) = M_A(F_1) + M_A(F_2) = -F \cos \alpha b - F \sin \alpha a$$

$$= (-100 \times 0.866 \times 2 - 100 \times 0.5 \times 1) \text{N} \cdot \text{m} = -223 \text{N} \cdot \text{m}$$

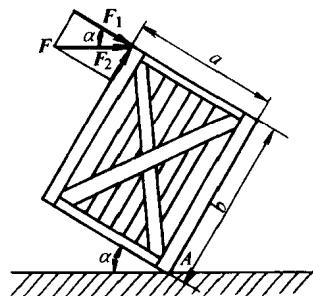


图 1-17



## 二、力偶

### 1. 力偶的概念

汽车司机用双手转动方向盘(图 1-18a)、钳工用铰杠和丝锥加工螺纹孔(图 1-18b)时,都作用了大小相等、方向相反、不共线的两个力。我们把大小相等、方向相反、不在同一直线上的两个力组成的力系称为力偶(图 1-19),记为 $(F, F')$ 。物体作用两个或两个以上力偶时,这些力偶组成力偶系。

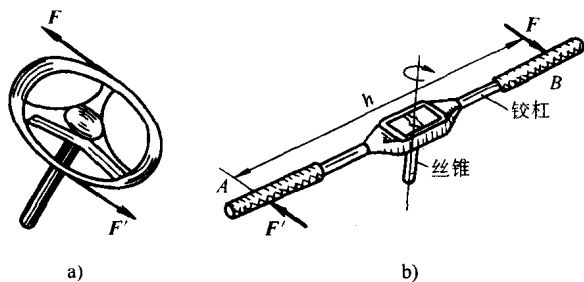


图 1-18

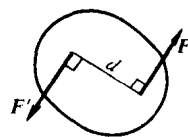


图 1-19

力偶中两力作用线所确定的平面称为力偶作用面,两力作用线之间的垂直距离  $d$  称为力偶臂。

由实践经验可知,由于力偶中两力不作用在一条直线上,因此两个力不能平衡,且力偶对刚体只产生转动效应。

力偶使刚体产生的转动效应,用其中一个力的大小和力偶臂的乘积来度量,称为力偶矩,记为  $M$  或  $M(F, F')$ 。考虑到物体的转向,力偶矩可写成:

$$M = \pm Fd \quad (1-6)$$

力偶矩的正负规定与力矩正负规定一致,即使物体逆时针方向转动的力偶矩为正;反之为负(图 1-20)。

在平面问题中,力偶矩也是代数量。力偶矩的单位与力矩单位相同,即  $N \cdot m$ 。

### 2. 力偶的性质

根据力偶的概念可以证明,力偶具有以下性质:

(1) 力偶在其作用面上任一轴的投影为零。

证明:设在刚体上作用一力偶 $(F, F')$ ,  $F$  或  $F'$  与任意轴  $x$  的夹角为  $\alpha$ , 如图 1-21 所示。这两个力在轴上的投影之和为

$$\Sigma F_x = F \cos \alpha - F' \cos \alpha = 0 \quad \text{证毕}$$

因为力偶对物体的作用不能用一个力等效替换,所以力偶不能用一个力来平衡,即力偶无合力。力偶能用另一力偶来平衡,因而力偶和力是组成力系的两个基本物理量。

(2) 力偶对其作用面上任一点之矩,与矩心位置无关,恒等于力偶矩。

证明:如图 1-22 所示,设在刚体上作用一力偶 $(F, F')$ ,其力偶臂为  $d$ 。在其作用面内任取一点  $O$  为矩心,设  $O$  点与  $F'$  作用线之间的垂直距离为  $x$ ,则力  $F$  与  $F'$  对  $O$  点的力矩

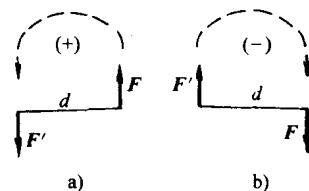


图 1-20