

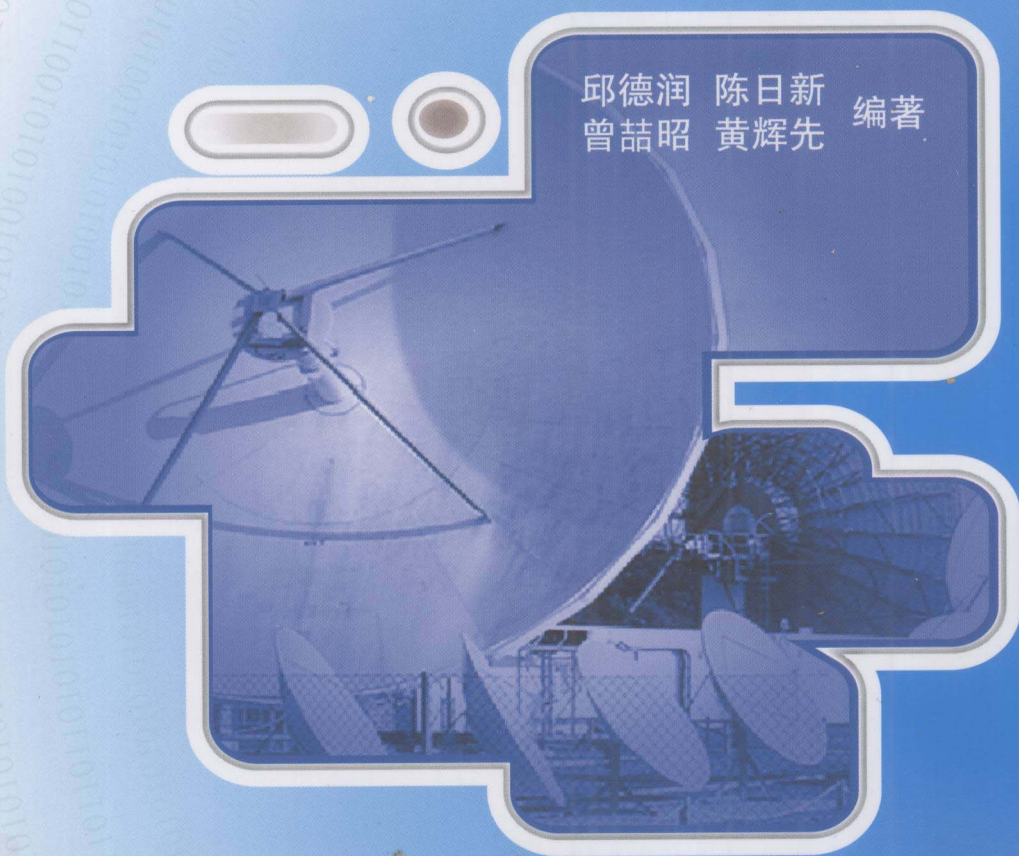


21世纪全国本科院校电气信息类**创新型**应用人才培养规划教材

信号、系统与amp;控制理论

[下册]

邱德润 陈日新 编著
曾喆昭 黄辉先



送
课件

赠送
教学参考
资料



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材

信号、系统与控制理论(下册)

邱德润 陈日新 编著
曾喆昭 黄辉先



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

目 录

下 册

第 8 章 系统的校正与设计 457

章节知识框架 457

教学目的与要求 457

导入案例 458

8.1 系统校正与设计概述 458

8.1.1 系统校正与设计的基本步骤 458

8.1.2 系统校正与设计的性能指标 459

8.1.3 系统校正的方式、方法和控制规律 460

8.2 常用校正装置及其特性 463

8.2.1 无源校正装置 463

8.2.2 有源校正装置 467

8.3 串联校正装置的频域设计 468

8.3.1 超前校正的设计 469

8.3.2 滞后校正的设计 470

8.3.3 滞后—超前校正的设计 472

8.4 反馈校正 474

8.4.1 反馈校正的主要作用 ... 474

8.4.2 反馈校正设计举例 477

8.5 复合校正 478

8.5.1 按输入补偿的复合校正 ... 479

8.5.2 按干扰补偿的复合校正 ... 481

8.6 根轨迹法在系统校正中的应用 482

8.6.1 用根轨迹法设计超前校正 482

8.6.2 用根轨迹法设计滞后校正 484

8.7 MATLAB 在系统校正设计中的应用 487

8.7.1 MATLAB 概述 487

8.7.2 MATLAB 相关函数介绍 487

8.7.3 MATLAB 在根轨迹校正设计中的应用 489

8.7.4 MATLAB 在频率响应校正设计中的应用 492

本章小结 496

习题 8 498

第 9 章 非线性控制系统的分析 500

章节知识框架 500

教学目的与要求 500

导入案例 501

9.1 典型非线性特性及其对系统性能的影响 501

9.2 非线性控制系统的分析方法 504

9.2.1 相平面法 505

9.2.2 非线性控制系统的相平面分析 512

9.2.3 描述函数法 517

9.2.4 用描述函数法分析非线性系统 523

本章小结 528

习题 9 530

下篇 现代分析方法

第 10 章 状态空间分析法 534

章节知识框架 534



教学目的与要求	535	10.5 线性定常系统的综合	629
导入案例	535	10.5.1 反馈控制系统的基本 结构及其特性	629
10.1 系统的状态空间描述	535	10.5.2 闭环系统的极点配置	631
10.1.1 系统的状态空间 表达式	535	10.5.3 状态观测器及其实现	646
10.1.2 状态空间表达式的 建立	538	10.5.4 带观测器的状态反馈 系统	656
10.2 系统状态方程的求解	553	本章小结	660
10.2.1 连续时间系统状态方程 的求解	553	习题 10	661
10.2.2 离散时间系统状态方程的 求解	563	第 11 章 最优控制	668
10.2.3 线性连续时间系统的 离散化	567	章节知识框架	668
10.2.4 基于 MATLAB 环境下的 控制系统仿真	569	教学目的与要求	668
10.3 线性控制系统的能控性和 能观性	571	导入案例	668
10.3.1 能控性及其判定	571	11.1 概述	669
10.3.2 能观性及其判定	575	11.2 最优控制的变分法	670
10.3.3 能控性与能观性的 对偶关系	578	11.2.1 泛函的定义	670
10.3.4 能控标准型与能观 标准型	579	11.2.2 泛函极值的定义	670
10.3.5 线性系统的结构分解	585	11.2.3 泛函的变分	671
10.3.6 能控性和能观性与传递 函数矩阵之间的关系	594	11.2.4 泛函的极值	671
10.3.7 传递函数矩阵的实现	596	11.2.5 端点固定时的 Euler 方程	671
10.3.8 MATLAB 环境下的 能控性与能观性分析	604	11.2.6 矢量情况	673
10.4 稳定性与李亚普诺夫方法	605	11.2.7 连续系统最优控制	673
10.4.1 李亚普诺夫稳定性 定义	606	11.3 有约束最优控制的极小值原理	674
10.4.2 李亚普诺夫第一法	609	11.4 动态规划	676
10.4.3 李亚普诺夫第二法	611	11.5 线性二次型最优控制	679
10.4.4 线性系统李亚普诺夫 稳定性分析	617	11.5.1 有限时间状态调节器 问题	679
10.4.5 非线性系统李亚普诺夫 稳定性分析	621	11.5.2 无限时间输出调节器 问题	680
		11.5.3 线性定常调节器问题	681
		11.6 应用 MATLAB 解线性二次型 最优控制问题	682
		本章小结	686
		习题 11	687
		8~11 章部分习题参考答案	688
		参考文献	694



- ✓ 熟悉系统校正的方式、方法和控制规律;
- ✓ 熟悉串联校正装置、特性及其频率设计方法,包括超前、滞后与滞-超校正的设计;
- ✓ 熟悉反馈校正的形式、作用与设计方法;
- ✓ 熟悉附加前置校正与附加干扰补偿两种复合校正;
- ✓ 了解系统校正与设计的性能指标;
- ✓ 了解根轨迹在系统校正中的应用;
- ✓ 了解 MATLAB 在系统校正中的应用。



导入案例

案例一:

在一般系统的原理框图中,被控对象是系统的不可变部分,不允许引入校正装置;而控制器则是系统的可变部分,允许引入校正装置;因此,按照校正装置与原系统的连接方式的不同,可分为串联校正、反馈校正、前馈校正和复合校正4种方式;如果系统对控制精度和稳定性能的要求都比较高,或者系统对于性能指标的要求难以满足时,认真做好系统可变部分的校正与设计工作,就能使原系统的性能得到充分的补偿和改善。

案例二:

PID 控制规律是一种由比例+积分+微分基本控制规律组合而成的复合控制规律,具有比例加积分加微分控制规律的控制器的称为 PID 控制器;PID 控制器可以同时改善系统的稳态性能与动态性能,所以,在工程上广泛应用 PID 控制器作为串联校正装置。

案例三:

串联校正与反馈校正虽然可以解决许多实际控制问题,但是存在两种矛盾,即:系统稳态精度与稳定性的矛盾以及抗高频干扰与快速性的矛盾;复合校正是在原系统的主回路之外接入校正装置,通过对给定输入或干扰信号的整形、变换、滤波而产生补偿作用,能有效解决这两种矛盾;具体而言:按输入补偿的复合校正主要是解决稳态精度与稳定性的矛盾,而按干扰补偿的复合校正则主要解决抗高频干扰与快速性的矛盾。

下面,我们将对系统校正与设计的有关知识进行学习。

8.1 系统校正与设计概述

8.1.1 系统校正与设计的基本步骤

为了完成给定的任务,需要通过系统的校正与设计以建立一个符合要求的实际系统;系统的校正与设计工作,既要有理论指导,也要有实践经验,还要配合许多局部和整体的模拟试验。

系统校正与设计的基本过程一般包括以下三步:

(1) 根据给定任务的要求,明确具体的性能指标。性能指标的确定是系统校正与设计的依据,既要考虑给定任务的圆满完成,又要从工程实际出发,考虑可行性与经济效益;



性能指标的确定经常需要同时使用时域和频域两种指标,需要在考察原系统性能的基础上进行。

(2) 根据性能指标要求,初步确定系统校正与设计的方案。初步方案的确定至关重要,主要包括系统控制规律的确定、有关控制器的确定及元器件的选定,然后画出满足这个控制规律的原理框图,建立系统的数学模型。

(3) 对初步方案进行多次模拟试验与改进。如果按初步方案构成的系统在模拟试验中不能满足或不能全部满足性能指标的要求时,或者系统校正与设计的方案有多种选择时,就需要经过分析、比较、修改、完善的多次反复,最终得到全面满足设计要求的较好方案。

图 8.1-1 是系统校正的示意图。在图 8.1-1 中,图 8.1-1(a)为原系统的框图,其中被控对象是原系统的不可变部分,而控制器则是原系统的可变部分,允许引入校正装置;图 8.1-1(b)则是对原系统引入几种常用校正后的示意图。

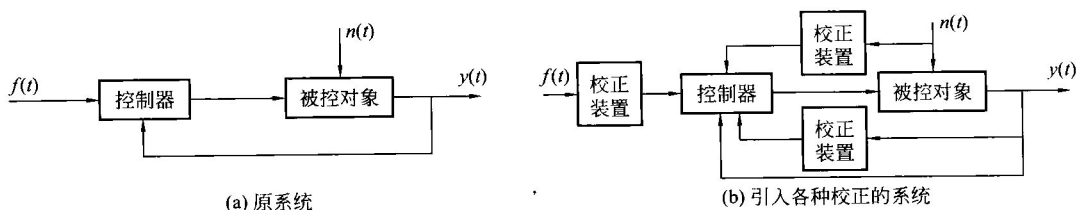


图 8.1-1 系统校正的示意图

当然,如果构成原系统的控制对象和控制规律比较简单,性能指标的要求也不高,通过适当调整控制器的放大倍数就能满足性能指标的要求时,就不必专门进行系统的校正与设计。

但在许多情况下,仅靠调整放大倍数并不能充分改善系统的性能;而且,增加系统的开环放大倍数虽然可以提高系统的控制精度,但是也会降低系统的相对稳定性,甚至使系统不稳定;因此,对于控制精度和稳定性能要求都比较高的系统,对于难以满足性能指标要求的系统,要想使原系统的性能得到充分的改善和补偿,就应该认真做好系统的校正与设计工作。

8.1.2 系统校正与设计的性能指标

通常,系统的时域性能指标是以单位阶跃响应的稳态误差 e_{ss} 、峰值时间 t_p 、超调量 $\sigma\%$ 和过渡时间 t_s 等给出;时域性能指标在应用根轨迹法进行校正与设计时是比较方便的;但是,在实际工作中,应用频率特性法进行校正与设计往往更加广泛;而频域性能指标则是以相位裕度 γ 、幅值裕度 K_g 、谐振峰值 M_r 、谐振角频率 ω_r 和带宽 ω_b 等给出;也就是说,系统性能指标的确定经常需要同时使用时域和频域两种指标;因此,需要建立这两种性能指标之间的相互关系。由第 6 章 6.2.11 可知,有如下关系成立。

1. 二阶系统频域指标与时域指标的关系

$$\text{谐振峰值} \quad M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (\xi \leq 0.707) \quad (8.1-1)$$



$$\text{谐振频率} \quad \omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (\xi \leq 0.707) \quad (8.1-2)$$

$$\text{带宽频率} \quad \omega_b = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}} \quad (8.1-3)$$

$$\text{截止频率} \quad \omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1 + 4\xi^4} - 2\xi^2} \quad (8.1-4)$$

$$\text{相位裕度} \quad \gamma = \arctan \frac{\xi}{\sqrt{\sqrt{1 + 4\xi^4} - 2\xi^2}} \quad (8.1-5)$$

$$\text{超调量} \quad \sigma\% = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% \quad (8.1-6)$$

$$\text{调整时间} \quad t_s = \frac{3.5}{\xi\omega} \quad (\pm 5\% \text{误差带}) \quad (8.1-7)$$

2. 高阶系统频域指标与时域指标的关系

$$\text{谐振峰值} \quad M_r = \frac{1}{\sin\gamma} \quad (8.1-8)$$

$$\text{超调量} \quad \sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \quad (1 \leq M_r \leq 1.8) \quad (8.1-9)$$

$$\text{调整时间} \quad t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c} \quad (8.1-10)$$

式(8.1-10)中 $K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \quad (1 \leq M_r \leq 1.8)$ 。

8.1.3 系统校正的方式、方法和控制规律

1. 系统校正的方式

按照校正装置与原系统连接方式的不同,可分为串联、反馈、前馈和复合校正4种。

串联校正装置一般接在系统的前向通道中,如图8.1-2所示。对于体积小、质量轻、容量小的校正装置(如电器装置),一般加在系统信号容量不大、功率小的地方,即比较靠近输入信号的前向通道中;而对于体积、质量、容量较大的校正装置(如机械、液压、气动装置等),常加在信号功率较大的部位,即串接在比较靠近被控制对象的前向通道中。

反馈校正一般作为原系统的局部负反馈回路接入,即通过校正装置对原系统前向通道中的一个或几个环节形成负反馈,图8.1-3为反馈校正的示意图。由于反馈校正装置的输入信号是取自原系统的输出端或原系统前向通道中某个环节的输出端,信号功率比较大,所以,在校正装置中不需要设置放大电路;此外,反馈校正还可以消除参数波动对系统性能的影响。

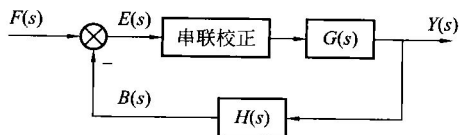


图 8.1-2 串联校正

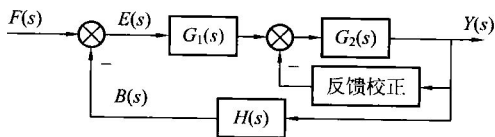


图 8.1-3 反馈校正

前馈校正也叫顺馈校正,是在原系统的主回路之外接入,能够对给定输入信号产生整形、变换或滤波的作用,或者对干扰信号产生补偿作用,如图8.1-4所示。前馈校正可以单独作用于开环系统,也可以作为闭环系统的附加校正组成复合控制系统。

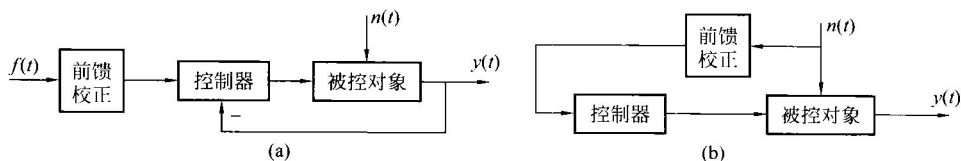


图 8.1-4 两种前馈校正

复合校正则是在反馈控制回路中，加入前馈校正通路，构成一个整体，如图 8.1-5 所示。

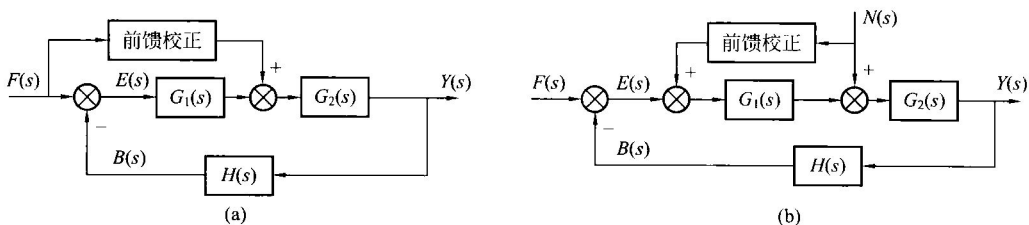


图 8.1-5 两种复合校正

虽然这 4 种校正与系统的连接方式不同，但都可以达到改善系统性能的目的；而且通过等效变换，还可以从一种结构图变换成另一种等效的结构图，这种等效性决定了系统校正与设计的非唯一性。因此，在工程应用中究竟采用哪一种校正方案，需要综合考虑系统中的信号性质、技术实现的可行性、方便性、抗干扰性以及可提供的元器件等因素。

2. 系统校正的方法

校正方式确定之后，接下来就要进一步确定校正装置的结构与参数，进行校正装置的设计。校正装置的设计有“分析法”与“综合法”两种常用的方法。

分析法又称为试探法。分析法要求设计者首先根据经验确定校正方案，然后根据性能指标的要求，有针对性地选择某一种类型的校正装置，通过分析和计算求出校正装置的参数。分析法的设计结果必须经过验算：若验算结果不能满足全部性能指标，则需重新调整参数，甚至重新选择校正装置、重新分析和计算，直至全部满足性能指标为止。分析法的本质是试探法。

分析法的优点是校正装置比较简单、容易实现，所以在工程上得到了广泛应用。

综合法又称为期望特性法。综合法首先根据性能指标的要求，按照二阶或三阶最佳模型构造中频段的期望频率特性，处理好与原系统低、高频段的衔接，然后通过原系统特性和期望特性的比较，并确定校正装置的特性及参数，最终使校正后的系统特性与期望特性一致。二阶最佳模型的传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ ，其中 $K = \omega_c$ 、 $\frac{1}{T} = 2\omega_c$ ，

对应 $\zeta = 0.707$ 、 $\sigma\% \approx 4.3\%$ 、 $t_s \approx \frac{3}{\omega_n}$ 、 $\gamma = 65.5^\circ$ ，

二阶最佳模型的频率特性如图 8.1-6 所示。

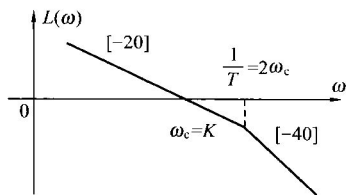


图 8.1-6 二阶最佳模型

综合法的思路清晰,操作简单,但综合法得到的校正装置数学模型往往很复杂,难以实现。尽管如此,综合法对校正装置的选择仍然具有很好的指导作用。

无论是分析法还是综合法,其设计过程一般仅适用于最小相位系统。

3. 基本控制规律

校正装置的设计,从某种意义上说就是设计控制器。对于闭环控制系统,给定信号与反馈信号比较后产生的误差信号是最基本的控制信号,让误差信号先通过控制器进行某种运算,可得到需要的控制规律,从而提高系统的控制性能。

1) P 控制(比例控制)规律

P 控制器即比例控制器,其传递函数为 $G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p$ (8.1-11)

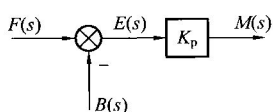


图 8.1-7 P 控制器

P 控制器如图 8.1-7 所示。 K_p 即比例控制器,是一个具有可调放大系数的放大器。

在控制系统中引入比例控制器,可增大比例系数、减小稳态误差、提高系统的快速性,但是会降低系统的稳定性,因此,工程设计中一般很少单独使用比例控制器。

2) PD 控制(比例+微分)规律

具有比例加微分控制规律的控制器称为 PD 控制器,其传递函数为

$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = (1 + T_d s) K_p \quad (8.1-12)$$

PD 控制器如图 8.1-8 所示。

由式(8.1-12)有 $G_c(j\omega) = (1 + T_d j\omega) K_p$ 及 $\angle G_c(j\omega) = \arctan(T_d \omega/1) > 0$, 可见 PD 控制器不仅可增大比例系数,还具有使输出信号超前于输入信号相位的特性,能产生“超前控制”的作用。

因此 PD 控制器又称为超前校正或微分校正。在工程实践中,可应用 PD 控制器来改善系统的平稳性、提高系统的快速性、增加系统的稳定裕度,但是会降低系统的抗高频干扰能力。

3) PI 控制(比例+积分)规律

具有比例加积分控制规律的控制器称为 PI 控制器,其传递函数为

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (8.1-13)$$

式(8.1-13)中, T_i 是积分时间常数,为讨论方便,可令比例系数 $K_p = 1$, 则有

$$G_c(j\omega) = 1 + \frac{1}{T_i j\omega} = \frac{T_i j\omega + 1}{T_i j\omega} \text{ 及 } \angle G_c(j\omega) = -\arctan T_d \omega < 0,$$

PI 控制器如图 8.1-9 所示。

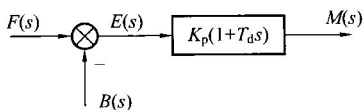


图 8.1-8 PD 控制器

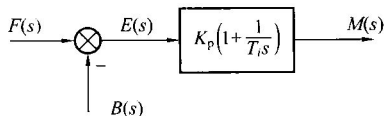


图 8.1-9 PI 控制器



可见 PI 控制器不仅可增大比例系数,还具有产生滞后相位的特性,因此 PI 控制器又称为滞后校正或积分校正。在工程实践中,可应用 PI 控制器来提高系统的型别,改善系统的稳态性能;虽然积分产生的滞后相位可能使系统稳定性下降,但因开环零点的同时引入可以弥补积分环节对系统稳定性的不利影响,因此,PI 控制对系统动态性能的影响并不大。

4) PID 控制(比例+积分+微分)规律

PID 控制规律是一种由比例+积分+微分基本控制规律组合而成的复合控制规律。PID 控制兼有上述三个单独控制规律的优点。具有比例加积分加微分控制规律的控制器称为 PID 控制器,如图 8.1-10 所示。PID 控制器的传递函数为

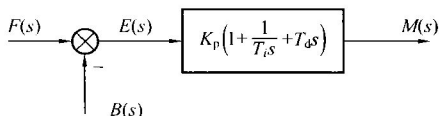


图 8.1-10 PID 控制器

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s} \\ &= \frac{K_p (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s} \end{aligned} \quad (8.1-14)$$

式(8.1-14)中,当 $T_i > T_d$ 时, PID 控制器在低频段起积分作用,而在中频段则起微分作用;若 $4T_d/T_i < 1$, 则有 $T_1 = \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4T_d}{T_i}} \right) > T_2 = \frac{T_i}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T_d}{T_i}} \right)$ 。

由式(8.1-14)可知,只要合理选择积分时间常数 T_i 与微分时间常数 T_d , PID 控制器中的 0 极点就可以使系统的型别提高一级,使系统的稳态性能改善;而另外两个负实数零点,则可以改善系统的动态性能。也就是说, PID 控制器可以同时改善系统的稳态性能与动态性能;所以,将 PID 控制器作为串联校正装置,得到了广泛的工程应用。

8.2 常用校正装置及其特性

实际的校正装置可以是电气的、气动的、液压的、机械的等,由于电气元件具有体积小、质量轻、调整方便等特点,故在工业控制系统中占有主导地位,下面将主要介绍几种常用无源校正装置的电路形式、传递函数、频率特性及应用,并且在此基础上进一步给出常用有源校正装置的具体电路、传递函数和频率特性曲线。

8.2.1 无源校正装置

1. 超前校正装置

典型的无源超前网络如图 8.2-1 所示。由图 8.2-1 有 $Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C s}$ 、 $Z_2 = R_2$, 无源

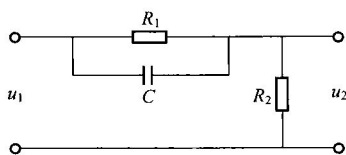


图 8.2-1 无源超前网络

超前网络的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{a} \times \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad (8.2-1)$$

式(8.2-1)中, $T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$, $a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$ 。



由式(8.2-1)可看出,无源超前网络的衰减系数为 $\frac{1}{a}$,只要接入一个放大系数为 a 的比例放大器,就可以补偿无源超前网络的幅值衰减作用。这时的传递函数为

$$G_{c0}(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts} \quad (8.2-2)$$

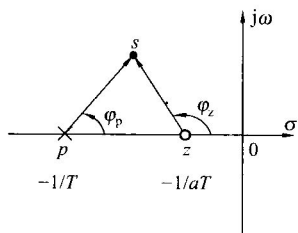


图 8.2-2 零极点分布

由式(8.2-2)可知,超前网络有一个极点 $p = -\frac{1}{T}$ 和一个零点 $z = -\frac{1}{aT}$ 。超前网络在复平面上的零、极点分布情况如图 8.2-2 所示。

由图 8.2-2 可知,由于 $a > 1$,使负实极点 p 在负实零点的左侧,对于复平面上的任意一点 s ,均有 $\varphi = \varphi_z - \varphi_p > 0$ 。即超前网络具有相位超前的作用,超前网络由此而得名。

另外,还有

$$G(j\omega) = \frac{1+j\omega T}{1+j\omega aT} \quad (8.2-3)$$

由式(8.2-3),可画出超前网络的 Bode 图如图 8.2-3 所示。

超前网络的相频特性为 $\varphi(\omega) = \arctan(aT\omega/1) - \arctan(T\omega/1)$,相频特性的最大超前角所对应的角频率 ω_m 为两个转折角频率 $1/T$ 和 $1/(aT)$ 的几何中点,即

$$\omega_m = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{aT}} = \frac{1}{T\sqrt{a}} \quad (8.2-4)$$

可求出超前网络的最大超前角为

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right) \quad (8.2-5)$$

有

$$a = \frac{1 + \sin\varphi_{\max}}{1 - \sin\varphi_{\max}} \quad (8.2-6)$$

可见,最大超前角的大小仅取决于 a 值的大小。 a 值越大,则超前网络的微分作用越强。超前装置的最大超前相角 $\varphi_{\max}$ 与 a 的关系如图 8.2-4 所示。

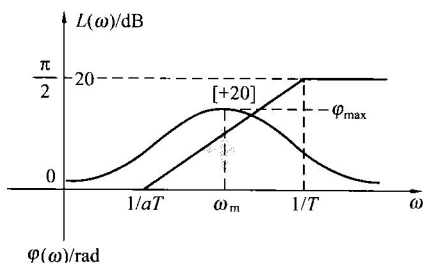


图 8.2-3 超前网络的 Bode 图

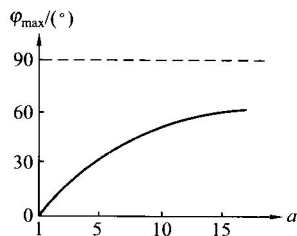


图 8.2-4 $\varphi_{\max}$ 与 a 的关系

由图 8.2-4 可知,超前相角 $\varphi_{\max}$ 随 a 值的增加而增大,但是不成比例。当 $\varphi_{\max} > 60^\circ$ 时, $\varphi_{\max}$ 略有增加,而 a 值会急剧增大,使超前网络的幅值衰减很快。

因此,当要求超前到相位大于 60° 时,宜采用两级超前装置串联来实现校正。

此外,超前网络具有高通特性,当 a 值过大会降低系统的信噪比。一般情况下, a

值的选择范围在 5~10 之间比较合适, 一般不超过 20。

a 值在 ω_m 处对数幅频值的关系为

$$L_c(\omega_m) = 20 \lg |a G_c(j\omega_m)| = 10 \lg a \quad (8.2-7)$$

超前网络作为串联校正装置, 一般将 ω_m 设置在比原系统 ω_{c0} 大些的地方, 尽量使 ω_m 能与校正后新系统的 ω_c 对准, 以充分发挥最大超前角的作用, 获得较大的稳定裕度; 当然, 超前网络的两个转折频率之间应该有足够的宽度, 以确保校正后新系统的中频段特性, 获得较好的平稳性与快速性。

超前校正很难影响系统的低频段特性; 同时, 由于校正后新系统的 ω_c 比原系统的 ω_{c0} 大, 必然使得超前校正系统的抗高频干扰能力下降。这些都是设计中应该注意的问题。

2. 滞后校正装置

典型的无源滞后网络如图 8.2-5 所示。由图 8.2-5,

有 $Z_1 = R_1$ 、 $Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs}$, 无源滞后网络的传递函数为

$$G(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1 + R_2 Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs}$$

$$\text{有} \quad G(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts} \quad (8.2-8)$$

式(8.2-8)中, $T = (R_1 + R_2)C$, $b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ 。

由式(8.2-8)可知, 滞后网络有一个零点 $z = -1/(bT)$ 和一个极点 $P = -1/T$ 。

图 8.2-6 是滞后网络在复平面上的零、极点分布图。由图 8.2-6 可知, 由于 $b < 1$, 使负实零点在负实极点左侧, 对于复平面上的任意一点 s , 均有 $\varphi = \varphi_z - \varphi_p < 0$, 表明滞后网络具有相位滞后的特性, 滞后网络由此而得名。

滞后网络的频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{1 + j\omega bT}{1 + j\omega T} \quad (8.2-9)$$

由式(8.2-9)可画出滞后网络的 Bode 图如图 8.2-7 所示。

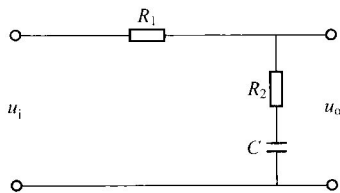


图 8.2-5 无源滞后网络

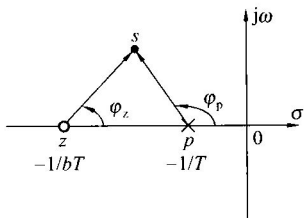


图 8.2-6 零极点分布

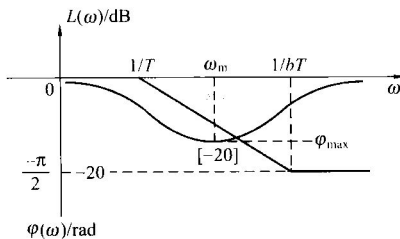


图 8.2-7 滞后网络的 Bode 图

与超前校正网络类似, 滞后网络的最大滞后角 φ_m 位于转折角频率 $1/(bT)$ 和 $1/T$ 的几何中点。 ω_m 与 φ_m 的计算公式分别为

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{b}} \quad (8.2-10)$$



$$\varphi_m = \arcsin\left(\frac{1-b}{1+b}\right) \quad (8.2-11)$$

由图 8.2-7 可知, 滞后网络具有低通特性, 对低频有用信号无衰减, 而对高频噪声则有一定的衰减作用, b 值越大, 抑制高频噪声的能力越强, b 的取值范围在 0.06~0.2 之间, 通常取为 $b=0.1$; 为了避免最大滞后角 φ_m 发生在校正后系统截止频率 ω_c 的附近 (易使系统的动态特性受到不良影响), 一般可选 $1/(bT)=0.1\omega_c$ 。

虽然滞后网络会使原系统的 ω_{c0} 左移, 快速性变差, 但是滞后网络允许通过加大增益, 改善原系统的低频特性, 提高稳态精度, 同时提高系统的相位裕度; 因此, 实际的高精度温控系统常采用滞后网络作为串联校正, 通过牺牲一点快速性来达到换取系统高精度的目的。

3. 滞后—超前校正装置

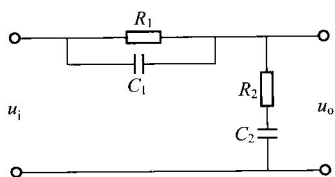


图 8.2-8 滞后—超前网络

典型的阻容滞后—超前网络如图 8.2-8 所示。

$$\text{由图 8.2-8 有 } Z_1 = \left(\frac{1}{R_1} + C_1 s\right)^{-1} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s},$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{C_2 s} = \frac{1 + R_2 C_2 s}{C_2 s},$$

滞后—超前网络的传递函数可推导如下:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1 + R_2 C_2 s)/C_2 s}{R_1/(1 + R_1 C_1 s) + (1 + R_2 C_2 s)/C_2 s} \\ &= \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2)s + 1} \end{aligned} \quad (8.2-12)$$

$$\text{令 } bT_1 = R_1 C_1, \quad aT_2 = R_2 C_2, \quad \text{且 } a > 1, \quad b < 1, \quad a \cdot b = 1, \quad R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = T_1 + T_2,$$

$$\text{则有} \quad G(s) = \frac{1 + bT_1 s}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1 + aT_2 s}{1 + T_2 s} \quad (8.2-13)$$

其中, $T_2 < aT_2 < bT_1 < T_1$ 。

由式(8.2-13)可知, 滞后—超前网络的传递函数同时包含了滞后网络和超前网络的传递函数, 因此, 滞后—超前网络具有使原来系统的相移滞后—超前的作用。

滞后—超前校正网络的 Bode 图如图 8.2-9 所示。

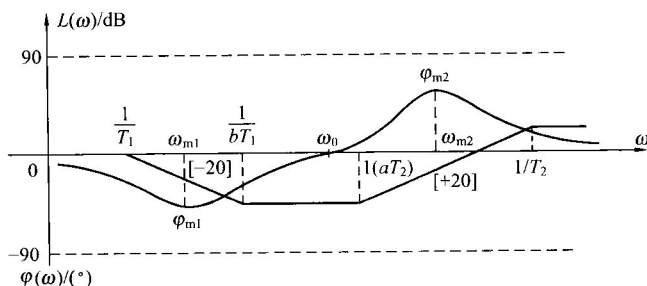


图 8.2-9 滞后—超前校正网络的 Bode 图

图 8.2-9 中, 最大滞后相角 φ_{m1} 和最大超前相角 φ_{m2} 及其对应的角频率 ω_{m1} 与 ω_{m2} 的求



解,与前面介绍的有关公式相同,不再重复;对于图中由滞后过渡到超前作用的临界角频率 ω_0 ,有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} \quad (8.2-14)$$

采用无源网络进行串联校正时,由于负载效应的影响,使网络的调整很不方便,往往难以实现所希望的控制规律。因此,实际控制系统一般都采用有源校正装置。

8.2.2 有源校正装置

常用的有源校正装置,多采用无源校正网络与有源装置(测速发电机、运算放大器等)组合而成;通常把无源网络连接在运算放大器的反馈通道中,就可以形成有源校正装置,从而实现所希望的系统控制规律。

运算放大器与无源网络组合的一般形式如图 8.2-10 所示。

图 8.2-10 中, Z_i 和 Z_f 为无源网络,若视运算放大器为理想运放,具有放大系数、输入阻抗无穷大而输入电流为零的特点,相应无源校正装置的传递函数则为

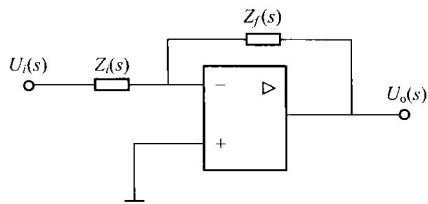


图 8.2-10 运算放大器与无源网络的组合

$$G_c(s) = -\frac{Z_f(s)}{Z_i(s)} \quad (8.2-15)$$

式(8.2-15)中的负号表示负反馈使输入和输出的极性相反。改变无源网络 Z_f 和 Z_i 的参数与结构,就可以得到不同有源校正装置的传递函数。

常见有源校正装置列于表 8.2-1 中。

表 8.2-1 常用有源校正装置

类 别	电 路 图	传 递 函 数	对数频率特性曲线
比例(P)		$G(s) = K$ $K = R_2/R_1$	
微分(D)		$G(s) = K_f s$ K_f : 测速发电机输出斜率	
积分(I)		$G(s) = \frac{1}{Ts}$ $T = R_1 C$	



(续)

类 别	电 路 图	传 递 函 数	对数频率特性曲线
比例-微分 (PD)		$G(s) = K(1 + \tau s)$ $K = (R_2 + R_3)/R_1$ $\tau = C \cdot R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$	
比例-积分 (PI)		$G(s) = \frac{K}{T} \left(1 + \frac{Ts}{s} \right)$ $K = R_2/R_1, \quad T = R_2 C$	
比例-积分-微分 (PID)		$G(s) = K \frac{(1 + Ts)(1 + \tau s)}{Ts}$ $K = R_2/R_1, \quad T = R_2 C_2$ $\tau = R_2 C_1$	
低通滤波 (惯性环节)		$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$ $K = R_2/R_1, \quad T = R_2 C$	

8.3 串联校正装置的频域设计

校正装置的频域设计，是一种利用系统的开环 Bode 图而进行的间接设计方法。因为系统对时域性能指标的直接要求可以归结为对系统开环频率特性的要求，所以，校正装置的频域设计实质上是通过对校正装置来改变系统开环 Bode 图的形状，使系统具有期望的频率特性，即：

- (1) 低频段的增益足够大，能满足稳态误差的要求；
- (2) 中频段的对数幅频特性具有 -20dB/dec 斜率，并占据足够宽的频带，以满足稳定裕度与动态指标的要求；
- (3) 高频段的斜率在 -40dB/dec 以上，以尽快削减高频干扰的不利影响。

虽然 Bode 图不能严格定量给出系统的动态性能，但是却能简便地根据频域指标确定校正装置的参数。因此，与其他的校正设计方法相比，频域设计方法的应用更为简捷、方便。



8.3.1 超前校正的设计

超前校正的设计主要用来改善中频段的特性,利用超前校正的相位超前特性可以提高系统的相位裕度、改善系统的平稳性和快速性。在设计超前校正装置时,要尽量使最大相位超前角出现在校正后系统的截止频率处,使已校正系统的截止频率和相位裕度均能满足性能指标的要求;系统的稳态性能,则通过选择已校正系统的开环增益来保证。串联超前校正的设计步骤如下:

- (1) 根据稳态性能的要求,确定系统应有的开环增益 K ;
- (2) 按照已确定的开环增益 K ,绘制原系统的 Bode 图,计算相应的稳定裕度 γ_0 和 K_g ;
- (3) 与给定的指标要求对照,确定校正装置应提供的相位超前角 $\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \epsilon$, 其中因为引入超前校正,会使截止频率增大,产生相角滞后量,所以需要引入 $5^\circ \sim 15^\circ$ 的修正值 ϵ , 然后将 φ_m 值代入式(8.2-6)求出 a , 并在未校正的 Bode 图上,由 $20\lg G_0(\omega_m) = -10\lg a$ 以确定 ω_m , ω_m 应该位于待定超前网络的两个转折角频率 $1/(aT)$ 和 $1/T$ 的几何中点上;
- (4) 将 ω_m 及 a 值代入式(8.2-4),即可求出超前网络的参数 aT 和 T ,并写出校正网络的传递函数 $G_c(s)$;
- (5) 最后,绘制校正后系统的 Bode 图,写出校正后的开环传递函数,并验证校正的结果,若不能满足指标要求,则需从第 3 步开始,重新设计。

例 8.3-1 若单位负反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$, 试设计串联校正装置,使校正后系统的相位裕度 $\gamma \geq 50^\circ$, 增益裕度 $K_g(\text{dB}) \geq 10\text{dB}$, 速度误差系数 $K_v = 20\text{s}^{-1}$ 。

解: 首先由稳态误差 $K_v = 20\text{s}^{-1}$ 的要求,考虑原系统 I 型已满足,故只需确定开环增益 K , 因为 $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s(0.5s+1)} = K$, 所以 $K = K_v = 20$; 再由 $G_0(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)}$ 绘制未校正系统的 L_0 、 φ_0 曲线如图 8.3-1 所示。

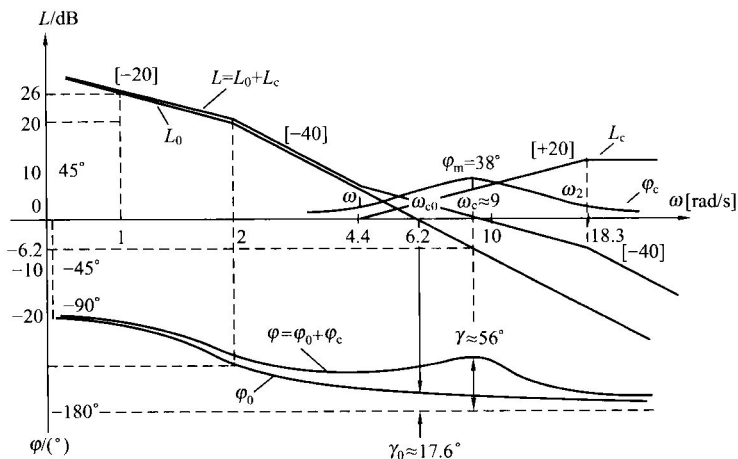


图 8.3-1 例 8.3-1 的系统引入超前校正前后的 Bode 图



由图 8.3-1 中的 L_0 曲线可查出未校正系统的 $\omega_{c0} \approx 6.2 \text{ rad/s}$ 、 $\gamma_0 \approx 17.6^\circ$ 、 $K_g \approx \infty$ ，或由 $20 \lg K \approx 20 \lg \omega_{c0} + 20 \lg(0.5 \omega_{c0})$ ，有 $\omega_{c0} \approx \sqrt{40} \approx 6.32 \text{ (rad/s)}$ ，而

$$\gamma_0 = 180^\circ + \varphi(\omega_{c0}) \approx 180^\circ - 90^\circ - \arctan(0.5 \times 6.32) \approx 180^\circ - 90^\circ - 72.4^\circ = 17.6^\circ$$

可见，原系统虽然稳定，但相位裕度不合要求，为此，可用超前校正来提高相位裕度；

设超前校正的传递函数为 $G_c(s) = 1 + \frac{aT_s}{1+T_s}$ ($a > 1$)，由 $\gamma \geq 50^\circ$ ，可得到需要增加的相位超前角为 $\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \epsilon = 50^\circ - 17.6^\circ + 5.6^\circ = 38^\circ$ ；

由 $\varphi_m = 38^\circ$ ，有 $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \approx 4.2$ ，则 ω_m 处的幅值增量为 $10 \lg a = 10 \lg 4.2 \approx 6.2 \text{ (dB)}$ ，

由图 8.3-1 中的 $L_0(\omega_m) = -10 \lg a = -6.2 \text{ (dB)}$ ，可查得 $\omega_m = \omega_c \approx 9 \text{ (rad/s)}$ ，或由 $20 \lg K - 20 \lg \omega_c - 20 \lg(0.5 \omega_c) = -6.2$ ，计算得 $\omega_c = 9 \text{ (rad/s)}$ ；

取 $\omega_m = \omega_c$ ，有 $\omega_1 = \frac{1}{aT} = \frac{\omega_m}{\sqrt{a}} = 4.4 \text{ (rad/s)}$ 、 $\omega_2 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{a} = 18.3 \text{ (rad/s)}$ ，可得 $T =$

0.055 、 $aT = 0.23$ ，即校正装置的传递函数为 $G_c(s) = \frac{1 + 0.23s}{1 + 0.055s}$ ；

所以，校正后系统的开环传递函数为

$$G(s) = G_c(s) \cdot G_0(s) = \frac{(1 + 0.23s)}{(1 + 0.055s)} \cdot \frac{20}{s(1 + 0.5s)}$$

校正后系统的频率特性如图 8.3-1 中的曲线 L 、 φ 所示；

最后验算，由 $G(s)$ 及 L 、 φ 曲线有

$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - 72.4^\circ + \arctan(0.23 \times 9) - \arctan(0.055 \times 9) = 57.6^\circ > 50^\circ$
且 $K_g = \infty$ 。

可见在不影响稳态误差的条件下，校正后系统的截止频率 $\omega_c = 9 \text{ rad/s}$ ，相位裕度 $> 50^\circ$ ，幅值裕度 $K_g = \infty$ ，完全满足系统对稳态与动态性能指标的要求。

8.3.2 滞后校正的设计

串联滞后校正的设计，主要用来提高系统的稳态精度、改善系统低频段的性能；当系统的动态性能已经满足要求，而稳态性能达不到要求时，就可以采用串联滞后校正进行设计。

用串联滞后校正进行设计时，要尽量避免滞后网络的最大滞后角发生在校正后系统的开环截止频率附近，否则会导致系统稳定裕度和动态性能的恶化；一般取 $1/(bT) = (0.1 \sim 0.2)\omega_c$ 。

串联滞后校正网络的频域设计步骤如下：

- (1) 根据性能指标对稳态误差系数的要求，确定系统的开环放大系数 K ；
- (2) 根据 K 值，画出原系统的 Bode 图，求出截止频率 ω_{c0} 、相位裕度 γ_0 和幅值裕度 K_g ；
- (3) 根据相位裕度 γ 的要求，选择已校正系统的截止频率 ω_c ，使 ω_c 处的相角裕度等于要求的 γ 值再加上 $5^\circ \sim 15^\circ$ ，以补偿滞后校正装置在 ω_c 处产生的相角滞后；
- (4) 确定使原 L_0 曲线在新的截止频率 ω_c 处下降到 0dB 所需的衰减量 $20 \lg |G_0(j\omega_c)|$ ，并令 $20 \lg b = -20 \lg |G_0(j\omega_c)|$ ，以求出校正装置的参数 b ；
- (5) 取滞后校正装置的第二个转折频率 $\omega_2 = 1/(bT) = (0.1 \sim 0.2)\omega_c$ ， ω_2 太小将使 T 很大，这是快速性要求所不允许的， ω_2 确定后， T 和第一个转折频率 $\omega_1 = 1/T$ 也就确定了；