

# 基本电路理论

(上册)

王 菡 主编

上海交通大学出版社

## 内 容 简 介

本书是上海交通大学电工基础教研组在使用国外教材(C. A. 狄苏尔和葛守仁合写的《电路基本理论》)取得了一定经验的基础上编写而成的。全书分上、下两册。上册包括:集中参数电路和基尔霍夫定律、电路元件、线性定常电阻性网络的直接分析法及其形式的变换、电阻性网络的节点分析和网孔分析、电阻性网络的回路分析和割集分析、网络定理、一阶电路、二阶电路和高阶电路、正弦稳态分析、三相电路等十章;下册包括:非正弦周期信号作用下电路的稳态分析、拉普拉斯变换、网络函数、双口与多口网络、状态变量法、非线性电路、磁路等七章。书中各章均附有一定数量的例题和习题。

本书可作为普通高等院校电类专业“电路”课程的教材,也可供夜大学等成人高校电类专业的学生、自学者和有关科技人员参考。



上海交通大学出版社出版  
(淮海中路1984弄19号)

新华书店上海发行所发行  
常熟文化印刷厂排版印装

---

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 27.25 字数 671000  
1986年8月第1版 1986年8月第1次印刷  
印数 1—7000  
统一书号: 15324·14 科技书目: 129-222

---

定价: 3.95 元

# 目 录

## 第一章 集中参数电路和基尔霍夫定律

§ 1.1 集中参数电路 .....	1	的关系 .....	15
§ 1.2 基尔霍夫定律 .....	6	§ 1.4 关联矩阵和 KOL、KVL 的矩阵形式 .....	17
1.2.1 基尔霍夫电流定律 .....	7	1.4.1 关联矩阵和降阶关联矩阵 .....	17
1.2.2 基尔霍夫电压定律 .....	9	1.4.2 KCL 的矩阵形式 .....	18
§ 1.3 从网络到图 .....	11	1.4.3 KVL 的矩阵形式 .....	19
1.3.1 图 .....	11	§ 1.5 特勒根定理 .....	20
1.3.2 子图 .....	13	习题 .....	22
1.3.3 支路数、节点数和独立回路数之间			

## 第二章 电路元件

§ 2.1 二端电阻器 .....	26	§ 2.5 二端元件吸收的功率和能量 .....	51
2.1.1 线性电阻器 .....	27	2.5.1 电阻器吸收的瞬时功率和能量 .....	52
2.1.2 非线性电阻器 .....	30	2.5.2 电容器储存的能量 .....	53
§ 2.2 独立电源 .....	34	2.5.3 电感器储存的能量 .....	56
2.2.1 电压源和电流源 .....	34	§ 2.6 多端元件 .....	57
2.2.2 三种基本的波形 .....	35	2.6.1 受控电源 .....	57
§ 2.3 二端电容器 .....	41	2.6.2 运算放大器 .....	59
2.3.1 线性电容器 .....	42	2.6.3 负转换器 .....	62
2.3.2 非线性电容器 .....	46	2.6.4 回转器 .....	63
§ 2.4 二端电感器 .....	47	2.6.5 耦合电感器 .....	65
2.4.1 线性电感器 .....	48	2.6.6 理想变压器 .....	68
2.4.2 非线性电感器 .....	50	习题 .....	70

## 第三章 线性定常电阻性网络的直接分析法及其形式变换

§ 3.1 网络的分类 .....	77	接及两种连接的等效简化 .....	88
§ 3.2 线性定常电阻性网络的直接分析法 ——支路电流法和支路电压法 .....	78	§ 3.5 含独立电源网络的等效变换 .....	97
§ 3.3 等效网络 .....	84	3.5.1 独立电源的串联 .....	97
3.3.1 等效和等效关系 .....	84	3.5.2 独立电源的并联 .....	99
3.3.2 等效网络 .....	84	3.5.3 独立电源的分裂 .....	100
§ 3.4 线性定常电阻器的串联连接、并联连		3.5.4 含源支路的等效变换 .....	101
		3.5.5 电源转移 .....	104

§ 3.6 星形连接(T型网络)与三角形 连接(Π型网络)的等效变换.....107	§ 3.8 含有受控电源的网络化简 .....117 习题 .....120
§ 3.7 具有对称性质的网络 .....113	

#### 第四章 电阻性网络的节点分析和网孔分析

§ 4.1 节点分析法 .....128	§ 4.3 网孔分析法 .....150
4.1.1 方法的描述.....128	4.3.1 方法的描述.....150
4.1.2 节点分析的系统步骤.....132	4.3.2 网孔分析的系统步骤.....153
§ 4.2 改进的节点分析法 .....144	§ 4.4 对偶性 .....157
4.2.1 方法的描述.....144	习题 .....161
4.2.2 改进的节点分析的系统步骤.....146	

#### 第五章 电阻性网络的回路分析和割集分析

§ 5.1 回路分析法 .....167	矩阵形式 .....175
5.1.1 用于回路分析的基尔霍夫定律的 矩阵形式 .....168	5.2.2 电阻性网络的割集方程 .....178
5.1.2 电阻性网络的回路方程 .....171	§ 5.3 各关联矩阵之间的关系 .....182
§ 5.2 割集分析法 .....174	§ 5.4 稀疏表格分析法 .....187
5.2.1 用于割集分析的基尔霍夫定律的	习题 .....195

#### 第六章 网络定理

§ 6.1 替代定理 .....198	6.3.1 定理的陈述及定理的证明 .....207
6.1.1 替代定理及其证明 .....198	6.3.2 定理应用的实例 .....209
6.1.2 替代定理的应用 .....200	§ 6.4 互易定理 .....214
§ 6.2 迭加定理 .....203	6.4.1 互易定理及其证明 .....215
6.2.1 迭加定理及其证明 .....203	6.4.2 互易定理的应用 .....219
6.2.2 迭加定理的应用 .....205	习题 .....221
§ 6.3 戴维宁定理和诺顿定理 .....207	

#### 第七章 一阶电路

§ 7.1 线性定常一阶电路的零输入 响应 .....227	§ 7.2 线性定常一阶电路的零状态 响应 .....234
7.1.1 电阻器-电容器(RC)电路的零输入 响应 .....227	7.2.1 具有恒定电压输入的 RC 和 RL 电路的零状态响应 .....234
7.1.2 电阻器-电感器(RL)电路的零输入 响应 .....230	7.2.2 具有正弦输入的 RL 电路的零 状态响应 .....240
7.1.3 零输入响应与初始状态的关系 .....233	7.2.3 零状态响应与电路输入的关系 .....242

§ 7.3 一阶线性定常电路的全响应 .....	243	§ 7.6 阶跃响应 .....	254
§ 7.4 戴维宁定理在一阶电路中的 应用 .....	248	§ 7.7 冲激响应 .....	257
§ 7.5 线性电路的定常特性 .....	253	习题 .....	260

## 第八章 二阶电路和高阶电路

§ 8.1 线性定常 RLC 串联电路的零输 入响应 .....	268	§ 8.6 高阶电路 .....	291
§ 8.2 线性定常 RLC 串联电路的零状 态响应 .....	280	8.6.1 方程的建立 .....	291
§ 8.3 线性定常 RLC 串联电路的冲激 响应 .....	284	8.6.2 零输入响应 .....	293
§ 8.4 线性定常 RLC 串联电路的全响 应 .....	288	8.6.3 零状态响应 .....	295
§ 8.5 RLC 并联电路的响应 .....	289	8.6.4 冲激响应 .....	301
		8.6.5 零状态响应是输入的线性函数 .....	305
		§ 8.7 对任意输入的响应 .....	309
		习题 .....	315

## 第九章 正弦稳态分析

§ 9.1 线性定常电路的正弦稳态 .....	321	关公式 .....	344
§ 9.2 正弦量 .....	323	9.6.2 耦合电感器的串联和并联、互感消 去法 .....	349
9.2.1 正弦量的概念 .....	323	§ 9.7 正弦稳态分析的一般方法 .....	353
9.2.2 正弦量的有效值和平均值 .....	324	9.7.1 稀疏表格分析法 .....	354
§ 9.3 相量法 .....	326	9.7.2 节点分析法 .....	359
9.3.1 正弦量的复数表示及相量 .....	325	9.7.3 改进的节点分析法 .....	364
9.3.2 相量法的数学含义 .....	327	§ 9.8 网络定理在正弦稳态分析中的 应用 .....	368
9.3.3 相量法在微分方程中的应用 .....	329	§ 9.9 正弦稳态下电路的功率 .....	372
§ 9.4 基尔霍夫定律的相量形式和电路 元件上电压与电流的相量关系 .....	332	9.9.1 电阻器、电感器和电容器的功率 .....	372
9.4.1 基尔霍夫定律的相量形式 .....	332	9.9.2 正弦稳态下二端网络的功率 .....	375
9.4.2 电路元件上电压与电流的相量 关系 .....	332	9.9.3 最大功率传输定理 .....	378
§ 9.5 阻抗和导纳 .....	338	9.9.4 功率因数的提高 .....	380
9.5.1 二端元件的阻抗和导纳 .....	338	§ 9.10 电路中的谐振(共振)现象 .....	382
9.5.2 二端网络(单口网络)的入端阻抗 和入端导纳 .....	338	9.10.1 RLC 串联电路的谐振现象 .....	382
9.5.3 RLC 串联电路和 RLC 并联 电路 .....	339	9.10.2 串联谐振电路的频率特性和谐振 曲线 .....	384
§ 9.6 正弦稳态下网络的等效变换 .....	344	9.10.3 RLC 并联电路的谐振现象 .....	387
9.6.1 正弦稳态下网络的等效条件及有		§ 9.11 特勒根定理与复功率守恒 .....	389

§ 9.12 入端阻抗与网络消耗的功率及 储存的能量之间的关系 .....	390
--	-----

§ 9.13 空心变压器 .....	392
习题 .....	394

## 第十章 三相电路

§ 10.1 三相电路的基本概念 .....	405
§ 10.2 三相电路的连接方式 .....	407
10.2.1 星形连接 .....	407
10.2.2 三角形连接 .....	408
§ 10.3 对称三相电路的计算 .....	410
10.3.1 星形-星形连接的对称三相电路 .....	410
10.3.2 星形-三角形连接的对称三相 电路 .....	411
10.3.3 三角形-星形连接或三角形-三角	

形连接的对称三相电路 .....	413
10.3.4 复杂的对称三相电路 .....	415
§ 10.4 不对称三相电路的计算 .....	417
§ 10.5 三相电路的功率 .....	420
10.5.1 三相电路的平均功率和无功 功率 .....	420
10.5.2 三相电路的瞬时功率 .....	421
10.5.3 三相电路功率的测量 .....	422
习题 .....	424

# 第一章 集中参数电路和基尔霍夫定律

当今，几乎到处都可以看到实际电路。所谓实际电路就是由若干个电气器件按照特定的目的相互连接而构成的总体，在这个总体中具有电流赖以流通的路径。实际电路的种类是很多的。仅按其用途分类就有：通信电路、计算机电路、自动控制电路、电力电路、电气照明电路等等。尽管这些电路的外貌、功能、结构以及设计方法各不相同，但它们却建立在同一个理论基础之上，这个理论基础就是电路理论。

电路理论包括两方面的内容：一是电路分析，二是电路综合(设计)。粗略地说，前者是讨论如何在电路为已知的情况下，求出该电路对给定激励(输入)的响应(输出)；后者则是研究如何构成一个电路，而这个电路能够对给定激励呈现出所预期的响应。本书的重点是放在前一个方面，即电路分析。

在电路理论里，讨论的不是实际电路，而是实际电路的模型——电路。后者是前者在一定条件下的科学抽象。满足集中化条件的实际电路抽象出的模型称为集中参数电路。本书只讨论集中参数电路。

在作为本书开始的一章中，我们着重讨论有关电路的一些基本概念和详细介绍基尔霍夫定律的几种不同的陈述；为了更好地展示基尔霍夫定律与电路互连方式之间的关系，又引入了图的概念和对图的讨论，并且导出由关联矩阵表达的基尔霍夫定律的矩阵形式；最后，以讨论电路理论中的一个重要定理——特勒根定理作为本章的结束。

## § 1.1 集中参数电路

人们在长期的科学实验中总结出一种研究客观事物的科学方法。简略地说，这种方法是先为客观事物建立一个理想化的模型，再以此模型作为对象进行定性或(和)定量分析，然后根据分析所得到的结果作出合乎客观事物实际情况的科学结论。这种方法早已为各个学科的理论工作者所采用。例如，在电磁学中，人们用点电荷作为理想化的带电体模型来研究带电体与其本身所激发的电磁场之间的关系以及带电体在其所处电磁场中受到的作用；又如在力学中，人们用质点作为客观物体的理想化模型来研究客观物体的运动等等。尽管这些方法对我们来说并不陌生，但有几点还是值得指出：(1)模型并非原物(原来的客观事物)，而是原物的一种合乎一定条件的科学抽象。例如，点电荷就是带电体在可以不计其本身之大小和形状的条件下的一种抽象。(2)理想化模型虽是原物抽象而成，但却有本身的严格定义。例如，质点被定义为一个具有确定质量而无大小和形状的理想物体等等。(3)用理想化模型替代原物是对原物的一种逼近。显然，要得到最佳的逼近就要抽象出最佳的模型。当用一个理想化模型不足以最佳地逼近原物时，可以用多个或多种理想化模型的组合来逼近。

我们在研究基本电路理论时也采用了上述方法，把实际电路抽象为理想化模型，用对所得

到理想化模型的分析代替对实际电路的分析,并称实际电路的理想化模型为电路。由此可知,在电路理论中,实际电路和电路在概念上是有差异的,切不可混为一谈。

实际电路是由电气器件互相连接而成。所谓电气器件是一些由人们设计制造的实物(诸如发电机、电动机、变压器、变阻器、线圈、实际的电容器、晶体管、二极管、运算放大器等等)的总称。其特点是具有供电电气连接的外伸端点和通电后其内部会出现这种或那种电磁过程。电气器件按其外伸端点数之不同有二端和多端之分。既然电气器件是实际电路的组成者,所以对实际电路进行抽象,本质上是对电气器件进行抽象,即在一定的条件下将电气器件抽象为理想化模型。电气器件的模型可以是一个理想化模型,也可以是几个理想化模型之组合(视对逼近程度的要求而定)。理想化模型在我们这里是一些理想化的电路元件,简称电路元件。这样,作为实际电路之模型的电路显然是由一些电路元件连接而成。这一事实使我们可以进一步引申出电路更确切的定义:

电路是实际电路的理想化模型,是由一些电路元件按特定方式互相连接而成的总体,在此总体中有电流赖以流通的路径存在。

电路元件都具有严格的科学定义。类似于电气器件,按供外接的端点数不同也有二端和多端之分。尽管对它们的具体描述放在本书的第二章内,但有一点值得我们牢记的,那就是:电气器件是实物,而电路元件是模型,两者也是不容混淆的。

有了电路这一概念后,对本书所研究的对象——集中参数电路也就不难理解了。粗略地说,集中参数电路是表征那种满足集中化条件的实际电路的模型。若一实际电路的尺寸非常小,较之表征其内电磁过程的物理量[如电流  $i(t)$  和电压  $v(t)$ ]的波长来说,可以忽略不计,看成集中在空间的一点,则称该实际电路满足集中化条件。集中化条件总结成公式则是

$$d \ll \lambda. \quad (1.1a)$$

式中,  $d$  为实际电路的最大尺寸;  $\lambda$  为电磁信号(电流、电压之总称)的波长。当电磁信号的波速为光速  $c$  时,用  $c$  除上式之两边又得

$$\tau \ll T. \quad (1.1b)$$

式中,  $\tau = d/c$  是电磁信号从实际电路的一端传播到另一端所需时间;  $T$  是电磁信号的周期。上面二式统称为电路的集中化判据。

客观世界里不存在没有尺寸的实际电路,但具有一定尺寸又能符合上述条件的实际电路确实是有的。下面举两个例子,以便加深理解。

**例 1.1** 若一高保真音响系统所允许信号的最高频率为 25 kHz, 最低频率为 20 Hz, 则最高频率的波长

$$\lambda_{\text{高}} = c/f_{\text{高}} = 3 \times 10^8 / 25 \times 10^3 = 12 \text{ km};$$

最低频率信号的波长

$$\lambda_{\text{低}} = c/f_{\text{低}} = 3 \times 10^8 / 20 = 15000 \text{ km}.$$

显而易见,一个可以摆在房间内的音响系统的尺寸与  $\lambda_{\text{高}}$  相比已经远远小于后者,更不用说与  $\lambda_{\text{低}}$  相比了。因此它能满足集中化条件。

**例 1.2** 有一集成在硅片上的计算机电路,硅片上的长、宽皆为 1 mm。现知其内信号的最短周期为 0.1 ns (1 ns =  $10^{-9}$  s)。于是有



$$\tau = d/c = 1 \times 10^{-3} / 3 \times 10^8 = 0.33 \times 10^{-11} \text{ s} = 0.0033 \text{ ns},$$

$$T = 0.1 \text{ ns}$$

$$\tau \ll T,$$

和

符合判据式 1.1b。

仔细分析一下上述判据式 1.1a 便能发现：一个实际电路的电磁信号频率越高，亦即电磁信号的波长越短，则其符合集中化条件要求之尺寸就越小。象例 1.1 中的高保真音响系统，如果其信号波长位于毫米波段，则它就不再满足集中化条件。

一个实际电路满足集中化条件时可以看到一点，是在以“小”比“大”的情况下对“小”的一种抽象。这同将地球与宇宙相比可将地球看成一点完全一样。这样的抽象有着很大的实际意义。因为将实际电路作为一个点而不考虑空间因素，我们就能作出其内的电磁信号（电压、电流等）仅是时间的函数，而与空间坐标无关的结论。所以在集中参数电路内，电流、电压都可记为  $i(t)$ 、 $v(t)$ 。

一个实际电路若不满足集中化条件，则其模型称为分布参数电路。由于此时不能作为一点，要考虑尺寸，所以这种电路中的电流、电压不仅与时间有关，而且还与空间坐标有关，也就是说，是时空函数，可记为  $i(t, x)$ 、 $v(t, x)$ 。本书不讨论分布参数电路，但可指出，分布参数电路能用集中参数电路构成的序列来逼近。

不难断定，满足集中化条件之实际电路中的电气器件必然满足集中化条件，而与之相应的集中参数电路的电路元件亦必然满足集中化条件。此时的电气器件和电路元件，我们分别称为集中参数器件和集中参数元件。两者也有二端和多端之分。

至此，我们可以象给予电路那样给集中参数电路下一个严格的定义：

集中参数电路是实际电路满足集中化条件时的模型，是由集中参数元件按特定方式相互连接而成的总体，在总体内有电流赖以流通的路径。

无论是根据理论（电磁场理论）或者实践都证实了在满足集中化条件的实际电路中恒有：

1. 在任何时刻，流入二端集中参数器件任一端点的电流等于从另一端点流出的电流，且该器件两个端点上的电位均为确定值（对选定的基准点或称参考点而言）；
2. 在任何时刻流入多端集中参数器件任一端点的电流等于从其他端点流出电流之和，且其任一端点上的电位均为确定值（对选定的基准点而言）。

这个结论当然对作为上述实际电路模型的集中参数电路同样有效。

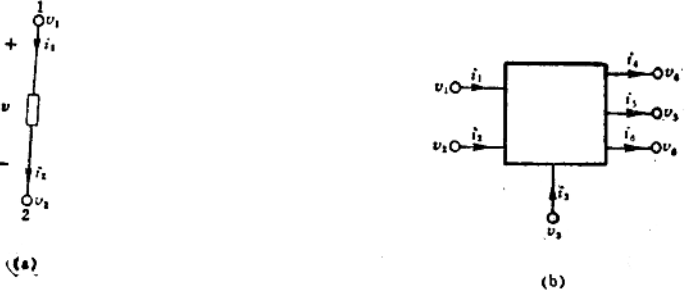


图 1.1 二端集中参数元件和多端集中参数元件的符号

图 1.1a 和图 1.1b 分别表示出集中参数电路的一个二端集中参数元件和一个多端集中参数元件。(这是一种用黑箱子表示电路元件的方法,这种表示方法的特点是对任何元件都使用同一种符号而不同元件的具体性质如何。具体元件尚有各自独有的表示符号,这在以后会逐步介绍。)按上所说,对图上的二端集中参数元件应有:

$$i_1(t) = i_2(t) = i(t), \quad \forall t, \quad (1.2a)$$

即流入端点 1 的电流等于流出端点 2 的电流以及

$$v(t) = v_1(t) - v_2(t), \quad \forall t, \quad (1.2b)$$

即作为端点 1 与端点 2 电位之差的电压  $v(t)$  具有完全确定的值。式中  $v_1(t)$  和  $v_2(t)$  分别是端点 1 和端点 2 的电位(对任意选定的基准点而言)。

对图上的多端集中参数元件,有

$$i_1(t) = -i_2(t) - i_3(t) + i_4(t) + i_5(t) + i_6(t), \quad \forall t, \quad (1.2c)$$

即流入元件的电流等于由元件流出的电流(此式右端  $i_2(t)$ 、 $i_3(t)$  前取负号是因为两者为流入,可看成负的流出),以及

$$v_{ij}(t) = v_i(t) - v_j(t), \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ 但 } i \neq j, \quad \forall t, \quad (1.2d)$$

即作为任意两个端点电位之差的电压  $v_{ij}(t)$  具有完全确定的值。

上述公式 1.2 是集中参数元件所具有的共性的数学表达式,是我们赖以识别集中参数元件的有力工具。总而言之,凡集中参数元件必具有这种性质,反之亦真。

### 备考

集中化条件在电磁场理论中称为似稳条件。式 1.1a 称为似稳判据。符合似稳条件的交变电磁场称为似稳场。似稳条件是在忽略电磁波传播所具有的推迟现象的假定下导出的。电磁波在空气中的传播速度是光速( $c = 3 \times 10^8$  m/s),尽管很高,但毕竟是有限值。这就使得电磁场以波的形式从空间中的一点 A 传播到相距为  $d$  的另一一点 B 需要一段时间  $\tau = d/c$ 。 $\tau$  称为滞后时间。例如,若设在 A 点的电场强度  $E_A$  按正弦规律变化,并记为

$$E_A = E_{mA} \sin 2\pi ft, \quad (1.3a)$$

由于上述原因,在 B 点的电场强度  $E_B$  应为

$$E_B = E_{mB} \sin 2\pi f \left( t - \frac{d}{c} \right) = E_{mB} \sin \left( 2\pi ft - \frac{2\pi fd}{c} \right). \quad (1.3b)$$

显然,要忽略推迟现象,就要使上式中的

$$\frac{2\pi fd}{c} \rightarrow 0$$

或者

$$2\pi d \ll \frac{c}{f},$$

于是得出

$$d \ll \frac{c}{f} = \lambda.$$

一个实际电路,若其在空间的尺寸不超过限定的距离  $d$ ,则必满足上述条件。这样,在以  $d$  为直径包括实际电路在内的一个球形空间内的电磁场便可认为是似稳的。似稳场相对来说是变化比较慢的电磁场。于是,在上述空间中除了在该电路所占空间的部分区域内需要保留电磁场的变动性质外,其余区域内的电磁场便一概被认为不具有变动的性质。需要保留电磁场变动性质的部分区域指的是用来组成实际电路的电路器件——实际电容器(如云母电容器、

电解电容器等)和线圈(如铁心线圈、空心线圈等)所占的区域。在实际电容器所占的区域内保留电磁场的变动性质,为的是保留位移电流来维持电路中电流的连续;而在线圈所占之区域内保留电磁场的变动性质,则是为了保留感应电动势来维持电路中电压的平衡。在其余的空间区域内不考虑电磁场的变动性质,却恰恰是忽略了位移电流和感应电势。正因为略去了外部区域中出现的位移电流才保证了在任何时刻从一个(或一些)端点流入电气器件的电流等于从另一个(或另一些)端点流出的电流。如果不这样而计及位移电流,则流入的电流便不会等于流出的电流。同样,正因为略去了外部区域内出现的感应电动势才保证了电气器件端点上的电位(对确定的电位基准点而言)具有确定值。如若不然,则电场强度  $E$  的闭合线积分将不为零,  $E$  从基准点到器件之端点在外部区域内沿不同路径的线积分各不相同,使得端点的电位为不确定值。对电气器件是这样,那么对作为其模型的电路元件当然也是这样。以上是我们对集中参数元件为何会具有式 1.2 所描述的性质进行的理论解说。

最后指出,为一个集中参数器件建造一个足以逼近该器件的合适模型在电路理论中称为器件建模(或造型)。这是当今许多人从事研究的课题。一个集中参数器件的模型究竟是一个集中参数元件还是几个集中参数元件之组合,前面已说过,要看对逼近程度的要求而定。一个模型对集中参数器件的逼近程度是指对这个模型进行分析计算所得的结果与对集中参数器件进行实测所得的结果的吻合程度,吻合得好就说逼近的程度高。一般说来,一个模型要较好地逼近集中参数器件往往需要用多个集中参数元件组合而成。但这也不是绝对的,因为在一定的条件下(特别是考虑到集中参数器件的实际工作条件时),模型还可能简化,甚至简化成只由一个集中参数元件组成。现以一个实际的电阻器(如通常实验室内做实验用的铜导线绕制的变阻器)为例来说明这一点。对它来说,一个能较好逼近的模型是用第二章中所讲的理想化电路元件——电阻器、电感器、电容器组合而成的。若用我国规定表示这三种元件的符号(见图 1.2),则此模型如图 1.3a 所示。在这里是用电阻器  $R$  来模拟电流流过变阻器时引起的能量损失(电能转换成热能);用电感器  $L$  来表征电流流过变阻器时所建立起的磁场;用电容器  $C$  来体现电流流过变阻器时所引起的电场。这个模型比较复杂,实践证明,除去在甚高的频率下为了能全面体现变阻器的性能必须使用这个模型外,在一般高频和中频、低频下可以将其进一步简化。当工作频率为一般高频时,因电场的变动而引起的位移电流已不足以与变阻器中的传导电流相比拟,故可以略去不计。于是可以从模型中除去用来体现电场存在的电容器  $C$ ,使模型简化成如图 1.3b 所示的形式。若进一步使频率降低成中频和低频,因磁场的变动而产生的感应电压在变阻器的端电压中所占的比例将变得很小,故可以略而不计。于是用来表征磁场的电感器又能除去,结果,模型变成只由一个电阻器  $R$  组成(见图 1.3c)。

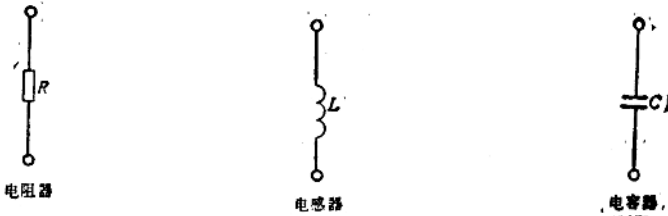


图 1.2 三种元件的符号

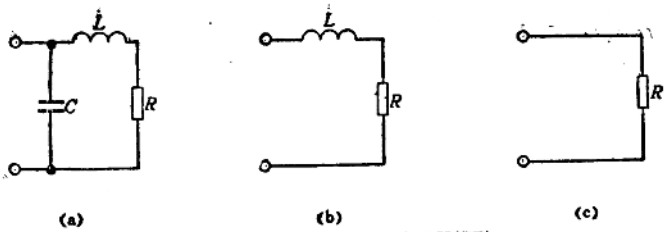


图 1.3 在不同工作频率下的变压器模型

以后,如果不作另外说明,本书将集中参数电路一概简称为电路,而且所说的电路又都是已完成器件建模的实际电路的模型。

## § 1.2 基尔霍夫定律

电路处于工作状态时,在其内部必然进行着这种或那种电磁过程。表征这些电磁过程的物理量是:电流  $i(t)$ 、电压  $u(t)$ 、磁通  $\phi(t)$  和电荷  $q(t)$ 。有关这四个量的定义和诸量之间的关系已在物理学中有所讨论,我们不再重复。在电路理论中称这四个量为电路变量。在此四个量中用得最多的是电流  $i(t)$  和电压  $u(t)$ 。在集中参数电路中电流、电压要受到两种约束:一种约束是来自组成电路的元件,因为元件上的电流和电压必须满足电路元件所具有的电压-电流关系;另一种约束则是来自电路元件的互连方式,因为电路元件之间的互连必然迫使诸元件中的电流之间和诸元件上的电压之间有联系或者说约束,体现这种约束的是基尔霍夫定律。本节着重讨论基尔霍夫定律。至于电路元件的电压-电流关系问题将放在下一章专门讨论电路元件时解决。

基尔霍夫定律有两个:第一定律又称基尔霍夫电流定律,简记为 KCL;第二定律又称基尔霍夫电压定律,简记为 KVL。第一定律(KCL),是电流的连续性在集中参数电路上的体现,其物理背景是电荷守恒公理;而第二定律(KVL)则是电场为位场时电位的单值性在集中参数电路上的体现,其物理背景是能量守恒公理。

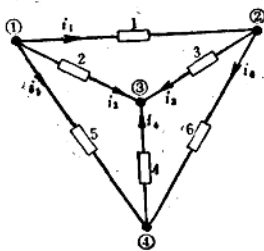


图 1.4 具有 4 个节点和 6 条支路的电路

在正式陈述基尔霍夫定律之前,先介绍一些与电路有关的名词。在电路中,一个二端元件或一个二端元件和电源的组合称为支路。两条或两条以上支路的连接点称为节点。例如如图 1.4 表示的电路具有 4 个节点(记作①、②、③和④)和 6 条支路(记作 1、2、3、4、5 和 6)。支路两端之间的电压称为支路电压,流经支路的电流称为支路电流。例如  $i_1$  是支路 1 的支路电流,  $u_1$  是支路 1 的支路电压等等。

在讨论基尔霍夫定律和以后分析电路时,要涉及到电流和电压的方向,而我们事先往往很难判断出支路电压和支路电流的真实方向。为解决这个问题,可采用先任意假定它们的方向的办法。这种任意假定的方向称为参考方向。电压的参考方向又称参考极性,用画在元件两端的“+”号和“-”号表示,而电流的参考方向则用附在支路上的箭头表示(见图 1.4 中的支路)。参考方向之所以可以任意地指定,是因为它本身并不表示电路所发生的实际物理过程。但是,在参考方向选定之后,我们

可以把计算所得的电压、电流的正负值和其参考方向联系起来考虑,从而确定出它们的真实方向。例如,图 1.4 中,支路电压  $v_1$  在时间  $t$  时为正,即  $v_1(t) > 0$ ,表示电压  $v_1$  在时间为  $t$  时的真实极性和图中标明的极性相同。若  $v_1$  在时间为  $t$  时为负,即  $v_1(t) < 0$ ,则表示其真实极性和图中标明的极性相反。类似地,支路电流  $i_1$  在时间为  $t$  时为正,表示电流  $i_1$  在时间为  $t$  时的真实方向和所标明的参考方向相同,反之则相反。应当指出的是,虽然电压、电流的参考方向可以独立地选定,但本书中对不含有电源的支路多数是按下述之约定来选取电流和电压的参考方向,即电流必须从标以“+”号的端点流入支路和从标以“-”号的端点流出支路。我们把这样的电压和电流的参考方向称为一致的参考方向。请注意,在一致的参考方向下,乘积  $v(t)i(t)$  等于支路在时间为  $t$  时所吸收的功率。

### 1.2.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(KCL)的第一种陈述:

对于任一集中参数电路中的任一高斯面,在任一时刻,流出该高斯面的所有支路电流的代数和等于零。

高斯面是一种可取任意形状的封闭曲面,因为它是封闭的,所以有面内和面外之分。电流由面内穿出该面流向面外称为流出,反之称为流入。我们一般取流出高斯面的电流为正,而流入高斯面的电流为负。根据 KCL,对在图 1.5 所示的电路中所作出的五个高斯面  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$  和  $S_5$ ,显然有

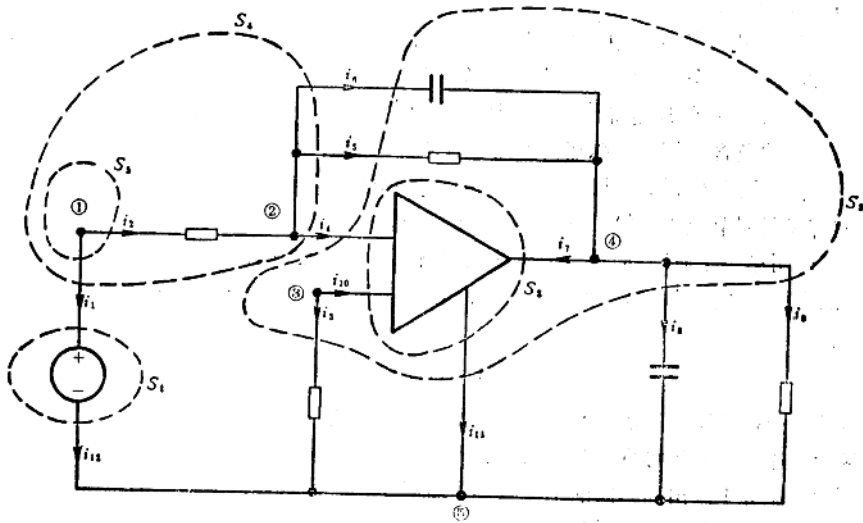


图 1.5 具有二端元件和多端元件的电路

$$S_1: \quad -i_1(t) + i_{12}(t) = 0, \quad (1.4a)$$

$$S_2: \quad i_{11}(t) - i_4(t) - i_7(t) - i_{10}(t) = 0. \quad (1.4b)$$

式 1.4a 表示在任一时刻  $t$ , 流入一个二端元件的电流等于流出该元件的电流, 式 1.4b 表示在任一时刻  $t$ , 从一个多端元件的一些端点流入的电流等于从该多端元件其余端点流出的电流。同时还有

$$S_3: \quad i_3(t) + i_{11}(t) + i_8(t) + i_9(t) - i_6(t) - i_5(t) - i_4(t) = 0, \quad (1.4c)$$

$$S_{4}: \quad i_1(t) + i_4(t) + i_5(t) + i_6(t) = 0, \quad (1.4d)$$

$$S_{5}: \quad i_1(t) + i_2(t) = 0. \quad (1.4e)$$

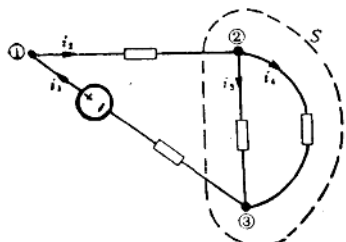


图1.6 说明KCL的例子

由于  $S_5$  中仅包含一个节点, 如果高斯面  $S_5$  收缩, 就成为节点①, 所以节点可看作是高斯面的一种特殊情况。于是 KCL 又可作第二种陈述:

对于任一集中参数电路的任一节点, 在任一时刻, 流出该节点的所有支路电流的代数和等于零。

对节点应用 KCL 时, 一般取离开节点的电流为正, 指向节点的电流为负。例如, 对图 1.6 所示电路应用 KCL 可得

$$\text{节点①:} \quad -i_1 + i_2 = 0, \quad (1.5a)$$

$$\text{节点②:} \quad -i_2 + i_3 + i_4 = 0, \quad (1.5b)$$

$$\text{节点③:} \quad i_1 - i_3 - i_4 = 0. \quad (1.5c)$$

根据 KCL 写出的方程称为 KCL 方程。

虽然 KCL 是我们熟悉的, 但有必要强调下列几点:

1. KCL 方程是一个系数为常数 1、0 及 -1 的线性齐次代数方程, 它表明了各个支路电流所受的线性约束。

2. KCL 适用于任何集中参数电路。它仅与元件的相互连接方式有关, 而与元件的性质无关。所以我们说, KCL 反映了电路的互连性质。

3. KCL 的两种陈述是等价的。要证明这一点并不难, 按照等价概念的要求需要证明, (1) 第一种陈述蕴含着第二种陈述; (2) 第二种陈述蕴含着第一种陈述。

第一种陈述蕴含着第二种陈述是明显的。例如式 1.4e 是对高斯面  $S_1$  按第一种陈述写出的, 但它却又是对节点①按第二种陈述写出的方程。

为了证明第二个命题, 即第二种陈述蕴含着第一种陈述, 我们在图 1.6 上作一个包含节点②和③的高斯面  $S$ 。现用第二种陈述对节点②和③可分别列出方程 1.5b 和 1.5c, 再将二式相加, 得

$$i_1 - i_2 = 0,$$

此式恰是第一种陈述对高斯面  $S$  写出的方程。故命题得证。

尽管上述两种陈述等价, 但第一种便于我们理解 KCL 是渊源于电荷守恒公理, 因为流入高斯面的电流等于流出高斯面的电流实际上就是单位时间内流入高斯面的电荷量等于流出高斯面的电荷量, 说明了电荷守恒。

4. 对任一具有  $n$  个节点,  $b$  条支路的电路按 KCL 的第二种陈述来列写 KCL 方程, 所得的方程组中的独立方程只有  $n-1$  个。例如我们把式 1.5 所示的三个方程相加, 可以发现所得的方程中所有的支路电流都出现两次, 一次是正的, 一次是负的。于是所得方程为  $0=0$ 。这个结果表明了 KCL 方程并非都是独立的。事实上, 式 1.5 所示的三个方程中, 任何一个方程都可以由其他两个方程相加并乘以 -1 而得到。所以, 它们中间只有两个是独立方程。推而广之, 如果把对  $n$  个节点分别写得的  $n$  个 KCL 方程相加, 必定有

$$\sum_{j=1}^b [(+i_j) + (-i_j)] = 0.$$

式中  $b$  是支路数。这是容易理解的。因为每个支路是连接在两个节点之间的，并且每个支路电流是从一个节点流入而从另一节点流出，所以对于  $n$  个 KCL 方程来说，如果把前  $n-1$  个节点的 KCL 方程相加，则除了汇集到第  $n$  个节点的电流之外，其余的电流都被抵消。于是，就得到第  $n$  个节点的 KCL 方程。显然，这个方程是前  $n-1$  个 KCL 方程的线性组合，是非独立的，而前  $n-1$  个 KCL 方程之间则是线性无关的。由上述可知，对  $n$  个节点列 KCL 方程，只有  $n-1$  个 KCL 方程是独立的。

为了得到独立的 KCL 方程，我们多是采用这样的方法，即不对全部节点写出方程，而是只对除去一个所谓基准点后剩下的  $n-1$  个节点写方程。

最后应该指出，KCL 还有一种对割集而言的陈述方式，这种方式将在第五章中讨论。

### 1.2.2 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(KVL)的第一种陈述：

对于集中参数连通电路中的任一对节点①和②，在任一时刻，位于这两个节点之间的电压  $v_{12}(t)$  等于两者相对于任意所选基准点的电位  $v_{n1}(t)$  和  $v_{n2}(t)$  之差，即

$$v_{12}(t) = v_{n1}(t) - v_{n2}(t), \quad \forall t. \quad (1.6)$$

这一陈述的成立是明显的，因为集中参数电路上各点对一基准点的电位是确定的(单值的)，所以其上任意两点之间的电压可以确定无误地用式 1.6 来表达。

陈述中所说的基准点一般是选电路中的某个节点来充当。被选中节点上总是标有一个接地符号(见图 1.7 上的节点⑤)，基准点的电位被定为零。式 1.6 中的  $v_{n1}(t)$  和  $v_{n2}(t)$  既是节点①和②的电位，又是两者与基准点之间的电压，以后便称它们为节点电压。至于陈述中说到的连通电路是指那种其内任意两个节点之间至少有一条通路的电路。当然，不具有这一条件，便是非连通电路。

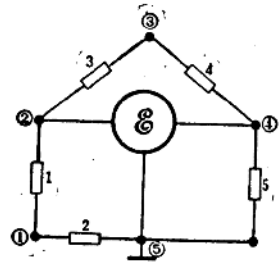


图 1.7 用于说明 KVL 的连通电路

图 1.7 所示的电路是连通电路，由 5 个二端元件和一个标以  $E$  的三端元件组成。根据上面对 KVL 的陈述，对每对节点可写出：

$$v_{12} = v_{n1} - v_{n2}, \quad (1.7a)$$

(注意，上式中的诸电压都是时间函数，但为了简化，我们把时间  $t$  省掉了。在以后的式子中我们将经常作如此之处理。)

$$v_{23} = v_{n2} - v_{n3}, \quad (1.7b)$$

$$v_{34} = v_{n3} - v_{n4}, \quad (1.7c)$$

$$v_{45} = v_{n4} - v_{n5} = v_{n4}, \quad (1.7d)$$

$$v_{15} = v_{n1} - v_{n5} = v_{n1}, \quad (1.7e)$$

$$v_{13} = v_{n1} - v_{n3}, \quad (1.7f)$$

$$v_{14} = v_{n1} - v_{n4}, \quad (1.7g)$$

$$v_{24} = v_{n2} - v_{n4}, \quad (1.7h)$$

$$u_{25} = u_{a2} - u_{a5} = u_{a2}, \quad (1.7i)$$

$$u_{35} = u_{a3} - u_{a5} = u_{a3}. \quad (1.7j)$$

再按  $u_{jk} = -u_{kj}$  又可得出  $u_{21}, u_{32}, \dots, u_{53}$ 。

如果我们将式 1.7a, 1.7h, 1.7d 相加, 再减去式 1.7e, 将有

$$u_{12} + u_{24} + u_{45} - u_{15} = u_{12} + u_{24} + u_{45} + u_{51} = u_{a1} - u_{a2} + u_{a2} - u_{a4} + u_{a4} - u_{a1} = 0. \quad (1.8a)$$

仔细分析一下上式, 可以看出电压  $u_{12}, u_{24}, u_{45}$  和  $u_{51}$  是一节点序列①-②-④-⑤-①中的相邻二节点间的电压, 这个节点序列的首尾合一, 故为闭合节点序列。于是式 1.8a 所表达的是, 对于闭合节点序列①-②-④-⑤-①, 在任一时刻  $t$  位于此序列相邻节点之间的电压之代数和为零。这一结果具有普遍性。例如, 我们取闭合节点序列②-③-⑤-②, 对此节点序列有

$$u_{23} + u_{35} + u_{52} = u_{a2} - u_{a3} + u_{a3} - u_{a2} = 0; \quad (1.8b)$$

又如, 取闭合节点序列①-②-③-④-⑤-①, 则有

$$u_{12} + u_{23} + u_{34} + u_{45} + u_{51} = u_{a1} - u_{a2} + u_{a2} - u_{a3} + u_{a3} - u_{a4} + u_{a4} - u_{a1} = 0. \quad (1.8c)$$

这样, 我们又能对 KVL 作第二种陈述:

对任一集中参数连通电路中的任一闭合节点序列, 在任一时刻  $t$ , 沿此闭合节点序列的各相邻节点之间的电压之代数和为零。

闭合节点序列尚能进一步细分, 其中有的序列是, 其内每一对相邻节点之间都有一条支路直接相连, 形成了一条由支路连成的闭合路径, 这样的闭合路径就是我们在下一节将加以严格定义的回路。象上面的闭合节点序列①-②-③-④-⑤-①就具有这种特点, 故是一个回路; 有的序列却不是这样, 其内有某些相邻节点之间并无一条支路直接相连。象上面的闭合节点序列②-③-⑤-②和①-②-④-⑤-①都具有这种特点, 按照回路的定义, 这种闭合节点序列不是回路。但是, 如果我们把两者之间缺少一条支路直接连接的相邻节点, 看成是两者之间有一条由称为“开路”的元件所组成的支路直接连接的相邻节点, 则这种闭合节点序列便可归类于回路, 这是因为“开路”是一种特殊的电阻器(将在第二章里讨论), 具有有端电压而无电流的特点, 将它接在电路的任意两个节点之间都不会影响电路的性能; 或者说, 将它接入并不破坏电路原有的电流、电压的分布状况。

当一些原来不是回路的闭合节点序列也可看成回路时, 上面的第二种对 KVL 的陈述又可引申为第三种陈述:

对任一集中参数连通电路中的任一回路, 在任一时刻, 沿此回路各支路上的电压代数和为零。

在应用 KVL 的第三种陈述时, 应指定回路的循行(绕行)方向。循行方向可任取, 可以取顺时针方向, 也可以取逆时针方向。当支路电压的参考方向与回路的循行方向相一致时, 我们对这个电压取正号, 反之则取负号。

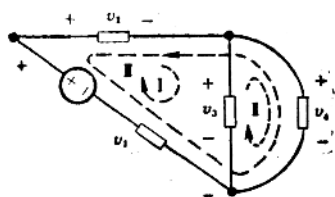


图 1.8 说明 KVL 的例子

例如对图 1.8 按所取循行方向应用该定律可得方程:

$$\text{回路 I} \quad -u_1 + u_2 + u_3 = 0, \quad (1.9a)$$

$$\text{回路 II} \quad -u_3 + u_4 = 0, \quad (1.9b)$$

$$\text{回路 III} \quad u_1 - u_2 - u_4 = 0. \quad (1.9c)$$

根据 KVL 写出的方程称为 KVL 方程。

虽然我们对 KVL 也是熟悉的, 但有必要强调下列几点:



1. KVL 方程是一种系数为常数 1、0 及 -1 的线性齐次代数方程。它表明了各个支路电压所受的线性约束。

2. KVL 适用于任何集中参数电路。它仅与元件的连接方式有关，而与元件的性质无关。所以我们说，KVL 反映了电路的互连性质。

3. KVL 的三种陈述是等价的(请读者自己论证)。在这三种陈述中最后一种最便于我们理解 KVL 是渊源于能量守恒公理这一重要的论断。因为回路是一个闭合路径，沿此路径电压的代数和为零意味着一正电荷由一点出发再回到该点电场对其做功为零，或者说，此电荷既未获得能量，又未丢失能量，即能量守恒。

4. 对任一具有  $n$  个节点， $b$  条支路的电路，根据 KVL 的第三种陈述来列写 KVL 方程，其独立方程数等于独立回路数。所谓独立回路是指这样一种回路，即它包含其他回路未曾占用的支路。对独立回路列出 KVL 方程，由于方程中具有其他方程所不包含的支路电压，而不可能由其他方程加减得到，所以是独立的。

至于一个电路独立回路究竟是几个以及选取独立回路的方法放到下节里讲。

## § 1.3 从网络到图

在上一节我们已经比较全面地介绍了基尔霍夫定律的几种陈述，其中对节点进行的 KOL 陈述和对回路进行的 KVL 陈述，特别有助于对“基尔霍夫定律反映了电路的互连性质”这句话的理解。道理很简单，因为节点是支路端点的汇集点，表明哪些支路连接在一起，而 KOL 对节点之陈述体现的恰是这些支路内的电流所必须遵守的约束；回路是支路构成的闭合通路，表明了哪些支路串接在一起，而 KVL 对回路的陈述体现的恰是这些支路上的电压所必须遵守的约束。在本节中，我们将把电路抽象为图，通过对图的讨论来继续认识电路的一些互连性质。

### 1.3.1 图

在电路理论中，电路又称网络。虽然两者是通用的，但通常网络是指较复杂的电路而言。在下面的叙述中，我们将经常采用网络这一名称。

如果我们只研究网络的互连性质，而不考虑元件的特性，则网络中的每一个元件(或电源和元件的组合)都可抽象为一根具有两个端点的线段(可直，可曲)。这根线段仍称为支路，而其两个端点仍称为节点。在所有元件都被线段替代以后，我们就得到一个图。应该注意，这里的图是一个专用名称，它与描述函数的曲线图以及书中插图上用来表示电路元件及其组合的电路图是不相同的。明确地说，图是一节点集和一支路集的总体，其中支路集的每条支路的两个端点必须是节点集的两个节点。图通常是用符号  $G$  记之。例如，与图 1.9a 所示电路对应的图如图 1.9a' 所示，它含有支路集  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  和节点集  $\{①, ②, ③, ④\}$ ；与图 1.9b 所示电路对应的图如图 1.9b' 所示，此图所含的支路集为  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，节点集为  $\{①, ②, ③, ④, ⑤\}$ 。图 1.9a' 上的图是连通网络的图，它保留原网络的连通性，故称连通图，而图 1.9b' 的图是非连通网络的图，它保留了原网络的非连通性，故称为非连通图。由于图 1.9a'、b' 所示图中每一支路都不具有方向，故称它们为无向图。如果给定网络的每一条支路都具有与电压和电流指定的一致参考方向(见图 1.10a)，而抽象成图时又保留每一条支路上的方向，则该图称为有向图(见图 1.10b)。