

# 结 构 振 动 分 析

(振动结构的模型、分析和阻尼)

[英] C.F. 比尔兹 著

朱世杰 陈玉琼 译

中 国 铁 道 出 版 社

1988年·北京

# 结 构 振 动 分 析

(振动结构的模型、分析和阻尼)

[英] C.F. 比尔兹 著

朱世杰 陈玉琼 译

中 国 铁 道 出 版 社

1988年·北京

## 内 容 简 介

本书介绍了结构振动分析技术及原理、结构振动的数学模型、振动控制及减振措施等。

全书共分五章：第一章引言；第二至第四章分别介绍了单自由度、多自由度以及连续结构的振动理论；第五章介绍了结构的阻尼。

本书在阐述理论过程中，结合了许多实例，具有理论联系实际、深入浅出的特点，是一本学习结构振动分析的入门书。

本书可供从事土建，交通，机械等有关技术人员，科研人员，大专院校师生参考。

Structural Vibration Analysis  
Modelling, Analysis and Damping of Vibrating  
structures

C.F. Beards

Ellis Horwood Ltd. 1983

\* \* \*

### 结 构 振 动 分 析

(振动结构的模型、分析和阻尼)

[英] C.F. 比尔兹 著

朱世杰 陈玉琼 译

中国铁道出版社出版

责任编辑 刘曼华 封面设计 翟 达

新华书店总店科技发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 1/32 印张：4.625 字数：102千

1988年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,000册 定价：1.10元

## 译者的话

本书作者是伦敦大学帝国科技学院C.F. 比尔兹(Beards)讲师。他曾以优异成绩毕业于伦敦大学玛丽皇后学院, 后又在该院取得哲学博士学位。他还是振动分析和系统控制动力学[Vibration Analysis and Control System Dynamic(1981)]一书的作者。

本书是一本结构振动分析方面的入门书, 其内容论述了振动分析技术及其理论、结构振动的数学模型、振动控制及减震措施等。书中除在各章中插入一些算例外, 还用了一章的篇幅编入了大量富有实用意义的习题, 其中一些题曾是帝国科技学院的大学生通过伦敦大学理科学士学位时测验振动学的考题。在我国, 也如作者在前言中所指出的那样, 能帮助设计者预计出动力荷载对结构效应方面的书籍很少; 此外, 当前国内出版的有关结构动力学的书大多是内容比较高深的专著, 而适合于初学者和设计者用的都不多。因此, 我们将该书译出, 作为一本结构动力学的入门书栏供工科大学学生及工程技术人员参考。

原书共分六章, 第一章为引言; 第二章至第五章分别阐述了单自由度结构、多自由度结构以及连续结构的振动, 及结构中的阻尼等问题, 第六章是习题。

考虑到第六章全是习题, 故在译书中略去这一章, 以后将另出版习题解答, 以供读者参阅。

本书承南京工学院数学力学系张建周副教授校对, 译者在此表示感谢。

译者

1985年12月

# 目 录

一般符号.....	1
<b>第一章 引 言.....</b>	<b>3</b>
1.1 结构振动的原因 .....	4
1.2 结构振动的效应 .....	4
1.3 结构振动的衰减 .....	5
1.4 结构振动的分析 .....	5
1.5 动力结构的模拟 .....	6
1.6 人对振动的响应 .....	9
1.7 本书提要 .....	10
<b>第二章 单自由度结构的振动.....</b>	<b>12</b>
2.1 无阻尼自由振动 .....	13
2.1.1 平移振动 .....	13
2.1.2 扭    振 .....	14
2.1.3 能量分析法 .....	14
2.1.3.1 具有重型弹簧系统的振动 .....	16
2.1.3.2 梁的横向振动 .....	17
2.1.4 振动结构的稳定性 .....	20
2.2 有阻尼的自由振动 .....	23
2.2.1 有粘滞阻尼的振动 .....	23
2.2.2 有库仑阻尼（干摩擦）的振动 .....	26
2.2.3 有粘滞阻尼和库仑阻尼相结合的振动 .....	28
2.2.4 有滞变阻尼的振动 .....	29
2.2.5 由阻尼引起的能量耗散 .....	31

2.3	强迫振动 .....	32
2.3.1	有粘滞阻尼的结构对恒振幅简谐激振力的响应 .....	32
2.3.2	支承在受谐振基础上的粘滞阻尼结构的响应 .....	34
2.3.2.1	隔 振 .....	35
2.3.3	有库仑阻尼的结构对恒振幅简谐激振力的响应 .....	38
2.3.4	有滞变阻尼的结构对恒振幅简谐激振力的响应 .....	39
2.3.5	结构对突然外施力的响应 .....	40
2.3.6	冲击激振 .....	41
2.3.7	风或水流激起的振动 .....	43
2.3.8	谐波分析 .....	45
第三章	多自由度结构的振动 .....	49
3.1	有两个自由度的结构 .....	50
3.1.1	无阻尼结构的自由振动 .....	50
3.1.2	坐标耦联 .....	52
3.1.3	强迫振动 .....	55
3.1.4	有粘滞阻尼的结构 .....	58
3.2	多自由度结构 .....	59
3.2.1	矩 阵 法 .....	60
3.2.1.1	主振型的正交性 .....	64
3.2.2	Lagrange方程 .....	68
3.2.3	位移导纳 .....	70
3.2.4	速度阻抗和速度导纳 .....	75
第四章	连续结构的振动 .....	81
4.1	均匀薄梁的纵向振动 .....	81

4.2 均匀薄梁的横向振动 .....	84
4.2.1 转动惯量和剪切效应 .....	88
4.2.2 轴向荷载效应 .....	88
4.2.3 具有分离体的梁的横向振动 .....	89
4.2.4 位移导纳分析 .....	91
4.3 用Rayleigh能量法分析连续结构 .....	95
4.4 均匀薄板的横向振动 .....	99
4.5 有限元法 .....	103
<b>第五章 结构中的阻尼 .....</b>	<b>105</b>
5.1 激振源和隔振 .....	105
5.2 阻尼对结构振动响应的影响 .....	110
5.3 结构阻尼的量测 .....	110
5.4 阻尼来源 .....	118
5.4.1 固有阻尼 .....	118
5.4.1.1 滞变或材料阻尼 .....	118
5.4.1.2 结构连接处阻尼 .....	120
5.4.1.3 其它的阻尼来源 .....	124
5.4.2 附加阻尼 .....	124
5.4.2.1 附加阻尼器和减震器 .....	124
5.4.2.2 限制(约束)层阻尼 .....	135

## 一般符号

- $a$ ——阻尼系数, 阻尼因子  
尺寸  
 $b$ ——圆频率(rad/s) 尺寸  
 $c$ ——粘滞阻尼系数  
应力波的传播速度 =  
 $\sqrt{E/\rho}$   
 $c_c$ ——临界粘滞阻尼系数 =  
 $2\sqrt{mk}$   
 $c_d$ ——对于干摩擦阻尼的等效粘滞阻尼系数 =  
 $4F_d/\pi\omega X$   
 $c_H$ ——对于滞变阻尼的等效粘滞阻尼系数 =  
 $\eta k/\omega$   
 $f$ ——频率 (Hz)  
激振力  
 $f_s$ ——Strouhal 频率  
(Hz)  
 $h$ ——高度  
厚度  
 $j$ —— $\sqrt{-1}$   
 $k$ ——线性弹簧刚度系数  
梁的剪切常数  
 $k_r$ ——扭转弹簧刚度系数  
 $k^*$ ——复刚度系数 =  $k(1 + j\eta)$   
 $l$ ——长度  
 $m$ ——质量  
 $q$ ——广义坐标  
 $s$ ——Laplace算子,  $s = a + jb$   
 $t$ ——时间  
 $u$ ——位移  
 $v$ ——速度  
挠度  
 $x$ ——位移  
 $y$ ——位移  
 $z$ ——位移  
 $A$ ——振幅, 幅值  
常数  
横截面面积  
 $B$ ——常数  
 $C_{1,2,3,4}$ ——常数  
 $D$ ——抗挠刚度,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$   
液压平均直径  
 $E$ ——弹性模量  
 $E'$ ——同相位的, 或储备模量  
 $E''$ —— $90^\circ$ 相移,  $90^\circ$ 相位差, 或损失模量  
 $E^*$ ——复模量 =  $E' + jE''$



- $F$ ——激振力幅值  
 $F_d$ ——库仑摩擦力 =  $\mu N$   
 $F_T$ ——传递力  
 $G$ ——质量中心  
     刚度模量  
 $I$ ——质量惯性矩  
 $J$ ——面积二次矩  
 $K$ ——刚度, 刚度系数  
 $M$ ——质量  
     力矩  
     速度导纳  
 $N$ ——外施法向力  
 $P$ ——力  
 $Q$ ——阻尼系数,  $Q = 1/2\zeta$   
 $R$ ——曲率半径  
 $T$ ——动能  
     拉力  
 $T_R$ ——传递系数 =  $F_T/F$   
 $V$ ——位能  
 $X$ ——运动幅值  
 $X_s$ ——静挠度 =  $F/k$   
 $X/X_s$ ——动力放大系数  
 $Z$ ——速度阻抗  
 $\alpha$ ——系数  
     影响系数  
     相位角  
     位移导纳  
 $\beta$ ——系数  
     位移导纳  
 $\gamma$ ——系数  
     位移导纳
- $\epsilon$ ——短时间间隔  
     应变  
 $\epsilon_0$ ——应变幅值  
 $\eta$ ——损失系数 =  $E''/E'$   
 $\zeta$ ——阻尼比 =  $C/C_c$   
 $\theta$ ——角位移  
 $\lambda$ ——矩阵本征值  
      $[\rho A \omega^2 / EI]^{1/4}$   
 $\mu$ ——摩擦系数  
     质量比 =  $m/M$   
 $\nu$ ——泊松比  
     激振圆频率 (rad/s)  
 $\rho$ ——材料密度  
 $\sigma$ ——应力  
 $\sigma_0$ ——应力幅值, 应力大小  
 $\tau$ ——振动周期 =  $1/f$   
 $\tau_v$ ——有粘滞阻尼的振动周期  
 $\phi$ ——相位角  
     时间函数  
 $\psi$ ——相位角  
 $\omega$ ——无阻尼圆频率  
     (rad/s)  
 $\omega_v$ ——有粘滞阻尼的圆频率 =  $\omega\sqrt{1-\zeta^2}$   
 $A$ ——对数衰减率  
     =  $\ln(X_1/X_2)$   
 $\Omega$ ——自振(固有)圆频率  
     (rad/s)

## 第一章 引 言

结构是一种承重构架，这种构架可能是建筑物、轮船、宇宙飞船、发动机或其它一些系统的一部分。它可以是若干部件连接在一起的组合体，也可以是单一构件。工业革命以前，结构通常都有很大的质量，因为当时的结构采用粗大的木材、铸件和石料建造，而且激振源的量值也小，因此结构的动力响应非常小。此外，当时常用的建造方法使结构具有很高的内部阻尼，也使得结构对动力激振产生小的结构响应。近二百年来，随着高强轻质材料（如铸铁、钢和铝）的出现，随着人们对材料性质和结构载荷知识的增加，满足一定功能的已成结构的质量已大为降低。随着发动机的效率的提高和转动速度的增高，激振力也增大了。在提高激振力的同时减少结构质量和阻尼的这个趋势，到目前仍在继续增加。如果有少数一些结构，其动力特性适宜，那么它们的设计就不必进行振动分析。然而，对任何拟建结构来说，进行动力分析是十分必要的。

通常在设计阶段对结构进行分析和修改，比起结构建成之后发现振动特性不合适时，再进行修改要容易得多。不过，有时用改变结构参数或改变外界条件的办法，以减少因初步设计不适当所造成的实际结构的振动是必要的，也是可能的，所以，结构振动分析技术用于实际结构，也象用于设计阶段的结构一样，同样可以取得好的效果。然而结构是否已经建成，对解决振动问题的方法也有所不同。

总之，近代结构常常安装有很大的动力源，这种动力源

会引起强烈的激振，而且，现代构筑方法使得结构的质量轻和内部的阻尼小。因而需要精心设计和分析，以避免共振，或避开不合要求的动力特性。

### 1.1 结构振动的原因

有两个因素控制着结构振动的振幅和频率，一个是对结构施加的激振，另一个则是结构对特定激振的响应。改变激振或改变结构的动力特性，都将改变被激起的振动。

激振可以由外部振源引起，如地基或基础的振动、侧风、波浪和水流、地震等，也可由结构的内部振源引起，如运动荷载、转动式或往复式发动机及机械等。这些激振力和运动，在时程上，可以是周期性的或简谐性的，可以是冲击荷载或脉动荷载，甚至也可以是随机性的。除随机荷载外，所有各种激振类型都在本书中进行论述，因为随机振动分析需要专门的数学方法，故本书从略，对此在现有著作中已有充分的研究，例如D.E.New Land的《随机振动和光谱分析导论(An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis)》(Longman出版社)。

结构对激振的响应不但取决于激振力或运动的施加方式及其位置，还取决于结构的动力特性，譬如结构的自振频率和内部阻尼的大小等。

### 1.2 结构振动的效应

在某些特殊结构中(振动输送机和打夯机)，振动是有用的，但在大多数结构中，振动是不受欢迎的。因为振动会产生引起结构疲劳和破坏的动应力和动变形，会引起接触部件间的微振磨损腐蚀，引起环境噪声，振动还会降低结构或其部件的功能和寿命。

### 1.3 结构振动的衰减

降低激振或降低结构对激振的响应，或者同时降低二者，都可以减低结构的振动程度。在设计阶段，通过改变机具设备的响应性能，变动设备在结构中的位置，或者使设备与结构隔振，从而使产生的振动不传给支座，这都可以降低激振力和位移。改变结构的质量或刚度，改动振源的位置，或者增大结构阻尼，也能改变结构的响应。当然，无论是在设计阶段还是在修改现有的结构时，都必须仔细分析，才能预计这些变化后的效果。

### 1.4 结构振动的分析

分析结构振动是为了预计结构的自振频率和预计结构对预期激振的响应。必须找出结构的自振频率，这是因为，如果结构在这些自振频率中有一个被激振，就会发生共振，从而形成大振幅、高动应力和高等级的噪声。因此设计出的结构在正常条件下不应出现共振。这一点通常意味着，结构分析仅需在预期的激振频率范围内进行。

虽然分析一个完整的结构是可能的，但是这常会导致非常复杂的分析并得出大量不必要的数据。当我们进行分析时，通常要找出一个简化的结构数学模型，以便在合格的精度范围内，尽可能经济地得到有用的数据。如果要使模型提供有用而真实的数据，用一个简单数学模型的演算来模拟一个真实结构的动力特性是不容易做到的。用模型预示出结构节点的位置常常是合乎要求的。那些零振幅点是安放高精度仪器的有用位置。还有一种特殊振型，当力作用在这个振型节点之一时，不会激起振动。

## 1.5 动力结构的模拟

所有实际结构都有无限个自由度，也就是说，要完全确定结构在任一瞬间的位置，就必须有无数个坐标。结构所具有的自振频率数和其自自由度数相同。如果在这些自振频率中的任一个频率下进行激振，那就会出现共振状态，从而出现大振幅响应。对于每个自振频率，结构都有一个特定的振动方式，所以，结构在每一个自振频率下，都有其特定的形态（振型）。

幸好，通常并不需要计算结构的全部自振频率，这是因为许多自振频率不会被激起，而且，由于在有些特定振型下存在着高阻尼，所以在任何情况下这些自振频率仅可能产生很小的共振振幅。只要结构参数选得合适，即可模拟出正确的振型，因此，一个动力结构的分析模型只需要几个自由度，甚至只需要一个自由度。要导出一个结构的真实而有用的数学模型绝非易事，因为，通常要做出特定的振型分析。而且对于数学模型，在确定相应的结构运动和参数时，应特别仔细。下面将举出一些从实际结构中导出的模型例子，更多的实例将在全书中介绍。

烟囱或高塔的摆振可以用单自由度模型来进行研究，该模型是把烟囱看作放在弹性地基上的刚体来考虑的。若要考虑烟囱本身的弯曲振动。则要求有更精确的模型，比如用图 1.1 所示的四个自由度系统来研究。对质量和刚度参数给以适当值，那么第一弯曲振型频率和相应的振型就能得到很好的近似结果。用这样的模型来计算更高振型的频率是不够精确的。为此则需要一个更精确的模型，这个模型应具有更多的质量单元和更多的自由度。

如图 1.2 所示，用两个自由度系统模拟机床结构，就可

以分析机床的振动。最简单的方法。是把床身看成一个具有质量和惯量的刚性体，而头架和尾架每个都可以用集中质量块来模拟。如图所示，床身由两端的弹簧支承，这样的模型对测定最低的或者叫基本的自振频率十分有用。在某些机床设计中，如果床身不能看成是刚性的，那么这种精确模型必须把床身看成是附着有集中质量的弹性梁。

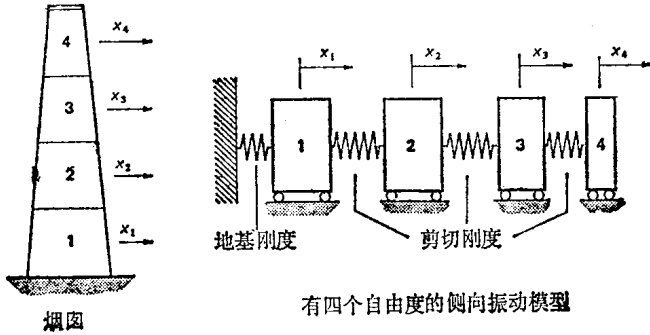


图1.1 烟囱的振动分析模型

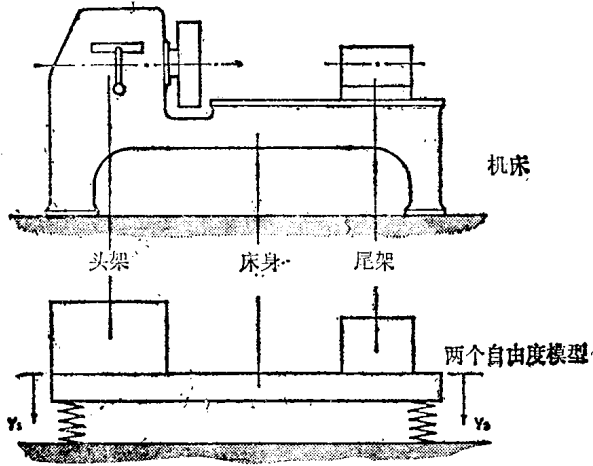


图1.2 机床振动分析模型

在分析处于竖直位置的射电望远镜的扭振时，可采用图

1.3所示的五个自由度的模型，各种部件的质量和惯量通常都能相当精确地测定出来，但在设计阶段，刚度参数的计算可能有困难，幸而自振频率与刚度参数的平方根成正比。因此如果这个结构或类似的结构已经建成，其刚度参数就能测量出来。模型的进一步简化应使转动架的惯量等于零，以便得到一个有三个自由度的模型。只要惯量和刚度参数选用恰当，这样一个模型就易于分析，并可相当精确地把扭振的最低自振频率测定出来。因为这种模型不精确，所以不能用来测定其它的振型。然而，在许多结构中，仅需测定最低自振频率，因为，如果结构能够经受住这个频率的振动，那就能够经受其它自振频率的振动。

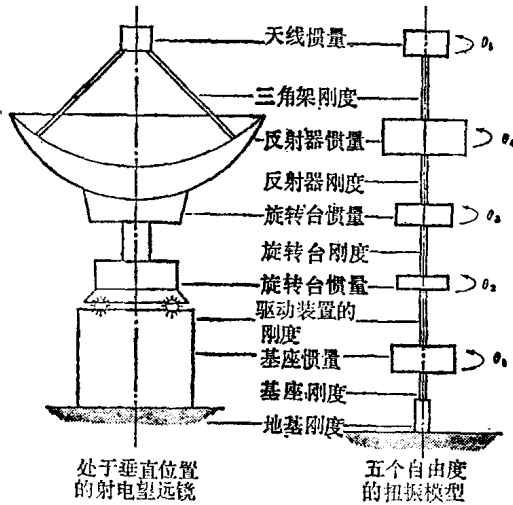


图1.3 射电望远镜的振动分析模型

所有这些模型都没有包括结构的阻尼效应。在大多数结构中，阻尼非常低，因此，无阻尼自振频率和有阻尼自振频率之间的差别可以忽略不计。如果要寻找结构对特殊激励的

响应（尤其在共振区的频率下），就需要包括结构的阻尼效应。

### 1.6 人对振动的响应

在结构中，虽然其部件所经受的动应力和动应变问题很重要，而且不应发生由于疲劳或故障引起的结构破坏，但在许多结构（交通工具和建筑物）中，人对预计发生振动的响应也必须加以考虑。人类对振动的感觉很灵敏，所以在设计结构时，应确保其响应不超过临界等级，这往往是一个现实的课题。当人站着或躺着时，对谐振感觉的临界值，可用 Diekmann 指数  $K$  值十分准确地预计如下：

Diekmann  $K$  值

竖直振动：

$$\text{低于 } 5\text{Hz} \quad K = Af^2$$

$$5\text{Hz} \sim 40\text{Hz} \quad K = Af$$

$$\text{高于 } 40\text{Hz} \quad K = 200A$$

水平振动：

$$\text{低于 } 2\text{Hz} \quad K = 2Af^2$$

$$2\text{Hz} \sim 25\text{Hz} \quad K = 4Af$$

$$\text{高于 } 25\text{Hz} \quad K = 100A$$

其中  $A$  —— 振幅 (mm)

$f$  —— 频率 (Hz)。

振动敏感度范围如下：

$K = 0.1$ , 低于感受界限，

$K = 1$ , 在任何时间期限内工业上的容许值，

$K = 10$ , 仅在短时间内的容许值，

$K = 100$ , 常人能经受的上限。

图 1.4 表明了人类忍受振动时的近似容许量的级别，以



及 $K=1$ 及竖直振动的Diekmann指数。可以看出,对于感受限度, $K=0.1$ 是一个很安全的值,该值也是在建筑物中不应超过的振动等级。

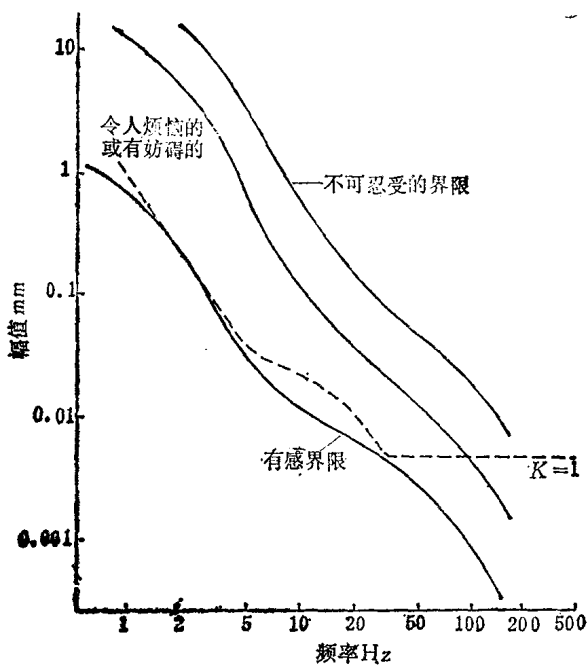


图1.4 人对振动的忍受界限

### 1.7 本书提要

第二章论述单自由度结构和模型的有阻尼和无阻尼的自由振动和强迫振动。第三章的分析不仅能够解决大范围的问题,而且也是研究多自由度结构分析的重要基础。第四章分析如梁和板这样一些有分布质量和弹性的结构。在第五章中,除了论述结构阻尼及其对结构响应的影响外,还论及有阻尼结构的测定和分析技术,以及在结构中增加阻尼的方