

PHY

国外物理名著系列 19

(注释版)

The Theory of
Critical Phenomena:
an Introduction to the
Renormalization Group

临界现象理论
——重正化群导论

J.J. Binney N.J. Dowrick
A.J. Fisher M.E.J. Newman



科学出版社
www.sciencep.com

1913

國外物理名著系列 19

1913

The Theory of
Critical Phenomena:
an Introduction to the
Renormalization Group
临界现象理论
——重整化群导论

J.J. Binney, N.J. Dowrick,
A. Fisher, M.E.J. Newman

科学出版社
www.sciencep.com

国外物理名著系列 19

The Theory of Critical Phenomena:
an Introduction to the Renormalization
Group

临界现象理论

——重正化群导论

J. J. Binney, N. J. Dowrick, A. J. Fisher, M. E. J. Newman

科学出版社

北京

图字:01-2008-3056

J. J. Binney, N. J. Dowrick, A. J. Fisher, M. E. J. Newman; The Theory of Critical Phenomena

© J. J. Binney, N. J. Dowrick, A. J. Fisher and M. E. J. Newman, 1992

The Theory of Critical Phenomena was originally published in English in 1992. This adaptation is published by arrangement with Oxford University Press and is for sale in the Mainland(part) of The People's Republic of China only.

临界现象理论原书英文版于1992年出版。本改编版获得牛津大学出版社授权出版,仅限于在中华人民共和国大陆(部分)销售。版权所有,翻印必究。

图书在版编目(CIP)数据

临界现象理论=The Theory of Critical Phenomena; an Introduction to the Renormalization Group; 英文/(英)宾尼伊(Binney, J. J.)等编著. —影印本. —北京:科学出版社,2008

(国外物理名著系列;19)

ISBN 978-7-03-022124-7

I. 临… II. 宾… III. 临界态理论-英文 IV. 0369

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第075226号

责任编辑:王飞龙 胡凯 鄢德平/责任印制:赵德静/封面设计:陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年6月第一版 开本:B5(720×1000)

2008年6月第一次印刷 印张:30 1/2

印数:1~3000 字数:568 000

定价:89.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈双青〉)

国外物理名著系列序言

对于国内的物理学工作者和青年学生来讲，研读国外优秀的物理学著作是统掌握物理学知识的一个重要手段。但是，在国内并不能及时、方便地买到国的图书，且国外图书不菲的价格往往令国内的读者却步，因此，把国外的优秀理原著引进到国内，让国内的读者能够方便地以较低的价格购买是一项意义深的工作，将有助于国内物理学工作者和青年学生掌握国际物理学的前沿知识，而推动我国物理学科研究和教学的发展。

为了满足国内读者对国外优秀物理学著作的需求，科学出版社启动了引进外优秀著作的工作，出版社的这一举措得到了国内物理学界的积极响应和支持很快成立了专家委员会，开展了选题的推荐和筛选工作，在出版社初选的书单基础上确定了第一批引进的项目，这些图书几乎涉及了近代物理学的所有领域，有阐述学科基本理论的经典名著，也有反映某一学科专题前沿的专著。在选择书时，专家委员会遵循了以下原则：基础理论方面的图书强调“经典”，选择那些经得起时间检验、对物理学的发展产生重要影响、现在还不“过时”的著（如：狄拉克的《量子力学原理》）。反映物理学某一领域进展的著作强调“前沿和“热点”，根据国内物理学研究发展的实际情况，选择了能够体现相关学科新进展，对有关方向的科研人员和研究生有重要参考价值的图书。这些图书都最新版的，多数图书都是2000年以后出版的，还有相当一部分是2006年出版新书。因此，这套丛书具有权威性、前瞻性和应用性强的特点。由于国外出版的要求，科学出版社对部分图书进行了少量的翻译和注释（主要是目录标题和习题），但这并不会影响图书“原汁原味”的感觉，可能还会方便国内读者的读和理解。

“他山之石，可以攻玉”，希望这套丛书的出版能够为国内物理学工作者和年学生的工作和学习提供参考，也希望国内更多专家参与到这一工作中来，推更多的好书。



中国科学院院士
中国物理学会理事

Preface

There are now quite a number of books available on the theory of critical phenomena. Does the world really need another? We believe this book does fill a gap in the literature for several reasons.

First, it combines discussions of exact solutions, numerical simulations, real-space renormalization and field-theoretic methods, in a way which we hope illuminates the similarities and differences, and the strengths and weaknesses, of all these approaches to the study of continuous phase transitions.

Second, we have tried hard to make the book accessible to students with a good undergraduate background in physics but no knowledge of quantum field theory. Thus, we have taken pains to exclude as much jargon as possible, and to define clearly those technical terms that we do require. We have also tried to make the book as self-contained as possible by covering in boxes and appendices the technical details and mathematical techniques which are necessary for the solution of some of the more difficult problems in the field, but with which the reader may be unfamiliar.

Finally, at the end of each chapter we give several problems, which we hope will help readers to become familiar with the concepts and techniques introduced in that chapter. Complete solutions to all the problems are given at the back of the book.

While writing this book we have drawn freely on many sources, but especially on the books by Daniel Amit (1984), Shang-Keng Ma (1976), Giorgio Parisi (1988), Eugene Stanley (1971), and Jean Zinn-Justin (1989). In addition we are indebted to many people for helpful comments and suggestions, and for interesting conversations and seminars on the subject of critical phenomena. We would in particular like to thank Eytan Domany for the outstanding series of lectures he gave at Oxford in 1991, and Rob Phillips, Bruce Roberts and Jan von Delft for their careful reading of the manuscript and many helpful criticisms. Thanks are also due to Lawrence Harwood and the Dyson Perrins Laboratory for making Figure 1.8 possible.

Oxford
January 1992

JJB NJD
AJF MEJN

目 录

第 1 章 导论	1
1.1 连续相变与临界点	2
1.1.1 发散与临界指数	5
1.1.2 涨落与临界乳光	8
1.2 序参量	9
1.2.1 气-液相变	11
1.2.2 二元液体	11
1.2.3 铁磁/顺磁转变	12
1.2.4 反铁磁/顺磁转变	13
1.2.5 氦 I / 氦 II 转变	14
1.2.6 导体/超导体转变	15
1.2.7 氦 III	16
1.3 关联函数	16
1.4 普适性	21
1.5 热力学势	21
1.5.1 Widom 标度假设与 Kadanoff 标度假设	27
1.6 为何要研究相变?	30
问题	32
第 2 章 统计力学	33
2.1 热力学量	35
2.2 涨落与关联函数	40
2.3 亚稳定性与对称性自发破缺	47
2.3.1 亚稳定性	47
2.3.2 对称性自发破缺	48
问题	52
第 3 章 模型	54
3.1 各种模型的描述	55
3.1.1 伊辛模型	55
3.1.2 格子	56
3.1.3 β 黄铜	57

3.1.4	XY 模型与海森伯模型	57
3.1.5	波茨模型	58
3.1.6	高斯模型与球模型	58
3.1.7	逾渗模型	60
3.2	传递矩阵与伊辛环	61
3.2.1	伊辛环的解	62
3.2.2	关联函数	64
3.3	球模型的配分函数	66
3.4	高温展开与伊辛模型	72
3.4.1	高温展开	72
3.4.2	伊辛模型的配分函数	73
3.4.3	伊辛模型的关联函数	78
3.4.4	高温展开的数值计算	80
	问题	82
第 4 章	数值模拟	84
4.1	热力学平均的直接计算	85
4.2	采样位形	87
4.2.1	重要性采样	89
4.2.2	数值算法的一般结构	91
4.3	蒙特卡罗方法	92
4.3.1	Metropolis 算法	94
4.4	分子动力学方法	95
4.4.1	各态历经性与可积性	97
4.4.2	从微正则平均到正则平均	98
4.5	朗之万方程	100
4.5.1	朗之万方程法与分子动力学方法之比较	103
4.6	位形的独立性	103
4.6.1	沿路径的相关	104
4.6.2	临界慢化	104
4.6.3	Swendsen-Wang 算法	106
4.6.4	Wolff 算法	108
4.7	临界指数的模拟计算	111
	问题	111
第 5 章	实空间重整化	113
5.1	重整格点	114

5.2	块区变量	115
5.3	哈密顿量的重正化	117
5.3.1	不动点	120
5.3.2	ν 的计算	124
5.4	B, M, χ 和 G_c 的重正化	127
5.4.1	ω 之值	128
5.4.2	非零外场	129
5.4.3	M, χ 和 G_c 的重正化	131
5.4.4	重正化模型的临界指数	132
5.5	时的临界指数	133
5.5.1	指数 η	133
5.5.2	指数 δ	134
5.6	$T \neq T_c$ 时的临界指数	135
5.6.1	指数 β	136
5.6.2	指数 γ	137
5.6.3	指数 α	137
5.7	标度定律	140
5.8	二维情况下的键逾渗	143
5.9	伊辛模型	147
5.10	蒙特卡罗重正化	153
	问题	156
第 6 章	平均场理论	158
6.1	伊辛模型的平均场理论	159
6.2	逾渗的平均场理论	161
6.3	非理想气体的平均场理论	162
6.4	平均场理论的变分推导	164
6.5	平均场理论中的关联函数	168
6.6	无限长程相互作用	171
6.7	平均场理论中的临界指数	173
6.7.1	由 $\tilde{G}_c^{(2)}(\mathbf{k})$ 计算 η	175
6.8	平均场理论丢失了什么?	176
	问题	177
第 7 章	朗道-金兹堡模型	178
7.1	朗道-金兹堡模型的表述	178
7.2	朗道理论	183

问题	187
第 8 章 图形微扰理论	188
8.1 高斯配分函数	189
8.1.1 高斯模型中的关联函数	192
8.2 完全朗道-金兹堡模型的配分函数	195
8.2.1 费恩曼规则	195
8.2.2 对称因子	199
8.3 朗道-金兹堡模型的亥姆霍兹自由能	203
8.3.1 波矢空间的费恩曼规则	204
8.3.2 顶角函数	211
8.4 朗道-金兹堡模型的吉布斯自由能	215
8.4.1 探寻 $\Gamma[\varphi]$ 的规则	216
8.4.2 圈展开	221
8.4.3 单圈吉布斯自由能	223
问题	226
第 9 章 重正化	228
9.1 质量重正化	230
9.2 场重正化	235
9.3 重正耦合常数	238
9.4 高阶重正化	241
9.5 再论场重正化	245
9.6 金兹堡准则	246
问题	
第 10 章 $T \geq T_c$ 时临界指数的计算	249
10.1 紫外发散与红外发散	249
10.2 γ 的计算	254
10.2.1 $d=4$ 或更高维情况	255
10.2.2 低于 4 维情况	256
10.3 η 的计算	261
10.3.1 $d=4$ 或更高维情况	263
10.3.2 低于 4 维情况	264
10.4 ϵ 展开	268
10.4.1 维数规则化	270
10.4.2 利用维数规则化计算 γ	271
10.4.3 利用维数规则化计算 η	273

10.4.4	费恩曼参数	273
10.4.5	再算 η	275
10.4.6	利用 ϵ 展开计算 η	278
	问题	
第 11 章	重正化群	282
11.1	$T=T_c$ 时的重正化群	283
11.2	临界指数 η 与 δ	293
11.2.1	指数 η	293
11.2.2	指数 δ	294
11.3	β 与 γ_1 的计算	296
11.3.1	计算 γ_1 到 ϵ^2 阶	296
	问题	298
第 12 章	$T \neq T_c$ 时的重正化群	299
12.1	围绕临界温度展开	300
12.1.1	泛函泰勒展开	301
12.1.2	φ^2 关联函数的图表示	301
12.1.3	波矢空间	302
12.1.4	顶角函数	304
12.1.5	重正化	305
12.1.6	重正化顶角函数的展开	308
12.1.7	展开的适用范围	309
12.2	重正化群方程	310
12.2.1	临界指数 ν	311
12.2.2	临界指数 γ	312
12.2.3	临界指数 α	312
12.3	低于 T_c 的重正化群	314
12.3.1	临界指数 β	315
12.4	计算 γ_2 到单圈精度	316
	问题	318
第 13 章	低临界维数	320
13.1	低于临界温度 T_c 的序	321
13.1.1	$D=1$ 情况	321
13.1.2	具有一个以上分量的系统	322
13.1.3	Goldstone 模	324
13.2	非线性 σ 模型	325

13.2.1 两点顶角函数	329
13.2.2 重正化群方程	333
13.3 Kosterlitz-Thouless 转变	339
13.3.1 二维库仑气体	342
13.3.2 评述	350
问题	352
第 14 章 普适性	353
14.1 对高斯哈密顿量的微扰	355
14.1.1 所得结果的可适用性	361
14.2 对朗道-金兹堡哈密顿量的微扰	361
14.2.1 三维情况	362
14.2.2 二维情况	366
14.3 相关性与可重正性	369
问题	373
附录	
A. 中子的磁散射	375
B. 热力学势的自然变量	378
C. 磁能	381
D. 相连关联函数与 $\log Z[J]$	384
E. 吉布斯自由能	386
F. 离散傅里叶变换	390
G. 最陡下降法	393
H. 正方晶格的闭圈计数	394
I. 爱因斯坦涨落理论	398
J. 高斯变换	399
K. 朗道-金兹堡模型与伊辛模型	400
L. 泛函微分与泛函积分	404
M. 顶角函数的费恩曼规则	417
N. 推广朗道-金兹堡模型的费恩曼规则	421
问题答案	429
参考文献	448
索引	453

Contents

1	Introduction	1
1.1	Continuous phase transitions and critical points	2
1.1.1	Divergences and critical exponents	5
1.1.2	Fluctuations and critical opalescence	8
1.2	The order parameter	9
1.2.1	Liquid-gas transition	11
1.2.2	Binary fluids	11
1.2.3	Ferromagnetic/paramagnetic transition	12
1.2.4	Anti-ferromagnetic/paramagnetic transition	13
1.2.5	Helium I/helium II transition	13
1.2.6	Conductor/superconductor transitions	14
1.2.7	Helium three	15
1.3	Correlation functions	16
1.4	Universality	21
1.5	Thermodynamic potentials	21
1.5.1	The Widom and Kadanoff scaling hypotheses	27
1.6	Why study phase transitions?	30
	Problems	32
2	Statistical mechanics	33
2.1	Thermodynamic quantities	35
2.2	Fluctuations and correlation functions	40
2.3	Metastability and spontaneous symmetry breaking	47
2.3.1	Metastability	47
2.3.2	Spontaneous symmetry breaking	48
	Problems	52

3	Models	54
3.1	Description of models	55
3.1.1	The Ising model	55
3.1.2	The lattice gas	56
3.1.3	β -brass	57
3.1.4	The XY and Heisenberg models	57
3.1.5	Potts model	58
3.1.6	Gaussian and spherical models	58
3.1.7	Percolation model	60
3.2	Transfer matrices and the Ising ring	61
3.2.1	Solution of the Ising ring	62
3.2.2	Correlation functions	64
3.3	The partition function of the spherical model	66
3.4	High-temperature expansions and the Ising model	72
3.4.1	High-temperature expansions	72
3.4.2	The partition function of the Ising model	73
3.4.3	The correlation functions of the Ising model	78
3.4.4	Numerical evaluation of high-temperature expansions	80
	Problems	82
4	Numerical simulations	84
4.1	Direct evaluation of thermal averages	85
4.2	Sampling configurations	87
4.2.1	Importance sampling	89
4.2.2	General structure of numerical algorithms	91
4.3	Monte Carlo methods	92
4.3.1	The Metropolis algorithm	94
4.4	Molecular dynamics	95
4.4.1	Ergodicity and integrability	97
4.4.2	From microcanonical to canonical averages	98
4.5	Langevin equations	100
4.5.1	Comparison of the Langevin and molecular-dynamics methods	103
4.6	Independence of configurations	103
4.6.1	Correlations along the path	104
4.6.2	Critical slowing down	104
4.6.3	The Swendsen-Wang algorithm	106
4.6.4	The Wolff algorithm	108
4.7	Calculation of critical exponents from simulations	111
	Problems	111

5	Real-space renormalization	113
5.1	Renormalizing the lattice	114
5.2	Block variables	115
5.3	The renormalization of the Hamiltonian	117
5.3.1	Fixed points	120
5.3.2	The calculation of ν	124
5.4	The renormalization of B , M , χ and G_c	127
5.4.1	The value of ω	128
5.4.2	Non-zero external field	129
5.4.3	The renormalization of M , χ and G_c	131
5.4.4	Critical exponents for the renormalized model	132
5.5	The critical exponents for $T = T_c$	133
5.5.1	The exponent η	133
5.5.2	The exponent δ	134
5.6	The critical exponents for $T \neq T_c$	135
5.6.1	The exponent β	136
5.6.2	The exponent γ	137
5.6.3	The exponent α	137
5.7	The scaling laws	140
5.8	Bond percolation in two dimensions	143
5.9	The Ising model	147
5.10	Monte Carlo renormalization	153
	Problems	156
6	Mean-field theory	158
6.1	Mean-field theory of the Ising model	159
6.2	Mean-field theory of percolation	161
6.3	Mean-field theory of the non-ideal gas	162
6.4	A variational derivation of mean-field theory	164
6.5	Correlation functions in mean-field theory	168
6.6	Infinite-range interactions	171
6.7	Critical exponents in mean-field theory	173
6.7.1	Calculating η from $\tilde{G}_c^{(2)}(\mathbf{k})$	175
6.8	What is missing from mean-field theory?	176
	Problems	177
7	The Landau–Ginzburg model	178
7.1	Formulation of the Landau–Ginzburg model	178
7.2	Landau theory	183
	Problems	187

8	Diagrammatic perturbation theory	188
8.1	The Gaussian partition function	189
8.1.1	Correlation functions in the Gaussian model	192
8.2	The partition function for the full Landau–Ginzburg model	195
8.2.1	The Feynman rules	195
8.2.2	The symmetry factor	199
8.3	The Helmholtz free energy of the Landau–Ginzburg model	203
8.3.1	Feynman rules in wavevector space	204
8.3.2	Vertex functions	211
8.4	The Gibbs free energy of the Landau–Ginzburg model	215
8.4.1	The rules for finding $\Gamma[\tilde{\varphi}]$	216
8.4.2	The loop expansion	221
8.4.3	The one-loop Gibbs free energy	223
	Problems	226
9	Renormalization	228
9.1	Mass renormalization	230
9.2	Field renormalization	235
9.3	Renormalizing the coupling constant	238
9.4	Renormalization at higher orders	241
9.5	More on field renormalization	245
9.6	The Ginzburg criterion	246
	Problems	248
10	The calculation of critical exponents for $T \geq T_c$	249
10.1	Ultraviolet and infrared divergences	249
10.2	The calculation of γ	254
10.2.1	$d = 4$ and above	255
10.2.2	Below four dimensions	256
10.3	The calculation of η	261
10.3.1	$d = 4$ and above	263
10.3.2	Below four dimensions	264

10.4 The ϵ-expansion	268
10.4.1 Dimensional regularization	270
10.4.2 Calculating γ by dimensional regularization	271
10.4.3 Calculating η by dimensional regularization	273
10.4.4 Feynman parameters	273
10.4.5 The calculation of η again	275
10.4.6 Calculation of η by the ϵ -expansion	278
Problems	281
11 The renormalization group	282
11.1 The renormalization group at $T = T_c$	283
11.2 The exponents η and δ	293
11.2.1 The exponent η	293
11.2.2 The exponent δ	294
11.3 The calculation of β and γ_1	296
11.3.1 The calculation of γ_1 to order ϵ^2	296
Problems	298
12 The renormalization group at $T \neq T_c$	299
12.1 Expansion about the critical temperature	300
12.1.1 Functional Taylor expansions	301
12.1.2 Diagrammatic representation of the ϕ^2 correlation functions	301
12.1.3 Wavevector space	302
12.1.4 Vertex functions	304
12.1.5 Renormalization	305
12.1.6 Expanding the renormalized vertex functions	308
12.1.7 The validity of the expansion	309
12.2 The renormalization group equations	310
12.2.1 The exponent ν	311
12.2.2 The exponent γ	312
12.2.3 The exponent α	312
12.3 The renormalization group below T_c	314
12.3.1 The exponent β	315
12.4 Calculating γ_2 to one loop	316
Problems	318
13 The lower critical dimension	320
13.1 Order below T_c	321
13.1.1 The case $D = 1$	321
13.1.2 Systems with more than one component	322
13.1.3 Goldstone modes	324