

工商管理硕士入学考试辅导系列

MBA 数学

陈文灯
主编
黄先开

举题型 讲方法 举一反三 重点明 思路精 一通百通

- 完全依据 2001 年考试大纲要求编写
- 概念准确、思路清晰、例题典型
- 贯穿“举题型 讲方法”的格式，帮助考生掌握常考题型的快速解法和技巧
- 有 3 套精彩模拟试题及详解，并附 2000 年考题和答案

MBA



世界图书出版公司

前 言

编者悉心分析研究了1997年MBA入学考试数学统考以来的试卷,以2000年8月颁布的MBA数学考试新大纲为准绳,编写这本《MBA数学》.这本应试之作完全反映了新考试大纲的要求,旨在帮助考生在最短的时间内完成应试复习备考.

本书有如下特点:

(1)对考纲所要求的重要概念、定理、公式进行剖析,增强读者对这些内容的理解和记忆,避免应试时犯概念性及错用定理、公式的错误.

(2)针对读者事务繁忙、时间紧、数学基础比较薄弱的特点,编者对MBA统考的数学常考题型,总结出解题方法和技巧,便于读者掌握和应用.

(3)用“举题型讲方法”的格式替代各书普遍采用的“讲方法套题型”的作法,使读者应试时思路畅通,有的放矢.

(4)通过简单明了的运算,而不是艰难、抽象的理论推导;通过精选的题型,而不是“题海”,使读者掌握考试大纲所要求的内容.

全书共分五篇:初等数学、微积分、线性代数、概率论、模拟试题.第二~四篇每章末有习题练习及参考答案.第五篇给出了3套模拟题,读者复习完本书后,严格掌握在180分内做完试卷,然后估算自己的得分,了解自己的水平,找出薄弱环节,再进行强化复习.

附录中给出2000年考试试题和参考答案,以及2001年全国攻读工商硕士学位研究生入学数学考试大纲.

错误及不当之处,恳请读者及数学同仁批评指正.

编 者
2000年9月

目 录

第一篇 初等数学

第一章 基础知识	(1)
一 重要概念和性质	(1)
第二章 方程	(6)
一 一元一次方程	(6)
二 一元二次方程	(9)
第三章 不等式	(16)
一 不等式的概念与性质	(16)
二 不等式的解法	(17)
第四章 数列	(23)
一 等差数列的概念及其计算	(23)
二 等比数列的概念及其计算	(26)
第五章 排列、组合及二项式定理	(29)
一 加法、乘法原理,排列与组合	(29)
二 二项式定理	(33)

第二篇 微积分

第一章 函数 极限 连续	(36)
第一节 函数	(36)
一 基本概念	(36)
二 函数的基本性质	(47)
三 重要题型	(50)
第二节 函数的极限与连续	(54)
一 极限	(54)

二 连续	(65)
第三节 有关极限、连续的主要题型	(68)
一 求极限	(68)
二 判断函数的连续性	(76)
(1) 三 求函数的间断点	(77)
(1) 四 确定函数的参数	(78)
(6) 五 利用零值定理证明方程存在根	(80)
(0) 习题一及参考答案	(81)
第二章 导数与微分	(87)
(1) 第一节 基本概念及性质	(87)
(10) 一 导数的概念	(87)
(11) 二 微分的定义	(90)
(13) 三 重要定理	(90)
(13) 四 导数与微分的运算法则	(91)
(15) 五 基本公式	(92)
(1) 第二节 导数、微分的求法	(93)
(10) 一 简单函数导数的求法	(93)
(11) 二 复合函数的导数	(94)
三 隐函数导数的求法	(95)
四 幂指函数导数的求法	(97)
(6) 五 函数表达式为若干因子连乘、乘方、开方或商形式的导数求法	(98)
(11) 六 分段函数导数的求法	(99)
(11) 七 函数二阶导数的求法	(102)
(11) 八 抽象函数导数的求法	(102)
(11) 九 函数微分的求法	(104)
(1) 第三节 导数的应用	(105)

一	利用导数求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 的切线方程和法线方程	(105)
二	利用导数判断函数的单调性	(106)
三	利用导数求函数的极值和最值	(108)
四	利用导数判断函数的凹凸性及拐点	(113)
	习题二及参考答案	(116)
第三章 不定积分		(121)
第一节 基本概念、基本性质		(121)
一	基本概念	(121)
二	不定积分的基本性质	(122)
第二节 基本积分公式		(124)
第三节 不定积分的求法		(125)
一	直接积分法	(125)
二	第一换元法(凑微分法)	(126)
三	第二换元法	(129)
四	分部积分法	(133)
五	几种特殊类型函数的不定积分的求法	(138)
	习题三及参考答案	(143)
第四章 定积分		(147)
第一节 基本概念及性质		(147)
第二节 重要定理及公式		(150)
一	重要定理	(150)
二	重要公式	(151)
第三节 定积分的算法		(151)
一	利用牛顿—莱布尼兹公式	(151)
二	定积分的换元积分法	(152)
三	分部积分法	(154)
第四节 定积分的常见题型		(155)

一	计算定积分 $\int_a^b f(x) dx$	(155)
二	估计定积分的值	(160)
三	有关变上限积分的题型	(161)
四	定积分等式的证明	(164)
第五节	面积的计算	(165)
一	求由曲线 $y = f(x)$, 直线 $x = a, x = b, y = 0$ 所围成的平面图形的面积 S	(165)
二	求由曲线 $f(x), g(x)$, 直线 $x = a, x = b$ 所围成的平面图形的面积 S	(166)
三	求由曲线 $x = \varphi(y)$, 直线 $y = c, y = d$ 及 $x = 0$ 所围成的平面图形的面积 S	(167)
四	由曲线 $x = \varphi(y), x = \psi(y), y = c, y = d$ 所围成的平面图形的面积 S	(167)
第六节	无穷积分	(169)
	习题四及参考答案	(171)
第五章	多元函数微分学	(176)
第一节	概念、定理与性质	(176)
一	二元函数的定义	(176)
二	二元函数的极限与连续	(178)
三	偏导数及全微分	(178)
四	定理及性质	(180)
第二节	偏导数及全微分的求法	(181)
一	简单显函数的偏导数	(181)
二	复合函数的偏导数(或全导数)	(184)
三	隐函数的偏导数(或导数)	(189)
四	全微分的求法	(193)
第三节	多元函数的极值	(195)
一	概念、定理与公式	(195)

二 条件极值与无条件极值 (196)

习题五及参考答案 (200)

第三篇 线性代数

第一章 行列式 (204)

一 重要概念与定理 (204)

二 重要公式与结论 (208)

三 典型题型与例题 (209)

习题一及参考答案 (229)

第二章 矩阵 (233)

一 重要概念与定理 (233)

二 重要公式与结论 (238)

三 典型题型与例题 (240)

习题二及参考答案 (255)

第三章 向量 (264)

一 重要概念 (264)

二 重要定理与公式 (268)

三 典型题型与例题 (270)

习题三及参考答案 (306)

第四章 线性方程组 (312)

一 重要概念与定理 (312)

二 典型题型与例题 (316)

习题四及参考答案 (346)

第四篇 概率论

第一章 随机事件和概率 (353)

一 复习要点 (353)

二 补充结构与说明 (358)

三	解题思路与技巧分析	(359)
	习题一及参考答案	(375)
第二章	随机变量及其概率分布	(379)
一	复习要点	(379)
二	重要公式与结论	(383)
三	解题思路与技巧分析	(385)
	习题二及参考答案	(396)
第三章	随机变量的数字特征	(401)
一	重要概念与定理	(401)
二	典型题型与例题	(403)
	习题三及参考答案	(409)

第五篇 模拟试题

MBA 数学模拟试题(一)	(412)
MBA 数学模拟试题(二)	(417)
MBA 数学模拟试题(三)	(422)
MBA 数学模拟试题(一)~(三)解答	(426)

附录一

2001 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学数学考试大纲	(445)
-------------------------------------	-------

附录二

2000 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及参考答案	(449)
--	-------

第一篇 初等数学

第一章 基础知识

考试要求

1. 理解绝对值、比和比例的性质.
2. 掌握绝对值的运算法则, 并会求解含绝对值的方程.
3. 会求算术平均值和几何平均值.

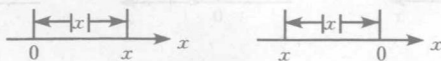
一 重要概念和性质

1. 绝对值及其性质、区间

定义 1 实数 x 的绝对值规定为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

几何意义: 表示数轴上的点 x 到原点的距离(如下图):



性质:

$$(1) -|x| \leq x \leq |x|$$

$$(2) |x| < \epsilon (\epsilon > 0) \Leftrightarrow -\epsilon < x < \epsilon$$

$$|x - a| < \epsilon \Leftrightarrow a - \epsilon < x < a + \epsilon$$

$$(3) |x| > N (N > 0) \Leftrightarrow x > N \text{ 或 } x < -N$$

$$(4) |a + b| \leq |a| + |b| \quad (a, b \text{ 均为实数})$$

$$(5) |a - b| \geq |a| - |b| \quad (\text{或 } |b| - |a|)$$

$$(6) |ab| = |a| \cdot |b|; \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, (b \neq 0)$$

定义 2

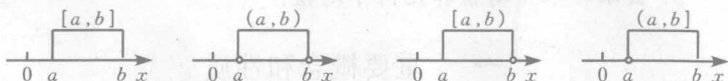
闭区间 $[a, b]$ \triangleq 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的一切 x 值.

开区间 (a, b) \triangleq 满足不等式 $a < x < b$ 的一切 x 值.

半闭半开区间 $[a, b)$ \triangleq 满足不等式 $a \leq x < b$ 的一切 x 值.

半开半闭区间 $(a, b]$ \triangleq 满足不等式 $a < x \leq b$ 的一切 x 值.

几何意义(如下图):

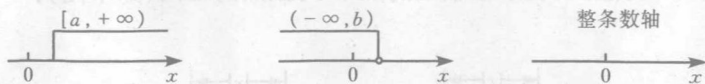


$[a, +\infty)$ \triangleq 满足不等式 $a \leq x < +\infty$ 的一切 x 值.

$(-\infty, b)$ \triangleq 满足不等式 $-\infty \leq x < b$ 的一切 x 值.

$(-\infty, +\infty)$ \triangleq 满足不等式 $-\infty \leq x < +\infty$ 的一切 x 值.

几何意义(如下图):



例 1 设 $\left| \frac{x+2}{3} \right| = 1$, 求 x 值.

[解] $\left| \frac{x+2}{3} \right| = \frac{|x+2|}{3} = 1 \Rightarrow |x+2| = 3$
 $\Rightarrow x+2 = 3$ 或 $x+2 = -3 \Rightarrow x = 1$ 或 $x = -5$

例 2 设 $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| = 2$, 求 x 值.

[解] $\frac{x-1}{x+1} = \pm 2 \Rightarrow x-1 = 2(x+1)$
或 $\Rightarrow x-1 = -2(x+1)$
 $\Rightarrow x = -3$ 或 $x = -\frac{1}{3}$

例 3 已知 $|x-2| + |y+3| = 0$, 则 $x+y = (\quad)$.
(A) 5 (B) 1 (C) -1 (D) -5

[解] $|x-2| + |y+3| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y+3=0 \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow x+y = -1$

故(C)入选.

2. 比和比例的概念及其性质

定义 1 两个数 a 与 b 的比 \triangleq 数 a 除以 b , 记为 $a:b$, 或 $\frac{a}{b}$, a 称为比的前项, b 为比的后项.

性质: $a:b = (ma):(mb), m \neq 0$

定义 2 两比相等称为比例. 记为 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 或 $a:b = c:d$. a 与 d 称为比例的外项, b 与 c 称为比例的内项.

定义 3 y 与 x 成正比 $\triangleq y = kx$, ($k \neq 0$ 的常数), k 称为比例系数.

定义 4 y 与 x 成反比 $\triangleq y = \frac{k}{x}$ 或 $xy = k$, ($k \neq 0$ 的常数), k 称为比例系数.

性质:

设 $a:b = c:d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 则

(1) $ad = bc$ (即两外项乘积等于两内项乘积)

(2) $a : c = b : d$ 或 $d : b = c : a$ (更比定理)

$$\text{或 } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 或 } \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

(3) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比定理)

(4) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ 或 $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ (分比定理)

(5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (合分比定理)

(6) 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n}$, 则 $\frac{a+c+m}{b+d+n} = \frac{a}{b}$ (等比定理)

例 4 某校今年的招生人数比去年增长 10%, 则去年比今年少的百分比是().

(A) 10% (B) 9.09% (C) 11% (D) 9%

[解] 设去年的招生人数为 x , 今年的招生人数为 $x + 10\%x$, 于是去年比今年少的百分比为

$$\frac{10\%x}{x + 10\%x} = \frac{10}{110} = 9.09\%$$

可知(B)入选.

例 5 某商品降价 20% 后, 欲恢复原价, 应提价的百分比是().

(A) 20% (B) 25% (C) 15% (D) 24%

[解] 设某商品的原价为 x , 降价后为 $x - 20\% \cdot x$, 欲提价的百分比 y , 由题意有

$$(x - 20\% \cdot x) + (x - 20\% \cdot x)y = x$$

$$\Rightarrow x(x - 20\%)y = 20\%x$$

$$\Rightarrow y = \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4} = 25\%$$

可知(B)入选.

例 6 某人用 14 万元买得甲、乙两种股票, 已知甲的价格是乙的 3 倍, 甲的股数是乙的两倍, 现甲种每股增值 20%, 乙种每股增值 5%, 当他卖掉这两股票后, 他获利()。

- (A) 2 万 (B) 3 万 (C) 1 万 (D) 2.5 万

[解] 设乙种股票的股数为 x , 每股价格为 y , 则甲种股票的股数为 $2x$, 每股价格为 $3y$, 由题意有

$$xy + 2x \times 3y = 14 \Rightarrow xy = 2$$

卖掉全部股票后获利为

$$\begin{aligned} & [(y + 5\% \cdot y)x + (3y + 3y \times 20\%) \cdot 2x] - 14 \\ & = 1.25xy = 1.25 \times 2 = 2.5(\text{万}) \end{aligned}$$

可知(D) 入选。

3. 平均值

定义 1 设有 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n , 则称数

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

为这 n 个数的算术平均值。

定义 2 设有 n 个正数 x_1, x_2, \dots, x_n , 则称数

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

为这 n 个数的几何平均值。

算术平均值与几何平均值的关系:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

仅当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时, 等号成立。

例 7 某班级 30 名同学, 一次数学考试成绩为 3 个人 2 分, 6 个人 3 分, 15 个人 4 分, 6 个人 5 分, 求该班数学考试的平均成绩。

[解] $\bar{x} = \frac{3 \times 2 + 6 \times 3 + 15 \times 4 + 6 \times 5}{30} = 3.8(\text{分})$

第二章 方 程

考试要求

1. 会解一元一次方程和一元二次方程.
2. 掌握判别式和韦达定理, 求一元二次方程根与系数的关系.

一 一元一次方程

1. 标准型: $ax = b$

1° 若 $a \neq 0$, 方程有惟一解, $x = \frac{b}{a}$.

2° 若 $a = 0$, 而 $b \neq 0$, 方程无解.

3° 若 $a = 0$, 而 $b = 0$, 方程有无穷多解.

注意: 凡系数为文字的方程, 解题时一定要分情况讨论.

例 1 k 是什么实数时, 方程 $k(x-1) = 5x-2$ 有解? 解等于零? 没有解? 能否有无穷多解?

[解] 原方程可化为 $(k-5)x = k-2$

1° $k-5 \neq 0$, 即 $k \neq 5$, 有惟一解 $x = \frac{k-2}{k-5}$.

2° $k-2 = 0$, 即 $k = 2$ 时, 有零解 $x = 0$.

3° $k-5 = 0$, 即 $k = 5$ 时, 原方程变为 $0x = 3$, 无解.

4° 要使方程有无穷多组解, 必须 $\begin{cases} k-5 = 0 \\ k-2 = 0 \end{cases}$, 显然这是不可能的.

例 2 设有六位数 $1abcde$, 乘以 3 后变为 $abcde1$, 求这六位

数.

[解] 设 $abcde = x$, 则

$$1abcde = 100000 + x$$

而

$$abcde1 = 10x + 1$$

由题意有 $(100000 + x) \times 3 = 10x + 1 \Rightarrow 7x = 299999$

$$\Rightarrow x = 42857$$

故所求六位数为 142857

例 3 \checkmark k 为何值时, 方程组 $\begin{cases} kx + y = k + 1 \\ x + ky = 2k \end{cases}$, (1) 有惟一解;

(2) 无解; (3) 无穷多组解.

$$[\text{解}] \quad x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} k+1 & 1 \\ 2k & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{k^2 - k}{k^2 - 1}$$

$$= \frac{k(k-1)}{(k+1)(k-1)}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} k & k+1 \\ 1 & 2k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{2k^2 - k - 1}{k^2 - 1}$$

$$= \frac{(2k+1)(k-1)}{(k+1)(k-1)}$$

1° 当 $k \neq 1, k \neq -1$ 时, 有惟一解 $\begin{cases} x = \frac{k}{k+1} \\ y = \frac{2k+1}{k+1} \end{cases}$.

2° 当 $k = -1$ 时无解.

3° 当 $k = 1$ 时, 有无穷多组解.

2. 应用问题解题程序

(1) 分析题意, 列出题目中的已知量、未知量, 它们之间的联

系,明确选取的等量关系;

(2) 设未知量,列方程或方程组;

(3) 解方程或方程组,检验所得解是否符合题意.

3. 常遇到的问题

(1) 运动问题:距离 = 速度 × 时间

(2) 工程问题:工作量 = 工作效率 × 工作时间

(3) 溶液问题:溶质 = 百分比浓度 × 溶液

例 4 甲乙两地的距离 135 公里,货车与小卧车都由甲地开往乙地,货车比小卧车早出发 5 小时,小卧车比货车晚到 30 分钟. 已知货车与小卧车速度比是 2 : 5,求这两车的速度.

[分析] 距离 = 速度 × 时间

距离、速度、时间三者中已知的、欲求的不能选作列方程的等量关系,显然本题只有时间可作为列方程的等量关系了.

[解] 设货车的速度为 x ,于是小卧车的速度为 $\frac{5}{2}x$,由甲地开往乙地的时间分别为 $\frac{135}{x}, \frac{135}{\frac{5}{2}x} = \frac{54}{x}$.

由题意有 $\frac{135}{x} - \frac{54}{x} = 5 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{81}{x} = \frac{9}{2} \Rightarrow x = 18$

故货车速度每小时 18 公里,小卧车每小时 45 公里.

例 5 甲、乙两汽车从相距 695 公里的两地出发,相向而行,乙汽车比甲汽车迟 2 小时出发,甲汽车每小时行驶 55 公里,若乙汽车出发后 5 小时与甲汽车相遇,则乙汽车每小时行驶多少公里?

[分析] 距离 = 速度 × 时间

乙汽车行驶的时间已知,速度未知,设为 x ,显然,该问题应以距离作为等量关系列方程.

[解] 设乙汽车的速度为 x ,由题设甲汽车在相遇时行驶了

7 小时,乙汽车 5 小时,于是

$$7 \times 55 + 5x = 695 \Rightarrow 5x = 310 \Rightarrow x = 62$$

故乙汽车每小时行驶 62 公里.

例 6 设甲、乙两种溶液含盐量分别为 80% 与 60%, 问各取多少斤, 才能制成 500 斤含盐量为 74% 的盐水溶液?

[分析] 此类问题一般是用混合前后的溶液质量相等这个等量关系列方程.

[解] 设混合液需用甲、乙两种溶液量分别为 x, y , 于是

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 500 \\ x \times 80\% + y \times 60\% = 500 \times 74\% \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x + y = 500 \\ 80x + 60y = 37000 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x + y = 500 \\ 4x + 3y = 1850 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 150 \end{cases} \end{aligned}$$

答: 甲、乙两种溶液的需要量分别为 350 斤、150 斤.

二 一元二次方程

标准的一元二次方程: $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$

简化的一元二次方程: $x^2 + px + q = 0$

要点:

(1) 求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(2) 判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\begin{cases} \Delta > 0, \text{方程有两个不相等实根;} \\ \Delta = 0, \text{方程有两个等根;} \\ \Delta < 0, \text{方程无实根.} \end{cases}$$

(3) 根与系数关系 —— 韦达定理

设 x_1, x_2 为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根, 则