工商管理硕士入学考试辅导系列

MBA数学

陈文灯
黄先开
主编

举题型 讲方法 举一反三 重点明 思路清 一通百通

- 完全依据 2001 年考试大纲要求编写
- 概念准确、思路清晰、例题典型
- 贯穿"举题型 讲方法"的格式，帮助考生掌握常考题型的快速解法和技巧
- 有3套精彩模拟试题及详解，并附2000年考题和答案

MBA

世界图书出版公司

前　言

编者们悉心分析研究了1997年 *MBA* 入学考试数学统考以来的试卷，以2000年8月颁布的 *MBA* 数学考试新大纲为准绳，编写这本《*MBA* 数学》.这本应试之作完全反映了新考试大纲的要求，旨在帮助考生在最短的时间内完成应试复习备考.

本书有如下特点：

(1)对考纲所要求的重要概念、定理、公式进行剖析，增强读者对这些内容的理解和记忆，避免应试时犯概念性及错用定理、公式的错误.

(2)针对读者事务繁忙、时间紧、数学基础比较薄弱的特点，编者们对 *MBA* 统考的数学常考题型，总结出解题方法和技巧，便于读者掌握和应用.

(3)用“举题型 讲方法”的格式替代各书普遍采用的“讲方法套题型”的作法，使读者应试时思路畅通，有的放矢.

(4)通过简单明了的运算，而不是艰难、抽象的理论推导；通过精选的题型，而不是“题海”，使读者掌握考试大纲所要求的内容.

全书共分五篇：初等数学、微积分、线性代数、概率论、模拟试题.第二～四篇每章末有习题练习及参考答案.第五篇给出了3套模拟题，读者复习完本书后，严格掌握在180分内做完试卷，然后估算自己的得分，了解自己的水平，找出薄弱环节，再进行强化复习.

附录中给出2000年考试试题和参考答案，以及2001年全国攻读工商硕士学位研究生入学数学考试大纲.

错误及不当之处，恳请读者及数学同仁批评指正.

编　者

2000年9月

目　　录

第一篇　初等数学

第二篇　微积分

第三篇　线性代数

第四篇　概率论

第五篇　模拟试题

第一篇　初等数学

第一章　基础知识

考试要求

1. 理解绝对值、比和比例的性质.
2. 掌握绝对值的运算法则,并会求解含绝对值的方程.
3. 会求算术平均值和几何平均值.

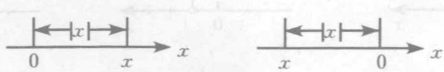
一　重要概念和性质

1. 绝对值及其性质、区间

定义 1　实数 x 的绝对值规定为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

几何意义:表示数轴上的点 x 到原点的距离(如下图):



性质:

(1) $-|x| \leqslant x \leqslant |x|$

(2) $|x| < \varepsilon(\varepsilon > 0) \Leftrightarrow -\varepsilon < x < \varepsilon$

$|x - a| < \varepsilon \Leftrightarrow a - \varepsilon < x < a + \varepsilon$

(3) $|x| > N(N > 0) \Leftrightarrow x > N$ 或 $x < -N$

(4) $|a + b| \leqslant |a| + |b|$ (a, b 均为实数)

(5) $|a - b| \geqslant |a| - |b|$ (或 $|b| - |a|$)

(6) $|ab| = |a| \cdot |b|$; $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}, (b \neq 0)$

定义 2

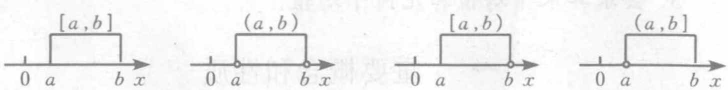
闭区间$[a, b] \triangleq$ 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的一切 x 值.

开区间$(a, b) \triangleq$ 满足不等式 $a < x < b$ 的一切 x 值.

半闭半开区间$[a, b) \triangleq$ 满足不等式 $a \leqslant x < b$ 的一切 x 值.

半开半闭区间$(a, b] \triangleq$ 满足不等式 $a < x \leqslant b$ 的一切 x 值.

几何意义(如下图):

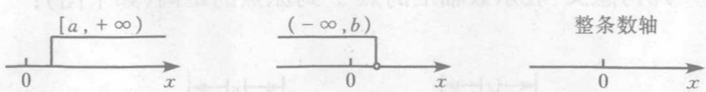


$[a, +\infty) \triangleq$ 满足不等式 $a \leqslant x < +\infty$ 的一切 x 值.

$(-\infty, b) \triangleq$ 满足不等式 $-\infty \leqslant x < b$ 的一切 x 值.

$(-\infty, +\infty) \triangleq$ 满足不等式 $-\infty \leqslant x < +\infty$ 的一切 x 值.

几何意义(如下图):



例 1 设 $\left|\dfrac{x+2}{3}\right| = 1$, 求 x 值.

[解] $\left|\dfrac{x+2}{3}\right| = \dfrac{|x+2|}{3} = 1 \Rightarrow |x + 2| = 3$

$\Rightarrow x + 2 = 3$ 或 $x + 2 = -3 \Rightarrow x = 1$ 或 $x = -5$

例 2　设$\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| = 2$,求 x 值.

［解］　$\dfrac{x-1}{x+1} = \pm 2 \Rightarrow x - 1 = 2(x+1)$

或 $\Rightarrow x - 1 = -2(x+1)$

$\Rightarrow x = -3$ 或 $x = -\dfrac{1}{3}$

例 3　已知 $|x-2| + |y+3| = 0$,则 $x + y =$ (　　).

(A)5　　(B)1　　(C) -1　　(D) -5

［解］　$|x-2| + |y+3| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = -1$

故(C)入选.

2. 比和比例的概念及其性质

定义 1　两个数 a 与 b 的比 $\triangleq$ 数 a 除以 b,记为 $a:b$,或$\dfrac{a}{b}$,a 称为比的前项,b 为比的后项.

性质: $a:b = (ma):(mb),\ m \neq 0$

定义 2　两比相等称为比例.记为$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ 或 $a:b = c:d$.a 与 d 称为比例的外项,b 与 c 称为比例的内项.

定义 3　y 与 x 成正比 $\triangleq y = kx$,($k \neq 0$ 的常数),k 称为比例系数.

定义 4　y 与 x 成反比 $\triangleq y = \dfrac{k}{x}$ 或 $xy = k$,($k \neq 0$ 的常数),k 称为比例系数.

性质:

设 $a:b = c:d$ 或$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$,则

(1) $ad = bc$ （即两外项乘积等于两内项乘积）

(2) $a:c = b:d$ 或 $d:b = c:a$ （更比定理）

或 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ 或 $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

(3) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ （合比定理）

(4) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ 或 $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ （分比定理）

(5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ （合分比定理）

(6) 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n}$，则 $\frac{a+c+m}{b+d+n} = \frac{a}{b}$ （等比定理）

例 4 某校今年的招生人数比去年增长10%，则去年比今年少的百分比是（ ）.

(A)10% (B) $9.\dot{0}\dot{9}\%$ (C)11% (D)9%

［解］ 设去年的招生人数为 x，今年的招生人数为 $x + 10\%x$，于是去年比今年少的百分比为

$$\frac{10\%x}{x+10\%x} = \frac{10}{110} = 9.\dot{0}\dot{9}\%$$

可知(B)入选.

例 5 某商品降价20%后，欲恢复原价，应提价的百分比是（ ）.

(A)20% (B)25% (C)15% (D)24%

［解］ 设某商品的原价为 x，降价后为 $x - 20\% \cdot x$，欲提价为的百分比 y，由题意有

$$(x - 20\% \cdot x) + (x - 20\% \cdot x)y = x$$

$$\Rightarrow x(x - 20\%)y = 20\%x$$

$$\Rightarrow y = \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4} = 25\%$$

可知(B)入选.

例 6 某人用 14 万元买得甲、乙两种股票,已知甲的价格是乙的 3 倍,甲的股数是乙的两倍,现甲种每股增值 20%,乙种每股增值 5%,当他卖掉这两股票后,他获利( ).

(A)2 万 (B)3 万 (C)1 万 (D)2.5 万

[解] 设乙种股票的股数为 x,每股价格为 y,则甲种股票的股数为 $2x$,每股价格为 $3y$,由题意有

$$xy + 2x \times 3y = 14 \Rightarrow xy = 2$$

卖掉全部股票后获利为

$$[(y + 5\% \cdot y)x + (3y + 3y \times 20\%) \cdot 2x] - 14$$
$$= 1.25xy = 1.25 \times 2 = 2.5(\text{万})$$

可知(D) 入选.

3. 平均值

定义 1 设有 n 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$,则称数

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

为这 n 个数的算术平均值.

定义 2 设有 n 个正数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$,则称数

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n}$$

为这 n 个数的几何平均值.

算术平均值与几何平均值的关系:

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geqslant \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n}$$

仅当 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 时,等号成立.

例 7 某班级 30 名同学,一次数学考试成绩为 3 个人 2 分,6 个人 3 分,15 个人 4 分,6 个人 5 分,求该班数学考试的平均成绩.

[解] $\overline{x} = \dfrac{3 \times 2 + 6 \times 3 + 15 \times 4 + 6 \times 5}{30} = 3.8(\text{分})$

第二章　方　程

考试要求

1. 会解一元一次方程和一元二次方程.
2. 掌握判别式和韦达定理，求一元二次方程根与系数的关系.

一　一元一次方程

1. 标准型：$ax = b$

1° 若 $a \neq 0$，方程有惟一解，$x = \frac{b}{a}$.

2° 若 $a = 0$，而 $b \neq 0$，方程无解.

3° 若 $a = 0$，而 $b = 0$，方程有无穷多解.

注意：凡系数为文字的方程，解题时一定要分情况讨论.

例 1　k 是什么实数时，方程 $k(x-1) = 5x - 2$ 有解？解等于零？没有解？能否有无穷多解？

[解]　原方程可化为　$(k-5)x = k-2$

1°　$k-5 \neq 0$，即 $k \neq 5$，有惟一解 $x = \frac{k-2}{k-5}$.

2°　$k-2 = 0$，即 $k = 2$ 时，有零解 $x = 0$.

3°　$k-5 = 0$，即 $k = 5$ 时，原方程变为 $0x = 3$，无解.

4°　要使方程有无穷多组解，必须 $\begin{cases} k-5=0 \\ k-2=0 \end{cases}$，显然这是不可能的.

例 2　设有六位数 $1abcde$，乘以 3 后变为 $abcde1$，求这六位

数.

[解]　设 $abcde = x$,则

$$1abcde = 100000 + x$$

而

$$abcde1 = 10x + 1$$

由题意有　$(100000 + x) \times 3 = 10x + 1 \Rightarrow 7x = 299999$

$$\Rightarrow x = 42857$$

故所求六位数为 142857.

例 3　k 为何值时,方程组 $\begin{cases} kx + y = k + 1 \\ x + ky = 2k \end{cases}$,(1) 有惟一解;(2) 无解;(3) 无穷多组解.

[解]

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} k+1 & 1 \\ 2k & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{k^2 - k}{k^2 - 1}$$

$$= \frac{k(k-1)}{(k+1)(k-1)}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} k & k+1 \\ 1 & 2k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{2k^2 - k - 1}{k^2 - 1}$$

$$= \frac{(2k+1)(k-1)}{(k+1)(k-1)}$$

1°　当 $k \neq 1, k \neq -1$ 时,有惟一解 $\begin{cases} x = \dfrac{k}{k+1} \\ y = \dfrac{2k+1}{k+1} \end{cases}$.

2°　当 $k = -1$ 时无解.

3°　当 $k = 1$ 时,有无穷多组解.

2. 应用问题解题程序

(1) 分析题意,列出题目中的已知量、未知量,它们之间的联

系，明确选取的等量关系；

(2) 设未知量，列方程或方程组；

(3) 解方程或方程组，检验所得解是否符合题意.

3. 常遇到的问题

(1) 运动问题：距离 = 速度 × 时间

(2) 工程问题：工作量 = 工作效率 × 工作时间

(3) 溶液问题：溶质 = 百分比浓度 × 溶液

例 4 甲乙两地的距离 135 公里，货车与小卧车都由甲地开往乙地，货车比小卧车早出发 5 小时，小卧车比货车晚到 30 分钟. 已知货车与小卧车速度比是 2 : 5，求这两车的速度.

[分析] 距离 = 速度 × 时间

距离、速度、时间三者中已知的、欲求的不能选作列方程的等量关系，显然本题只有时间可作为列方程的等量关系了.

[解] 设货车的速度为 x，于是小卧车的速度为 $\frac{5}{2}x$，由甲地开往乙地的时间分别为 $\frac{135}{x}$，$\frac{135}{\frac{5}{2}x} = \frac{54}{x}$.

由题意有 $\frac{135}{x} - \frac{54}{x} = 5 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{81}{x} = \frac{9}{2} \Rightarrow \quad x = 18$

故货车速度每小时 18 公里，小卧车每小时 45 公里.

例 5 甲、乙两汽车从相距 695 公里的两地出发，相向而行，乙汽车比甲汽车迟 2 小时出发，甲汽车每小时行驶 55 公里，若乙汽车出发后 5 小时与甲汽车相遇，则乙汽车每小时行驶多少公里？

[分析] 距离 = 速度 × 时间

乙汽车行驶的时间已知，速度未知，设为 x，显然，该问题应以距离作为等量关系列方程.

[解] 设乙汽车的速度为 x，由题设甲汽车在相遇时行驶了

7 小时，乙汽车 5 小时，于是

$$7 \times 55 + 5x = 695 \quad \Rightarrow \quad 5x = 310 \quad \Rightarrow \quad x = 62$$

故乙汽车每小时行驶 62 公里.

例 6　设甲、乙两种溶液含盐量分别为 80% 与 60%，问各取多少斤，才能制成 500 斤含盐量为 74% 的盐水溶液?

[分析]　此类问题一般是用混合前后的溶液质量相等这个等量关系列方程.

[解]　设混合液需用甲、乙两种溶液量分别为 x, y，于是

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x \times 80\% + y \times 60\% = 500 \times 74\% \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 500 \\ 80x + 60y = 37000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 500 \\ 4x + 3y = 1850 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 150 \end{cases}$$

答：甲、乙两种溶液的需要量分别为 350 斤、150 斤.

二　一元二次方程

标准的一元二次方程：$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$

简化的一元二次方程：$x^2 + px + q = 0$

要点：

(1) 求根公式　$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(2) 判别式　$\Delta = b^2 - 4ac$

$$\begin{cases} \Delta > 0, \text{方程有两个不相等实根;} \\ \Delta = 0, \text{方程有两个等根;} \\ \Delta < 0, \text{方程无实根.} \end{cases}$$

(3) 根与系数关系 —— 韦达定理

设 x_1, x_2 为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根，则