

小学数学教师

专业能力必修

编委会主任：曹志祥 周安平
本册主编：杨玉东 巩子坤

xiaoxue shuxue jiaoshi zhuan ye neng li bixiu

教育部基础教育课程教材发展中心 组编

数学

本书立足于提高小学数学教师的专业能力水平，从丰富他们的常识性知识和提高教育教学技能出发，将内容大致分为“知识储备”和“技能修炼”两大部分。其中，“知识储备”部分包括对小学数学课程价值的理解与认识，课标的主要精神，针对小学数学教学教师所需的基本知识。“技能修炼”部分主要包括教学设计、目标把握、教学实施与教学评价等专题。每个专题下主编根据小学数学的学科特点和当前教育教学实际，自设几个小话题，以案例导入或结合案例的形式来阐述教师所必需的技能以及形成这些技能所需要的方法和途径。

小学 数学教师 专业能力必修

xiaoxue shuxue jiaoshi zhuan ye nengli bixiu

教育部基础教育课程教材发展中心 组编

编委会主任：曹志祥 周安平

本册主编：杨玉东 巩子坤



西南师范大学出版社
全国百佳图书出版单位 国家一级出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学教师专业能力必修/杨玉东, 巩子坤主编. —重庆:
西南师范大学出版社, 2012. 4
(青蓝工程系列丛书)
ISBN 978-7-5621-5714-4

I. ①小… II. ①杨…②巩… III. ①小学数学课—教学
研究—师资培训—教材 IV. ①G623. 502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 069076 号

青蓝工程系列丛书

编委会主任: 曹志祥 周安平

策 划: 森科文化

小学数学教师专业能力必修

杨玉东 巩子坤 主编

责任编辑: 陈 静 李 平

封面设计: 红十月设计室

出版发行: 西南师范大学出版社

地址: 重庆市北碚区天生路 1 号

邮编: 400715 市场营销部电话: 023-68868624

http: //www. xscbs. com

经 销: 新华书店

印 刷: 重庆华林天美印务有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 17.5

字 数: 363 千字

版 次: 2012 年 5 月 第 1 版

印 次: 2012 年 5 月 第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5621-5714-4

定 价: 30.00 元

若有印装质量问题, 请联系出版社调换

版权所有 翻印必究

《青蓝工程》

编委会名单

丛书编委会

主任 曹志祥 周安平

副主任 付宜红 米加德

编委 程光泉 顾建军 金亚文 李力加 李 艺

(按姓氏拼音排序) 李远毅 林培英 刘春卉 刘克文 刘玉斌

鲁子问 毛振明 史德志 王 民 汪 忠

杨玉东 喻伯君 张茂聪 郑桂华 朱汉国

编者的话

在基础教育课程改革 10 周年之际，伴随着义务教育课程标准的再次修订与正式颁布，我们隆重推出这套“青蓝工程——学科教师专业能力必修系列”丛书。丛书立足于教师应该具备的最基本的教学专业知识与普适技能，为有效实施新修订的义务教育课程标准，深化基础教育课程改革，贯彻落实《国家中长期教育改革和规划纲要（2010—2020 年）》，助力素质教育高质量地推进提供了保证。

“教育大计，教师为本。”课程改革的有效实施和素质教育的贯彻落实需要一支高素质、专业化的教师队伍做支撑。教师的专业化发展在我国历来受到高度重视，但今天我国教师的专业化水平与社会的现实需求和时代的进步，特别是与教育改革发展的需要还存在着较大的差距。

以往，我们常常说教师要提高自身的专业水平或教学技能，但一个合格的教师究竟需要哪些最基本的专业知识与专业技能？教师的专业发展又该朝着哪个方向和目标去努力？这些问题，在教师专业化发展，尤其是在学科教师专业能力的提高上，一直以来并不是十分清晰。因此，我们聘请了当前活跃在基础教育学科领域的顶级专家，他们中的绝大多数是直接参与义务教育课程标准修订、审议或教材编写的资深学者，以担任相应学科的中小学教师应该（需要）了解（具备）的最基本的常识性知识和技能为出发点，总结了具有普适意义的学科教育教学知识和技能，力求推进教师教育教学能力的均衡发展，实现大多数教师教育教学能力的达标。从这个意义上，可以说这套丛书是教师专业化水平建设与发展的一个奠基工程，也是 10 年基础教育课程改革成果的结晶。我们希望青年教师不但能从书中充分汲取全国资深专家与优秀教师经验、成果，更能“青出于蓝而胜

于蓝”，在前辈的引领下，大胆创新，勇于超越，也因此，我们将丛书命名为“青蓝工程”。

丛书从“知识储备”和“技能修炼”两个维度展开论述（个别学科根据自身特点在目录形式上略有不同）。“知识储备”部分一般包括：①对学科课程价值的理解与认识；②修订后课标（义务教育）的主要精神；③针对该学段、该学科的教学所需的基本知识和内容等。“技能修炼”部分主要针对教学设计、目标把握、教学实施与教学评价等专题展开论述。每个专题下根据学科特点和当前教学实际设有几个小话题，以案例导入或结合案例的形式阐述教师教学所必需的技能以及形成这些技能所需要的方法和途径等。

本丛书具有权威性、系统性和普适性，希望对广大教师，特别是青年教师的专业成长能有实实在在的帮助。

丛书编委会

2012年1月

前 言

在教师资格认定中，有一个令人费解的现象：如果申请的是高中数学学科的教师资格证，那么可以向下兼容，意味着你可以到初中或小学去教数学，反过来则不能向上兼容。在教师职称认定中，也有一个类似的现象：小学数学高级职称仅仅相当于中学数学一级职称。这些资质认定的办法，容易造成一种错觉：因为中学数学要比小学数学更抽象、更具挑战性，所以中学数学教学的专业性就更高，小学数学高级教师的专业水平就低于中学数学高级教师的专业水平。事实果真如此吗？一位中学数学高级教师是否天然就能以绝对优势胜任小学数学教学？

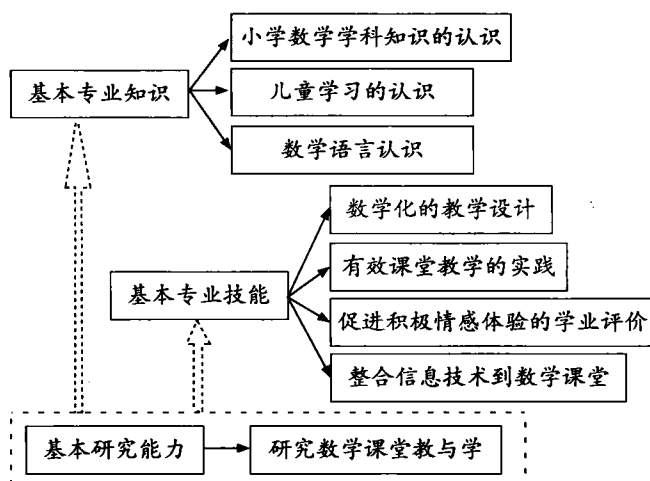
一方面，从数学本身来说，小学数学的教学要求并不比初中和高中低。我们常常会引用一个形象的比喻：小学生学习的是数学之树最为粗大的躯干，初中生和高中生开始学习数学之树的一些枝干，而大学生则涉及更为纤细的枝条，数学专业的研究生几乎就是研究数学之树的一片叶子。这个不太恰当的比喻想要说明的是，小学阶段为学生奠定的是最为基本的数学基础，小学数学教师需要更广泛地熟知数学的演化发展过程和其背后蕴涵的基本思想和内容本质。

另一方面，小学阶段的学生思维发展处于感知运动阶段和直观形象阶段，因此在小学低年级一定要让学生“摸一摸、动一动、操作操作”，到中高年级逐渐过渡到“看一看、画一画、想一想”。由于学生所处的独特年段，小学阶段的数学学习基本上可以通过对生活经验的概括和提炼完成，因此这种从生活经验的横向数学化过程是小学阶段学习数学的鲜明特征。从这个角度来说，这正是我们小学数学教师不同于初中和高中数学教师的独特的专业性所在。

因此，在我们看来，就教学的专业性而言，小学数学教师一点也不会

比初中和高中数学教师的要求低。事实上，学生的年段越低，他们与作为成人的教师的思维方式和特点越是相去甚远，因此我们对儿童学习特征的把握也就越难。基于这种考虑，我们相信小学数学教师的专业工作有其不同于其他学段数学教师的独特性。实际上，作为一名小学数学教师，仅仅“意识”到自己专业工作的独特性还远远不够，还要具备其他一些最基本的专业知识和技能。因为是“专业能力必修”，依据课程标准，我们选择了那些能够切入所有课程内容主题的横向专业知识和技能，不求全面和完整。

本书各章内容的思想架构如下：



第一章，对小学数学学科知识的认识，侧重于总体上描述我们对小学数学学科知识的性质和特点的认识，特别是从教学内容的知识本质、学科内容知识在数学内部的关联与外部世界的关联以及学科知识发生的过程和假设检验的角度来解读。

第二章，关于儿童学习的知识，侧重于对小学阶段知识的分类、知识的学习过程和不同类型知识的学习过程作出分析。虽然和一般的教育心理学似有相通之处，但内容的解读紧紧围绕小学数学内容的具体实例和课例展开。

第三章，关于数学语言知识的学习。虽然小学阶段对数学内容的学科性要求没有其他学段那么高，但作为彰显学科特征的数学语言，我们认为它是数学教师最为基本的“基本功”，我们需要透过数学语言的学习让学

生体验到数学的独特之处。

第四章到第六章，分别围绕数学化的教学设计、有效的课堂教学实施、数学学习评价三个主题词展开，意在从小学数学教学中的几个重大环节——备课、上课、评价来阐释小学数学教师所需要的最基本的专业技能。

第七章，整合媒体到小学数学课堂，分别从基于传统媒体、多媒体计算机、网络的学习环境设计角度，解读它们在学生的数学学习中所发挥的不同作用。“信息技术”似乎成了不少老师在公开课中用来装点课堂的“必要条件”，但我们更希望老师们能正确认识各种媒体对数学学习的作用和局限性。

第八章，加强研究数学课堂教与学的能力。我们希望老师们获得一些基本的教学研究方法，让自己变得“会反思”，知道“反思什么”，这种基本的研究能力反过来可以促进教师基本专业知识和基本专业能力的发展。

本书每章内容力求自成体系，一般分三个部分：一是针对主题词列出研修提要，大致对这一章内容作一个前提性的解释；二是结合大量教学实例进行阐述；三是针对该章内容提出问题与思考。建议在学习本书内容时，按照每一章内容主题逐个击破，边学习边实践。有条件的学校确定专人加上自己的理解主讲，共同讨论，充分利用每章后面的“问题与思考”，阅读相关的专业文献，结合个人实践撰写学习心得、体会，撰写小专题的教学案例或论文。

考虑到本书的可读性和实践应用性，本书的编写者主体是来自小学数学课堂一线的高级教师或经常深入小学数学课堂的专业研究者，个别章节的文字有时看上去似乎“不太专业”，却更为真实和贴近一线教学生活。撰写分工如下：第一、七章，任敏龙（杭州市上城区教研室）；第二章，巩子坤（杭州师范大学理学院）；第三、四章，李国强（杭州师范大学初等教育学院）；第五章，张园（杭州市天地小学）；第六章，邵汉民（杭州市萧山区教研室）；第八章，杨玉东（上海市教育科学研究院）。全书的框架结构设计、统稿工作由杨玉东博士和巩子坤教授共同完成。

此外，要感谢丛书策划和组稿过程中教育部基础教育课程教材发展中心领导的关心、出版社编辑的辛勤付出。我们还想对正在阅读此书的一线

教师说声“谢谢”，正是你们使我们把来自教学实践的疑问和困惑转化为思考和文字。最后，援引一位哈佛大学教授的话：“The kids enter schools as question marks and they leave as periods.（孩子们进校时像问号，毕业时像句号）”但愿你们在阅读本书后，能更好地保护一个个问号般的孩子的好奇心和学习兴趣；但愿你们在阅读此书后，会产生更多的问号，提出自己的思考和见解。当然，这本书的编写时间紧迫，大多数作者都承担着繁重的教学研究工作，在内容的选择、理论的诠释、案例的运用等方面一定有不少问题，希望得到您善意的批评（mathedu@126.com），我们一定认真回应！

杨玉东 巩子坤

目 录

C o n t e n t s

上篇 知识储备

1

第一章 修炼小学数学学科知识 / 3

- 一、澄清教学内容的知识本质 / 4
- 二、探索学科知识的关联方式 / 18
- 三、检验知识形成的过程假设 / 31

第二章 修炼关于儿童学习的知识 / 42

- 一、知识的分类 / 42
- 二、知识的学习过程 / 47
- 三、不同类型知识的学习过程分析 / 53

第三章 修炼数学语言知识 / 94

- 一、对数学语言的认识 / 96
- 二、儿童的数学语言学习 / 107
- 三、培养儿童数学语言能力的策略 / 111

下篇 技能修炼

119

第四章 修炼促进数学化的教学设计能力 / 121

- 一、教学目标的确立 / 122
- 二、教学方法的选择 / 131
- 三、教学过程的展开 / 137



第五章 修炼课堂教学实践能力 / 150

- 一、课堂教学中的提问 / 151
- 二、课堂教学中的反馈 / 160
- 三、课堂教学中练习的使用 / 175

第六章 修炼促进积极情感体验的学业评价能力 / 184

- 一、促进积极情感体验的学业评价意识 / 184
- 二、数学表现性学业评价 / 189
- 三、基于标准的纸笔测试 / 198

第七章 修炼整合媒体到小学数学课堂的能力 / 220

- 一、基于传统媒体的学习环境设计 / 222
- 二、基于多媒体计算机的学习环境设计 / 229
- 三、基于网络的学习环境设计 / 235

第八章 加强数学课堂教与学的研究能力 / 239

- 一、学会课堂观察技术与方法 / 239
- 二、学会抓住教研中的关键事件 / 252
- 三、学会用“课例研究”表达研究成果 / 259

上 篇

知识储备

作为小学数学教师，必须有一定的知识储备，掌握小学数学学科知识，对儿童的数学学习有一定的认识，透过数学语言让学生体验到数学的独特之处。只有掌握了这些基本功，数学教师才能真正了解其所传授的数学知识的意义。



第一章 修炼小学数学学科知识

修炼提要

《义务教育数学课程标准》(2011年版)(以下简称《课程标准》)关于教材编写提出了以下建议:

1. 教材编写应体现科学性:(1)全面体现本标准提出的理念和目标;(2)体现课程内容的数学实质;(3)准确把握课程内容要求;(4)教材的编写要有一定的实验依据。

2. 教材编写应体现整体性:(1)整体体现课程内容的核心;(2)整体考虑知识之间的关联;(3)重要的数学概念与数学思想要体现螺旋上升的原则……

3. 教材内容的呈现应体现过程性:(1)体现数学知识的形成过程;(2)反映数学知识的应用过程。

4. 呈现内容的素材应贴近学生现实:(1)生活现实;(2)数学现实;(3)其他学科现实。

……

所谓的教学要吃透两头——一头是教材,另一头是学生。《课程标准》关于教材编写的建议,从某种意义上为我们进行学科知识的修炼指明了方向:我们不能孤立地看待学科知识,而要把它与标准要求、学生实际等方面联系起来,只有这样,才能真正形成能为我们个人理解和掌握的、能用于学科教学实践的学科知识体系。

在本章,我们将探讨修炼学科知识的途径与方法,具体包括:

1. 澄清教学内容的知识本质。
2. 探索学科知识的关联方式。
3. 检验知识形成的过程假设。

打开任意一本小学数学教科书,我们就能发现,如果我们把通过集合论的语言、公理化的方法形成严密的逻辑体系看做是现代数学的重要特征的话,那么,小学数学几乎找不到一点“现代”的迹象。这就需要我们用现代数学的观点分析小学数学教学内容的知识本质,使我们的知识储备能更好地服务于教学。浏览并比较各套教材,我们还能发现,教材的内容安排整体上都遵循了从简单到复杂、从具体到抽象的顺序,

强调学生的主动建构,体现了知识的逻辑结构与学生认知结构的统一性。但具体的知识关联方式、学习序列安排又不尽相同,体现出某种过程的假设性,即假如学生已经具有某种知识经验和学习能力,那么,进一步的知识建构将具有怎样的潜在可能性。对可能性的不同选择导致了知识关联方式和学习结构序列的多样性,这就需要我们吧小学数学学科知识的修炼与具体的教学活动相结合,不仅要研究知识的静态结构和多样化的关联方式,更要研究它发生发展的动态过程和学生学习的潜在可能性,尤其是数学的发生与演化历史对教学活动的启发性。

本章将围绕作为教学任务的小学数学学科知识修炼,以教学事件分析为抓手,从澄清教学内容的知识本质、探索学科知识的关联方式、研究学科知识的形成过程三个方面对修炼的途径与策略进行探讨。

一、澄清教学内容的知识本质

小学数学教学强调基于学生的日常生活经验,借助易于为学生理解的日常生活语言,以学生喜闻乐见的方式呈现教学内容,通过学生的动手操作和内化思考,让学生掌握数学的概念、原理、方法和语言,形成相对抽象、严密、应用广泛的知识系统。这就需要我们借助现代数学及其他相关学科的思想、观点和方法,分析、澄清小学数学教学内容的知识本质,使教学合乎科学的要求。

(一) 澄清概念的知识本质

小学数学概念通常来自于对生活经验的直接抽象,源于解决问题中明确界定特定研究对象的需要。就像日常概念不是一次经验就形成的一样,科学概念的建立往往也不是一次教学就能完成的,而是通过螺旋上升的认识过程逐步丰富完善而达到的。认识概念的知识本质需要我们根据科学概念所揭示的内涵和外延,对概念认识的阶段性、抽象性和情境性进行辩证的分析。

1. 分析概念认识的阶段性

小学数学中的许多概念都被分成若干个学习阶段。如:长方体、立方体、圆柱、圆、长方形、正方形、三角形、平行四边形、梯形等图形的认识;分数、小数的意义学习;四则运算的意义学习;等等。这就需要我们分析不同阶段概念之间的关系。现以长方形、正方形认识的学习为例,试作探讨。

案例 1

学生错了吗

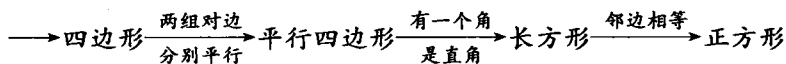
——正方形不是特殊的长方形

长方形、正方形认识的第一阶段通常在一年级,通过帮助学生建立图形表象并认识一些立体图形和平面图形,包括长方体、立方体、圆柱、球、圆、三角形、长方形和正方形等。这一阶段实际上是对学生已有的图形概念的梳理。长方形、正方形的定义通常是用所谓的描述性定义给出的:像——这样的图形叫长方形,像……这样的图

形叫正方形。就像日常生活中没有人会把一个正方形称为“特殊的长方形”或“四边相等的长方形”一样，此时，学生头脑中的长方形和正方形概念之间也是没有从属关系的。他们借助具体的例子在头脑中建立长方形、正方形的图形表象：正方形就是四个角是直角、四条边相等的图形，长方形就是四个角是直角、不是四条边都相等的图形。其区别显而易见：前者四边相等，后者对边相等、邻边不等，两者泾渭分明，没有任何统属关系。

第二阶段通常安排在长方形与正方形的周长、面积学习前，认识长方形、正方形的图形特征——长方形的四个角都是直角、对边相等，正方形四个角都是直角、四边相等。从概念形成的角度来说，这一阶段的学习除了对表象进行更确切的语言描述之外，与第一阶段的表象学习并没有本质的区别。“正方形是特殊的长方形”是这一阶段教学的难点，认识两者之间的从属关系，有利于学生更好地理解长方形和正方形的周长、面积计算公式之间的联系，体会从一般导出特殊的思想方法。为此，老师们想了许多办法，如通过让长方形的一组对边延长或缩短至四边长度相等，希望学生能从中意识到正方形是特殊的长方形，但结果往往都是事与愿违。究其原因，是因为学生在第一阶段的学习中进一步建立起长方形、正方形的日常概念表象，在逻辑上也是非常严谨的，动态演示只是强化了学生对量变引起质变的认识——由长方形变成了正方形。无奈之下，老师们就只好引导学生分析正方形四边相等，也包含着对边相等，因此，正方形是特殊的长方形。而在这样的教学中，学生对两种图形的一般与特殊关系往往印象不深，这就直接影响了学生对后续学习中从一般导出特殊的思想方法的感悟。当然，从图形特征的角度认识两者的从属关系，老师的无奈之举仍是正确的做法。

对图形特征的认识本质上还是停留在日常概念阶段，而科学概念是在一定的理论指导下建立的，其意义是由该理论体系中概念之间的关系来确定的。“属加种差”是常用的澄清概念内涵的定义方式，据此，长方形、正方形的概念按如下的方式给出：



由于缺少平行四边形概念，这一阶段显然不可能用“属加种差”的方式定义长方形，以及分析长方形的两条特征——“四个角都是直角、对边长度相等”。我们知道，由于这两个特征不是相互独立的，前者可以导出后者，所以不符合数学定义的逻辑简单性要求。相反，正方形的两个特征却是相互独立并且对于定义正方形来说是充分而且必要的，如果不考虑“属加种差”的定义方式，这一阶段可以给出的一个等价于长方形系统定义的阶段性定义是：四个角是直角的四边形是长方形。在此基础上用“属加种差”的方式定义正方形——四边相等的长方形叫做正方形，就可以很好地得到“正方形是特殊的长方形”这一结论，为今后进一步学习“属加种差”的定义奠定基础。教学可以这样展开：

第一步：把下面的图形（图1）分成两类。