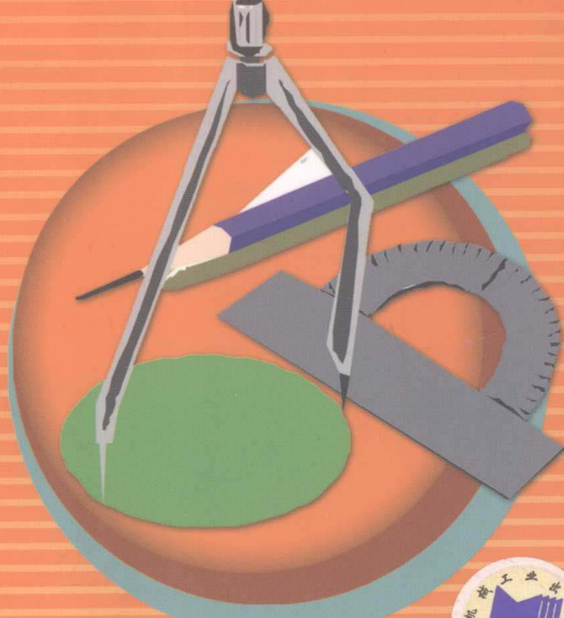
中职中专公共基础课"十一五"规划教材

# 数学（第一册）

全国职业技术教育协会机械行业分会数学学科组　组编
张黎黎　主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中职中专公共基础课“十一五”规划教材

# 数　　学

## 第一册

全国职业技术教育协会机械行业分会数学学科组　组编

主　编　张黎黎

副主编　周　奇

参　编　张圣勤　吕保献　黄勇林　张新元　罗　平
　　　　赵　钧　吕冰清　陈　娜　王美珍　李　珉
　　　　赵晓玲　王曙东　王　玲　张青霞

机　械　工　业　出　版　社

本套教材共分三册。本书是第一册，共分八章，分别介绍了集合与逻辑用语，函数，指数函数与对数函数，任意角的三角函数及三角函数化简，三角函数的图像，解斜三角形，加法定理，数列及其极限，向量与复数等。

本书可作为招收初中毕业生的三、四年制的中专、职业学校及技工学校学生的数学课程教材，也可以作为一般技术工人的数学培训教材。


**图书在版编目（CIP）数据**

数学．第一册/张黎黎主编．—北京：机械工业出版社，2007.5
中职中专公共基础课“十一五”规划教材
ISBN 978-7-111-21523-3

Ⅰ．数···　Ⅱ．张···　Ⅲ．数学课－专业学校－教材　Ⅳ．G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 072629 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：宋学敏　责任编辑：张祖凤　版式设计：冉晓华
责任校对：王　欣　封面设计：王伟光　责任印制：杨　曦
北京机工印刷厂印刷（北京双新装订有限公司装订）
2007 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
169mm×239mm·6.125 印张·236 千字
0 001－3 000 册
标准书号：ISBN 978-7-111-21523-3
定价：17.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639　88379641　88379643
编辑热线电话：（010）88379182

# 前　言

本套教材是根据教育部现行《全日制普通初级中学数学教学大纲》和《中等职业学校数学教学大纲（试行）》，组织部分高、中职业技术院校长期从事中职数学教学的资深教师编写的，共三册。前两册是根据教育部制定的《中等职业学校数学教学大纲（试行）》中的前四个基本模块的必学内容和限定选学内容编写，主要适用于招收初中毕业生的三年制中专学校、职业学校和技工学校等中等职业技术学校的学生。第三册主要是为招收初中毕业生的四年制中职学校提供的学习内容（微积分、统计等），也可作为其他中等职业学校学生的选修教材。

在本套教材的编写过程中，作者本着为我国的中等职业教育构建一套适合于21世纪中职教育的数学教育体系的指导思想，以“符合大纲要求，紧跟科技发展，加强实际应用，优化结构体系”为原则，以新世纪社会主义市场经济对中等职业人才素质的要求为前提，以中职数学在中等职业教育中的功能定位和作用为基础，在课程内容的选取上相比传统数学教材作了较大的改动，删去了一些繁琐的推理和证明，增加了一些实际应用的内容，力求把数学内容讲得简单易懂，重点让学生接受数学的思想方法和思维习惯。在习题的编排上加入了大量的例题和习题，并照顾到中等职业教育工科专业较多的特点，力求做到习题难易搭配适当，知识与应用结合紧密，掌握理论与培养能力相得益彰。在结构的处理上注意与现行初中的数学教学内容的衔接，照顾到中职各专业的特点和需要，适当精简结构，使之更趋合理。为跟上当今计算机应用的发展步伐，本书特意增加了 Mathmetica 软件应用的内容，供各个学校根据需要选学。

本套教材由全国职业技术教育协会机械行业分会数学学科组组织编写，上海电机学院张圣勤副教授负责最后统稿。上海工商外国语学校张黎黎担任第一册主编，周奇任副主编；河南工业职业技术学院吕保献担任第二册主编，张新元担任副主编；福建工业学校刘春佳担任第三册主编，厦门集美轻工业学校沈金寿、云南职业技术学院黄勇林担任副主编。参加本书编写的有上海工商外国语学校张黎黎、周奇、赵钧，河南工业职业技术学院吕保献、张新元、罗平、吕冰清，上海电机学院张圣勤、张青霞、王曙东，上海机电工业学校王美珍、王玲、李珉、赵晓玲，云南职业技术学院的黄勇林、陈娜。

本书在编写过程中，得到了各参编院校的各级领导的关心和支持，同时参阅了有关的文献和教材，在此一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促，加之水平有限，教材中疏漏错误之处在所难免，恳切期望使用本书的师生多提意见和建议，以便于再版时更正。

编 者

# 目　录

# 第一章　集合与逻辑用语

集合已经渗透到现代数学的各个领域，成为现代数学的基础，因此集合是进一步学习数学的重要基础知识。本章将介绍有关集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法和简单运算。

## 第一节　集合及其表示法

### 一、集合的意义

在现实生活和数学中，我们往往把具有某种性质的对象放在一起，作为一个整体来研究。

例如：

（1）某校一年级的全体学生。

（2）所有不大于 5 的自然数。

（3）所有的锐角三角形。

上面例子中的“全体”、“所有”都是指具有某种特定性质的对象的总体。

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做**集合**，简称**集**。

集合中的各个对象叫做这个集合的**元素**。例如，上面例子中的（1）是由这个学校一年级全体学生组成的集合，一年级的每一个学生都是这个集合的元素；（2）是由所有不大于 5 的自然数的全体组成的集合，这个集合的元素就是 0、1、2、3、4、5；（3）是由所有的锐角三角形组成的集合，任何一个锐角三角形都是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。也就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素，不能模棱两可。例如，对于由所有的锐角三角形组成的集合，内角分别为 50°、60°、70°的三角形，是这个集合的元素；而内角分别为 30°、60°、90°的三角形，就不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是各不相同的。这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，因此集合中的元素不重复

出现。

对于一个给定的集合，集合中的元素没有顺序关系。

下面再举几个集合的例子：

(4) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成一个集合。因为这个方程只有两个实数根 1 与 $-1$，所以这个集合有两个元素 1 与 $-1$。

(5) 不等式 $3x+2>0$ 解的全体组成一个集合。因为不等式的解为 $x>-\frac{2}{3}$，所以凡是大于 $-\frac{2}{3}$ 的实数都是这个集合的元素。显然，这个集合有无限多个元素。

(6) 函数 $y=x^2$ 图像上所有的点 $P(x, y)$ 组成一个集合。因为图像上的点的坐标 $x$ 和 $y$ 都满足 $y=x^2$，所以点 $P_1(0,0)$，$P_2(1,1)$，$P_3(-1,1)$，…等都是这个集合的元素。显然，这个集合有无限多个元素。

习惯上，我们用大写的拉丁字母 $A$，$B$，$C$，…等表示集合，而用小写的拉丁字母 $a$，$b$，$c$，…等表示集合的元素。如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就记为“$a\in A$”，读作“$a$ 属于 $A$”；如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，就记为“$a\notin A$”，读作“$a$ 不属于 $A$”。

含有有限个元素的集合叫做**有限集合**；含有无限个元素的集合叫做**无限集合**。例如，某校一年级的全体学生组成的集合、所有不大于 5 的自然数的集合、方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成的集合都是有限集合；所有的锐角三角形组成的集合、不等式 $3x+2>0$ 的解的全体组成的集合、函数 $y=x^2$ 图像上所有的点 $P(x, y)$ 组成的集合都是无限集合。

只含有一个元素的集合叫做**单元素集**。例如，方程 $x+1=0$ 的解集就是单元素集，元素为 $-1$；又如方程 $x+1=1$ 的解集也是单元素集，元素为 0。

不含有任何元素的集合叫做**空集**，记为$\varnothing$。例如，方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内的解集就是空集，又如，两个外离的圆，它们的公共点的集合是空集。

由数组成的集合叫做**数集**。我们把一些常见的数的集合用特定的大写的拉丁字母表示：

| 数集 | 自然数 | 整数集 | 有理数集 | 实数集 |
|---|---|---|---|---|
| 记号 | **N** | **Z** | **Q** | **R** |

如果上述数集中的元素只限于正数，就在集合记号的右上角加上“+”号，如正有理数集记为 $\mathbf{Q}^+$，同样 $\mathbf{Q}^-$ 表示负有理数集，

$\mathbf{R}^+$ 表示正实数集等。$\mathbf{N}$ 表示自然数集。

本书所讨论的数集，如无特殊说明，都是指由实数组成的集合。

## 二、集合的表示法

集合一般有以下两种表示方法：列举法和描述法。

**1. 列举法**

把集合中的元素一一列出来，并且写在大括号 { } 内，每个元素只写一次，不考虑元素的排列顺序，这样的集合表示方法叫做**列举法**。

例如：所有不大于 5 的自然数的集合，可以表示为 {0，1，2，3，4，5}、{3，2，0，4，5，1} 或 {1，3，5，4，2，0} 等，但不能表示为 {1，2，1，4，0，5，3} 等。

当集合的元素很多，不需要或不可能一一列举时，也可只写出几个元素，其他的用省略号表示。例如，小于 100 的自然数可表示为 {0，1，2，3，…，99}，正偶数可以表示为 {2，4，6，…，2*n*，…}。

由列举法可以看出：**集合中的元素不仅是确定的、互异的，且与元素的排列顺序无关。**在现实生活、生产中遇到的许多集合是不能用列举法表示出来的，如 $x+5>0$ 的解集就不能用列举法表示出来。下面介绍集合的另一种表示方法。

**2. 描述法**

在大括号 { } 内先写出这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线的右边写上个集合的特定性质，或在大括号内写出这个集合的元素所具有的特定性质，这样的集合表示方法叫做**描述法**。例如：

（1）所有自然数组成的集合可以表示为

$$\{x \mid x \in \mathbf{N}\} \text{或} \{\text{自然数}\}$$

（2）不等式 $3x+2>0$ 所有解的集合可以表示为

$$\{x \mid 3x+2>0\}$$

（3）函数 $y=x^2$ 图像上所有的点 $P(x,y)$ 组成的集合可以表示为

$$\{(x,\ y) \mid y=x^2\}$$

在实数集内，用描述法表示集合时，可以省略“$x \in \mathbf{R}$”，即 $\{x \mid x>4,\ x \in \mathbf{R}\}$ 可以写成 $\{x \mid x>4\}$。

列举法和描述法是集合的两种不同的表示法。实际运用时，究竟

用哪种表示法,要看具体问题而定。有些集合两种方法都可以选用,例如,方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成的集合,用描述法可表示为 $\{x\mid x^2-1=0, x\in\mathbf{R}\}$,用列举法可表示为 $\{-1,1\}$。

**例 1** 用符号“$\in$”或者“$\notin$”填空:

(1) $3$ __ $\mathbf{N}$; (2) $2-\sqrt{2}$ __ $\mathbf{R}^+$; (3) $a$ __ $\{a\}$; (4) $0$ __ $\varnothing$;

(5) $\pi$ __ $\mathbf{Q}$; (6) $-\frac{1}{2}$ __ $\mathbf{Z}^+$; (7) $\frac{7}{8}$ __ $\mathbf{N}$。

**解** (1) 因为 3 是自然数, 所以 $3 \underline{\in} \mathbf{N}$;

(2) 因为 $2-\sqrt{2}>0$,所以 $2-\sqrt{2}\underline{\in}\mathbf{R}^+$;

(3) 因为 $a$ 是集合 $\{a\}$ 的元素, 所以 $a \underline{\in} \{a\}$;

(4) 因为 $\varnothing$ 是不含有任何元素的集合,0 可以看作实数集的一个元素,所以 $0 \underline{\notin} \varnothing$;

(5) 因为 $\pi$ 是无理数,所以 $\pi \underline{\notin} \mathbf{Q}$;

(6) 因为 $-\frac{1}{2}$ 不是正整数,所以 $-\frac{1}{2}\underline{\notin}\mathbf{Z}^+$;

(7) 因为 $\frac{7}{8}$ 不是自然数,所以 $\frac{7}{8}\underline{\notin}\mathbf{N}$。

**例 2** 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x\mid x^2-9\leqslant 0, x\in\mathbf{Z}\}$;

(2) $\{x\mid x<10, x$ 为质数$\}$。

**解** (1) $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$;

(2) $\{2,3,5,7\}$。

规定: 由点组成的集合叫做**点集**。因为实数与数轴上的点是一一对应的, 有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的, 所以可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集, 用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合。

**例 3** 用描述法表示以下集合:

(1) 被 3 除后余 2 的整数的全体;

(2) 数轴上所有坐标不小于 $-1$ 且不大于 2 的点所组成的集合;

(3) 直角坐标平面内第一象限内所有点组成的集合。

**解** (1) 根据题意,集合的元素是:5,8,11,14,…,该集合可以写成 $\{x\mid x=3k+2, k\in\mathbf{Z}\}$。

(2) 该集合可以用数轴上满足条件 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 的所有的点集来表示,即 $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$。由图 1-1 容易看出,这个点集包含了线段 $AB$ 上所有的点(包括两个端点)。

(3) 该集合是有序实数对所组成的集合，它可以用直角坐标平面内同时满足条件 $x>0$ 及 $y>0$ 的所有的点集来表示，即 $\{(x,y)\mid x>0, y>0\}$。由图 1-2 容易看出，这个点集包含第一象限内的所有的点（不包括 $x$ 轴和 $y$ 轴上的点）。

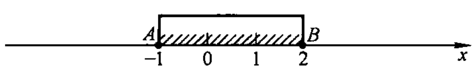



图　1-1

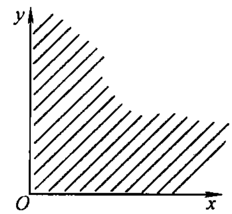



图　1-2

**例 4**　指出下列集合中哪个是空集，哪个是单元素集。

(1) $\{x\mid x+6=0\}$；(2) $\{x\mid x+6=0, x\in \mathbf{Z}^+\}$。

**解**　(1) $\{x\mid x+6=0\}$ 表示集合的元素是方程 $x+6=0$ 在实数范围内的解。因为 $x+6=0$ 在实数范围内只有一个解 $x=-6$，所以集合 $\{x\mid x+6=0\}$ 是单元素集 $\{-6\}$。

(2) $\{x\mid x+6=0, x\in \mathbf{Z}^+\}$ 表示集合的元素是方程 $x+6=0$ 在正整数范围内的解。因为 $x+6=0$ 在正整数范围内无解，所以集合 $\{x\mid x+6=0, x\in \mathbf{Z}^+\}$ 是空集 $\varnothing$。

**例 5**　写出下列方程和不等式在实数范围内的解集：

(1) $x^2-3x+2=0$　(2) $3x-1\geqslant x+3$

**解**　(1) 因为 $x^2-3x+2=0$ 在实数范围内有两个解 $x_1=1, x_2=2$，所以方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集为 $\{1,2\}$。

(2) 因为解不等式 $3x-1\geqslant x+3$，得 $x\geqslant 2$，所以不等式 $3x-1\geqslant x+3$ 的解集为 $\{x\mid x\geqslant 2\}$。

## 三、子集、真子集、集合的相等

### 1. 子集

我们来观察两个集合

$$A=\{1, 5, 7\}\qquad B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

发现集合 $A$ 中的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素。对于两个集合之间的这种关系给出以下定义。

**定义**　对于两个集合 $A$ 和 $B$，若集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，则集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的**子集**。记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作“$A$ 包含于 $B$ ”或“$B$ 包含 $A$”。

例如，整数集 $\mathbf{Z}$ 中的每个元素属于有理数集 $\mathbf{Q}$，故有 $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$。同理 $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$。

对于任一非空集合 $A$，因为它的任何一个元素都是集合 $A$ 的元素，所以 $A \subseteq A$，也就是说，任何一个集合都是它本身的子集。

由于空集是不含任何元素的集合，所以空集可以看成是任何集合 $B$ 的子集，即

$$\varnothing \subseteq B$$

**2. 真子集**

如果集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集，且集合 $B$ 中至少有一个元素不属于集合 $A$，则称集合 $A$ 是集合 $B$ 的**真子集**，记为

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A$$

读作“$A$ 真包含于 $B$”或“$B$ 真包含 $A$”。

例如，$\{1, 5, 7\}$ 不但是 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的子集，而且还是它的真子集，可记为

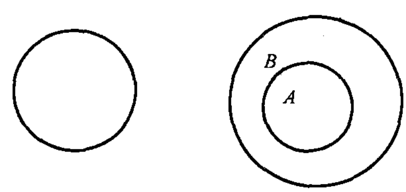
$$\{1, 5, 7\} \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

又如，对于自然数集 $\mathbf{N}$、整数集 $\mathbf{Z}$、有理数集 $\mathbf{Q}$、实数集 $\mathbf{R}$ 来说有

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

显然，空集是任何非空集合的真子集。

集合 $A$ 不是集合 $B$ 的真子集，可记作 $A \not\subset B$。




a)　　　　b)

图　1-3

通常用圆（或其他封闭曲线围成的图形）直观地表示集合，用圆中的点表示该集合的元素（图 1-3a），这样的图形称为文氏图。图 1-3b 表示了 $A$ 是 $B$ 的真子集，即 $A \subset B$ 。

**例 6**　写出集合 $\{0, 1, 3\}$ 所有的子集和真子集。

**解**　集合 $\{0, 1, 3\}$ 所有的子集为

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{3\}$，$\{0, 1\}$，$\{0, 3\}$，$\{1, 3\}$，$\{0, 1, 3\}$

共 8 个。除 $\{0, 1, 3\}$ 外，其余都是真子集。

**例 7**　讨论集合 $\{x \mid x+2=0\}$ 与 $\{x \mid x^2+x-2=0\}$ 的包含关系。

**解**　设 $A$ 表示集合 $\{x \mid x+2=0\}$，$B$ 表示集合 $\{x \mid x^2+x-2=0\}$。方程 $x+2=0$ 的解为 $x=-2$；方程 $x^2+x-2=0$ 的解为 $x_1=1$，$x_2=-2$。则 $A=\{-2\}$，$B=\{1,\ -2\}$。$A$ 是 $B$ 的真子集，即 $A \subset B$。

**3. 集合的相等**

对于两个集合 $A$ 和 $B$，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$，则称集合 $A$ 和集合 $B$ 相等，记为 $A=B$，读作“$A$ 等于 $B$”。

显然，集合 $A$ 和它本身相等，即 $A=A$。

**例 8**　设集合 $A=\{x \mid x^2-16=0\}$，$B=\{4,\ -4\}$，求证：$A=B$。

**证明**　方程 $x^2-16=0$ 的解为 $x_1=4$，$x_2=-4$，即 $A=\{4,\ -4\}$，而 $B=\{4,\ -4\}$。由于两个集合的元素完全相同，所以集合 $A=B$。

**例 9**　写出与下列集合相等的集合：

(1) $\{x \mid x^2+x-6=0\}$　　(2) $\{x \mid x+7>0\}$

**解**　(1) 集合 $\{x \mid x^2+x-6=0\}$ 表示方程 $x^2+x-6=0$ 在 $\mathbf{R}$ 的解集，所以 $\{x \mid x^2+x-6=0\}=\{2,\ -3\}$。

(2) 集合 $\{x \mid x+7>0\}$ 表示不等式 $x+7>0$ 在实数 $\mathbf{R}$ 内的解，所以 $\{x \mid x+7>0\}=\{$大于 $-7$ 的一切实数$\}$。

## 习　题　1-1

1. 以下语句是否组成集合？

(1) 与 1 非常接近的全体实数；

(2) 某校本学期视力比较差的全体学生；

(3) 某校学生的全体；

(4) 家用电器。

2. 用列举法表示下列集合：

(1) 我国古代四大发明的集合；

(2) $\{x \mid x^2-x-2=0\}$；

(3) 大于 3 小于 11 的偶数的集合；

(4) 满足 $-2<x<3\frac{1}{2}$ 的所有整数 $x$ 的集合。

3. 用描述法表示下列集合：

(1) 所有正偶数的集合；

(2) 所有奇数的集合；

(3) 不等式 $x^2+5x+6>0$ 的所有解;

(4) 所有 5 的倍数;

(5) 直线 $y=kx+b$ 上所有的点。

4. 在下列各题的________处添上合适的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\subset$, $\subseteq$):

(1) 1 ________$\mathbf{N}$; (2) $-3$ ________$\mathbf{N}$; (3) $\sqrt{2}$________$\mathbf{R}$;

(4) $\pi$ ________$\mathbf{Q}$; (5) $\{a,b\}$ ________$\{b,a\}$; (6) $\{a\}$ ________$\{a,b\}$;

(7) $a$ ________$\{b,c,d\}$; (8) $a$ ________$\{a,b,c\}$;

(9) $\mathbf{Q}^+$________$\mathbf{R}^+$; (10) $\varnothing$________$\{a\}$。

5. 列举集合 $A=\{a, b, c\}$ 的所有子集,并指出哪些是真子集。

6. 设集合 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$,写出 $A$ 中符合以下条件的子集:

(1) 元素是 3 的倍数;

(2) 元素都是质数。

7. 讨论集合 $\{x \mid x^2<9\}$ 与集合 $\{x \mid |x-1|<2\}$ 的包含关系。

8. 比较下列各题中的两个集合,判断它们是否相等:

(1) $A=\{x \mid x=3n, n\in\mathbf{N}, n<6\}$,与 $B=\{3, 6, 9, 12, 15\}$;

(2) $M=\{y \mid y^2-3y-4<0\}$,与 $P=\{y \mid -1<y<4\}$。

9. 请读者自己设计两个集合,满足下列条件:

(1) 两个集合相等;

(2) 两个集合存在包含关系而不相等。

## 第二节 集合的运算与命题的基本知识

### 一、交集

先看下面的例子:

设集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$,$B=\{2, 3, 4, 6\}$,把属于 $A$ 且属于 $B$ 的所有元素组成一个集合 $C=\{2, 3, 4\}$,对于这样的集合,给出下面的定义:

**定义** 由集合 $A$ 和集合 $B$ 的所有公共元素所组成的集合叫做 $A$ 与 $B$ 的**交集**,读作"$A$ 交 $B$",即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A, \text{且 } x\in B\}$$

$A\cap B$ 可以用图 1-4a、b、c、d 所示的阴影部分来表示。

从图 1-4 可知,集合 $A$ 与集合 $B$ 的交集共有四种情况:

(1) 当 $A\cap B\neq\varnothing$ 时,$A\cap B$ 为图 1-4a 所示的阴影部分;

(2) 当 $A\cap B=\varnothing$ 时,$A\cap B$ 如图 1-4b 所示;

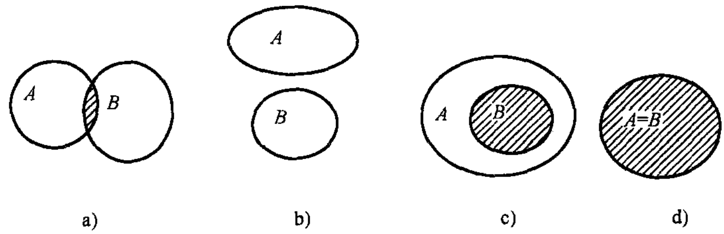



图　1-4

(3) 当 $B\subseteq A$ 时，$A\cap B=B$，为图 1-4c 所示的阴影部分；

(4) 当 $A=B$ 时，$A\cap B=A\cap A=A$，为图 1-4d 所示的阴影部分。

由交集的定义和图 1-4 可知，对于任何集合 $A$、$B$ 有

$A\cap B=B\cap A$，$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\supseteq A\cap B$，$B\supseteq A\cap B$。

求集合的交集的运算叫做**交运算**。

**例 1**　设 $A=\{x\mid -3<x<3\}$，$B=\{x\mid 1<x<4\}$，求 $A\cap B$。

**解**　把集合 $A$ 与集合 $B$ 用同一数轴上的点集表示出来，见图 1-5，集合 $A$ 与集合 $B$ 的公共部分，即 $A\cap B=\{x\mid 1<x<3\}$。

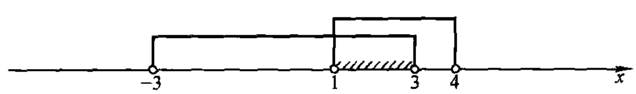



图　1-5

**例 2**　设 $A$ 为所有矩形的集合，$B$ 为所有菱形的集合，求 $A\cap B$。

**解**　$A=\{$矩形$\}=\{$四个角都是 90°的平行四边形$\}$，

$B=\{$菱形$\}=\{$四边相等的平行四边形$\}$，

$A\cap B=\{$四个角都是 90°，且四边相等的平行四边形$\}=\{$正方形$\}$。

**例 3**　设 $A=\{x\mid x=2n,\ n\in\mathbf{N}^{+}\}$，$B=\{x\mid x=2n-1,\ n\in\mathbf{N}\}$，求 $A\cap B$。

**解**　集合 $A$ 表示所有的正偶数，集合 $B$ 表示所有的奇数，因此集合 $A$ 与集合 $B$ 的交集是空集。即 $A\cap B=\varnothing$。

**例 4**　设 $A=\{12$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的正整数$\}$，求：(1) $(A\cap B)\cap C$；(2) $A\cap(B\cap C)$。

**解**　$A=\{1,2,3,4,6,12\}$，$B=\{1,2,3,6,9,18\}$，$C=\{1,2,3,4,5\}$。

(1) $(A\cap B)\cap C=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,3,4,5\}=$

$\{1, 2, 3\}$。

(2) $A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$。

根据交集的定义和例 4，可以看出交运算满足交换律和结合律，即

$A \cap B = B \cap A$，$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

## 二、并集

先看下面的例子：

设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B = \{3, 2, 4, 6\}$，把 $A$ 和 $B$ 两个集合的元素合并在一起（相同的元素只取一个），可以组成一个集合 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$。对于这样的集合，给出下面的定义：

**定义** 设集合 $A$ 和 $B$ 是两个集合，由所有属于集合 $A$ 或者属于集合 $B$ 的元素所组成的集合叫做 $A$、$B$ 的**并集**，记作 $A \cup B$（读作"$A$ 并 $B$"），即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

$A \cup B$ 可以用图 1-6a、b、c、d 所示的阴影部分表示。

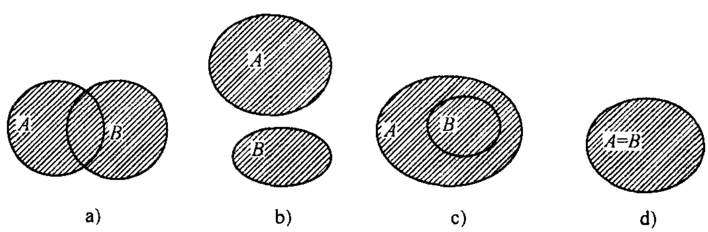



图 1-6

从图 1-6 可知，集合 $A$ 与集合 $B$ 的并集共有四种情况：

(1) 当 $A \cap B \neq \varnothing$ 时，$A \cup B$ 为图 1-6a 所示的阴影部分。

(2) 当 $A \cap B = \varnothing$ 时，$A \cup B$ 为图 1-6b 所示的阴影部分。

(3) 当 $B \subseteq A$ 时，$A \cup B = A$，如图 1-6c 所示的阴影部分。

(4) 当 $A = B$ 时，$A \cup B = A \cup A = A$，如图 1-6d 所示的阴影部分。

当 $A \cap B \neq \varnothing$ 时，$A \cup B$ 中的元素有三种类型：

(1) $a \in A$，且 $a \notin B$。

(2) $a \in A$，且 $a \in B$。

(3) $a \notin A$，且 $a \in B$。