ShengCai Education SC 圣才®教育

圣才®学习网

www.100xuexi.com

中国精算师资格考试辅导系列

中国精算师

金融数学过关必做1000题（含历年真题）

主编：圣才学习网

www.100xuexi.com

中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

教·育·出·版·中·心

中国精算师资格考试辅导系列

中国精算师
金融数学过关必做1000题

（含历年真题）

主编：圣才学习网
www.100xuexi.com

中国石化出版社

内 容 提 要

本书是一本中国精算师资格考试科目“金融数学”过关必做习题集，基本遵循中国精算师资格考试指定教材《金融数学》（徐景峰主编，杨静平主审，中国财政经济出版社）的章目编排，共分11章，根据最新《中国精算师资格考试－考试指南》中“金融数学”的考试内容和要求精心编写了约1000道习题，其中包括了部分**历年真题和样题**，所选习题基本覆盖了考试指南规定需要掌握的知识内容，并对全部习题进行了详细的分析和解答。

圣才学习网｜精算师考试网（www.1000jss.com）提供中国精算师资格考试辅导方案（辅导班、题库）。圣才考研网（www.100exam.com）提供全国所有高校各个专业的考研考博辅导班（保过班、面授班、网授班等）、国内外经典教材名师讲堂（详细介绍参见本书书前彩页）。购书享受大礼包增值服务【100元网授班＋20元真题模考＋20元圣才学习卡】。本书特别适用于参加中国精算师资格考试的考生，也可供各大院校精算和统计专业的师生参考。

图书在版编目（CIP）数据

中国精算师金融数学过关必做1000题：含历年真题/圣才学习网主编．—北京：中国石化出版社，2011.8
（中国精算师资格考试辅导系列）
ISBN 978－7－5114－1099－3

Ⅰ．①中… Ⅱ．①圣… Ⅲ．①金融－经济数学－资格考试－习题集 Ⅳ．①F830－44

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第142959号

中国石化出版社出版发行
地址：北京市东城区安定门外大街58号
邮编：100011 电话：（010）84271850
读者服务部电话：（010）84289974
http://www.sinopec-press.com
E-mail：press@sinopec.com.cn
北京市庆全新光印刷有限公司印刷
全国各地新华书店经销

*

787×1092毫米16开本17印张4彩插404千字
2011年7月第1版 2011年7月第1次印刷
定价：38.00元

《中国精算师资格考试辅导系列》

编 委 会

主编：圣才学习网(www.100xuexi.com)

编委：李天燕　邱亚辉　郑　炳　肖　娟　张宇宁
周玉芳　程新慧　黄永民　孙新华　田小文
严　宽　郑云龙　吴　平

序　言

中国精算师资格考试是中国保险监督管理委员会立项，由中国精算师协会组织实施的一项国家级职业资格考试。中国精算师分准精算师和精算师两个层级。准精算师部分由八门科目组成，每门均为3小时笔试；精算师部分分为寿险和非寿险两个方向，每门均为4小时笔试。考生一次可以报考一科或多科，报考科目不受科目代码顺序限制。考试成绩采取10分制，6分以上(含6分)为通过。各科目成绩“通过”后，没有时间限制，终身有效。

为了帮助考生顺利通过中国精算师资格考试，我们根据最新《中国精算师资格考试－考试指南》和指定教材编写了中国精算师资格考试辅导系列(图书)，并精心制作了中国精算师资格考试名师课程、题库、光盘等：

1. 中国精算师数学(包括图书、课程、题库、光盘)
2. 中国精算师金融数学(包括图书、课程、题库、光盘)
3. 中国精算师精算模型(包括图书、课程、题库、光盘)
4. 中国精算师经济学基础(包括图书、课程、题库、光盘)
5. 中国精算师寿险精算(包括图书、课程、题库、光盘)
6. 中国精算师非寿险精算(包括图书、课程、题库、光盘)
7. 中国精算师会计与财务(包括图书、课程、题库、光盘)
8. 中国精算师精算管理(包括图书、课程、题库、光盘)

本书是一本中国精算师资格考试科目“金融数学”过关必做习题集。基本遵循中国精算师资格考试指定教材《金融数学》(徐景峰主编，杨静平主审，中国财政经济出版社)的章目编排，共分11章，根据最新《中国精算师资格考试－考试指南》中“金融数学”的考试内容和要求精心编写了约1000道习题，其中包括了部分**历年真题、样题和教材习题**，所选习题基本覆盖了考试指南规定需要掌握的知识内容，并对全部习题进行了详细的分析和解答。

需要特别说明的是：对于考试动态、最新的考试大纲以及相关考试资料，圣才学习网｜精算师(www.100xuexi.com)会及时根据当年的大纲对本书进行修订和说明，读者可以登陆网站查看并下载相关修订部分。本教材参考了众多的配套资料和相关参考书，书中错误、遗漏不可避免，敬请指正和提出建议。

圣才学习网编辑部

目　录

第一篇　利息理论

第二篇　利率期限结构与随机利率模型

第三篇　金融衍生工具定价理论

第四篇　投资组合理论

第 1 章　利息的基本概念

单项选择题（以下各小题所给出的 5 个选项中，只有一项最符合题目要求，请将正确选项的代码填入括号内）

1. 已知 0 时刻在基金 A 中投资一元到 T 时刻的积累值为 $1.5t+1$，在基金 B 中投资一元到 $3t$ 时刻的积累值为 $9t^2-3t+1$ 元，假设在 T 时刻基金 B 的利息强度为基金 A 的利息强度的两倍，则 0 时刻在基金 B 中投资 10000 元，在 $7T$ 时刻的积累值为（　　）。[2011 年春季真题]

A. 566901　　B. 567902　　C. 569100　　D. 570000

E. 570292

【**解析**】$\delta_A(t)=\frac{a'_A(t)}{a_A(t)}=\frac{1.5}{1.5t+1}$，$\delta_B(t)=\frac{a'_B(t)}{a_B(t)}=\frac{2t-1}{t^2-t+1}$。由 $\delta_B(T)=2\delta_A(T)$ 可得：$\frac{2T-1}{T^2-T+1}=\frac{3}{1.5T+1}$，解得 $T=8/7$。所以

$$A_B(7T)=10000a_B(8)=570000$$

2. 已知 $\delta_t=\frac{2}{t+1}$，则第 10 年的 $d^{(2)}$ 等于（　　）。[2008 年真题]

A. 0.1671　　B. 0.1688　　C. 0.1715　　D. 0.1818

E. 0.1874

【**解析**】由已知 $\delta_t=\frac{2}{t+1}$，得：$a(t)=e^{\int_0^t\frac{2}{r+1}dr}=(t+1)^2$，

所以，$d_{10}=\frac{a(10)-a(9)}{a(10)}=1-\frac{a(9)}{a(10)}=1-\frac{10^2}{11^2}$，

又 $1-d_{10}=(1-\frac{d^{(2)}}{2})^2$，故 $d^{(2)}=2\left[1-(1-d_{10})^{\frac{1}{2}}\right]=2\left(1-\frac{10}{11}\right)=0.1818$。

3. 如果现在投资 3，第二年末投资 1，则在第四年末将积累 5，则实际利率为（　　）。[2008 年真题]

A. 6.426%　　B. 6.538%　　C. 6.741%　　D. 6.883%

E. 6.920%

【**解析**】设实际利率为 i，则有：

$$3(1+i)^4+(1+i)^2=5$$

解得：$i=6.538\%$。

4. 假定名义利率为每季度计息一次的年名义利率 6%，则 1000 元在 3 年末的积累值为（　　）元。[2008 年真题]

1D　2D　3B　4D

A. 1065.2　　B. 1089.4　　C. 1137.3　　D. 1195.6

E. 1220.1

【解析】1000 元在 3 年末的积累值为：

$$A(3) = 1000\left(1+\frac{6\%}{4}\right)^{12} = 1195.6$$

5. 某人初始投资额为 100，假定年复利为 4%，则这个人从第 6 年到第 10 年的 5 年间所赚利息为(　　)。[2008 年真题]

A. 26　　B. 27　　C. 28　　D. 29

E. 30

【解析】从第 6 年到第 10 年的 5 年间所赚利息为：

$$I_5 = 100[(1+0.04)^{10}-(1+0.04)^5] = 26.359$$

6. 已知 $\delta_t = ab^t$，其中 $a>0$，$b>0$ 为常数，则积累函数 $a(t)$ 为(　　)。[2008 年真题]

A. $e^{b(a^t-1)/\ln b}$　　B. $e^{a(b^t+1)/\ln a}$　　C. $e^{a(b^t+1)/\ln b}$　　D. $e^{a(b^t-1)/\ln a}$

E. $e^{a(b^t-1)/\ln b}$

【解析】$a(t) = e^{\int_0^t ab^r dr} = e^{a(b^t-1)/\ln b}$。

7. 甲基金以月度转换 12% 的利率积累，乙基金以利息力 $\delta_t = \frac{t}{6}$ 积累，期初存入两支金额相等的基金，则两支基金金额相等的下一个时刻为(　　)。[2008 年真题]

A. 1.4328　　B. 1.4335　　C. 1.4362　　D. 1.4371

E. 1.4386

【解析】不妨设期初存入的金额为 1，则甲基金的积累函数为：

$$a_1(t) = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{12t} = 1.01^{12t}$$

乙基金的积累函数为：

$$a_2(t) = e^{\int_0^t \frac{x}{6}dx} = e^{\frac{t^2}{12}}$$

由 $a_1(t) = a_2(t)$，得：$1.01^{12t} = e^{\frac{t^2}{12}}$，解得：$t=1.4328$。

8. 甲基金按 6% 的年利率增长，乙基金按 8% 的年利率增长，在第 20 年的年末两个基金之和为 2000，在第 10 年末甲基金是乙基金的一半，则第 5 年年末两基金之和为(　　)。[2008 年真题]

A. 652.86　　B. 663.24　　C. 674.55　　D. 682.54

E. 690.30

【解析】设甲、乙基金分别为 P、R，则有：

$$\begin{cases} P(1+0.06)^{20} + R(1+0.08)^{20} = 2000 \\ R(1+0.08)^{10} = 2P(1+0.06)^{10} \end{cases}$$

解方程组，得：$\begin{cases} P = 182.2 \\ R = 303.30 \end{cases}$。

5A　6E　7A　8E

故第5年年末两基金之和为：$P(1+0.06)^5+R(1+0.08)^5=690.30$。

9. 在1980年1月1日，某人以年利率j(每半年计息一次)向X银行存入1000元，1985年1月1日，他以年利率k(每季计息一次)把X银行全部资金转存Y银行，1988年1月1日，其Y银行的存款余额为1990.76元，如果他从1980年1月1日至1988年1月1日都能获得年利率k(每季计息一次)，则他的银行存款余额可达2203.76元。则比率$\frac{k}{j}=$(　　)。

[样题]

A. 1.20　　B. 1.25　　C. 1.30　　D. 1.35

E. 1.40

【解析】从80年1月1日到88年1月1日存款积累值为：

$$1000(1+\frac{1}{2}j)^{10}(1+\frac{1}{4}k)^{12}=1990.76 \qquad ①$$

如果他来时就存入Y银行，则其在88年1月1日的银行存款余额为：

$$1000(1+\frac{k}{4})^{32}=2203.76$$

所以，$k=4\ (2.20376^{0.03125}-1)=0.10$，

故，$\left(1+\frac{1}{4}k\right)^{12}=1.34489$ 代入①，解得：

$$j=2\left[\left(\frac{1.99076}{1.34489}\right)^{0.10}-1\right]=0.08$$

故 $\frac{k}{j}=\frac{0.10}{0.08}=1.25$。

10. 设$0<d<1$，则下列判断中正确的是(　　)。

(1)若$0<t<1$,则$(1-d)^t>1-dt$;

(2)若$t=1$,则$(1-d)^t=1-dt$;

(3)若$t>1$,则$(1-d)^t<1-dt$。

A. (1)　　B. (2)　　C. (3)　　D. (1)(2)

E. (1)(2)(3)

【解析】令 $f(d)=(1-d)^t-(1-dt)$，于是 $f'(d)=-t(1-d)^{t-1}+t=t\left[1-(1-d)^{t-1}\right]$。

①当$0<t<1$时，对任意的$0<d<1$有：$(1-d)^{t-1}=\frac{1}{(1-d)^{1-t}}>1$，从而$f'(d)<0$。

所以对任意的$0<d<1$，$f(d)$为单调递减函数，从而$f(d)<f(0)=1-1=0$。

即当$0<t<1$时,$(1-d)^t<1-dt$;

② 当$t=1$时,有:$(1-d)^t=1-dt=1-d$;

③当$t>1$时，$(1-d)^{t-1}<1$，所以$f'(d)>0$，$f(d)$为单调递增函数，

从而$f(d)>f(0)=0$，即当$t>1$时，$(1-d)^t>1-dt$。

9B　10B

11. 用年贴现率 $d^{(4)}$（每季计息一次），计算年利率 $i^{(\frac{1}{4})}$（每 4 年计息一次）所得的结果为（　　）。[样题]

A. $\frac{1}{4}\left[1-\left(1-\frac{1}{4}d^{(4)}\right)^{-16}\right]$　　B. $\left(1-\frac{1}{4}d^{(4)}\right)^{-16}-1$

C. $\left(1-\frac{1}{4}d^{(4)}\right)^{-8}-1$　　D. $\frac{1}{4}\left[\left(1-\frac{1}{4}d^{(4)}\right)^{-16}-1\right]$

E. $\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{4}d^{(4)}\right)^{-8}-1\right]$

【解析】因 $1+i=(1-d)^{-1}=\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4}$，

又 $1+i=\left(1+\frac{i^{(\frac{1}{4})}}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}$，所以有：$\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4}=\left(1+\frac{i^{(\frac{1}{4})}}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}$，

因此，$i^{(\frac{1}{4})}=\frac{1}{4}\left[(1-\frac{1}{4}d^{(4)})^{-16}-1\right]$。

12. 基金 X 本金为 1000，按 $\delta_t=\frac{1}{15-t}(0<t<15)$ 积累，基金 Y 本金为 1000，前 3 年按年名义利率 8%（每半年计息一次）累积，以后按年复利率 i 积累，在第 4 年末基金 X 和基金 Y 价值相等，则 $i=$（　　）。[样题]

A. 0.0777　　B. 0.0800　　C. 0.0825　　D. 0.0850

E. 0.0875

【解析】基金 X 的积累值为：

$X=1000\exp\left[\int_0^4\frac{dt}{15-t}\right]=1000\exp\left[-\ln(15-t)\Big|_0^4\right]=1000\times\frac{15}{11}$，

基金 Y 的积累值为：

$$Y=1000(1.04)^6(1+i)=1000(1.26532)(1+i)$$

因第 4 年末基金 X 和基金 Y 价值相等，所以有：$X=Y$，

即 $1000\times\frac{15}{11}=1000\times1.26532\times(1+i)$，

解得：$i=\frac{15/11}{1.26532}-1=0.0777$。

13. 基金 A 在利息强度函数 $\delta_t=a+bt$ 下积累，基金 B 在利息强度函数 $\delta_t=g+ht$ 下积累，在 $t=0$ 和 $t=n$ 时，基金 A 与基金 B 价值相等。已知 $a>g>0$，$h>b>0$，则 $n=$（　　）。[样题]

A. $\frac{a-g}{h-b}$　　B. $\frac{h-b}{a-g}$　　C. $\frac{2(a-g)}{h-b}$　　D. $\frac{h-b}{2(a-g)}$

E. $\frac{2(h-b)}{a-g}$

【解析】$t=n$ 时，基金 A 的积累值为：$A=e^{\int_0^n(a+bt)dt}=e^{an+\frac{1}{2}bn^2}$，

11D　12A　13C

基金 B 的积累值为：$B=e^{gn+\frac{1}{2}hn^2}$，

两基金在 $t=n$ 时的积累值相等，故有：$an+\frac{1}{2}bn^2=gn+\frac{1}{2}hn^2$，

从而 $n=\frac{2(a-g)}{h-b}$。

14. 如果实际利率在前 3 年为 10%，随后 2 年为 8%，再随后 1 年为 6%，则一笔 1000 元的投资在这 6 年中所得总利息为(　　)元。

A. 645.4　　B. 645.6　　C. 645.8　　D. 645.9

E. 646.1

【解析】由已知条件得：

$$\begin{aligned}I&=A(6)-A(0)=1000[a(6)-1]\\&=1000[(1+0.1)^3\times(1+0.08)^2\times1.06-1]\\&=645.63(\text{元})\end{aligned}$$

15. 已知一笔业务按利息强度为 6% 计息，则投资 500 元、经过 8 年的积累值为(　　)元。

A. 805　　B. 806　　C. 808　　D. 810

E. 812

【解析】投资 8 年后的积累值为：

$$A(8)=500e^{8\delta}=500e^{0.48}=808(\text{元})$$

16. 已知 $\delta_t=\frac{2}{t-1}(2\leqslant t\leqslant10)$，对于 n 与 $n+1(2\leqslant n\leqslant9)$ 之间的任意一年时间里，$d^{(2)}=$(　　)。[样题]

A. $\frac{1}{2n}$　　B. $\frac{1}{n}$　　C. $\frac{2}{n}$　　D. $\frac{n-1}{n}$

E. $\frac{n}{n-1}$

【解析】1 个单位在 $t=n$ 时的积累值为：

$$a(n)=\exp\left[\int_2^n\delta_t\mathrm{d}t\right]=(n-1)^2$$

在 n 与 $n+1$ 之间的年贴现率为：

$$d=\frac{a(n+1)-a(n)}{a(n+1)}=\frac{n^2-(n-1)^2}{n^2}$$

于是，$1-d=(\frac{n-1}{n})^2$，

故 $d^{(2)}=2[1-(1-d)^{\frac{1}{2}}]=2\left[1-\frac{n-1}{n}\right]=\frac{2}{n}$。

17. 时间为 t 时的利息强度函数为$\frac{t^3}{100}$，则 $a^{-1}(3)=$(　　)。[样题]

A. 0.78　　B. 0.80　　C. 0.82　　D. 0.84

14B　15C　16C　17C

E. 0.86

【解析】$a^{-1}(3)=\exp\left[-\int_0^3\delta_t\mathrm{d}t\right]=e^{-0.2025}\approx 0.82$。

18. 设 $A(t)=10t+\sqrt{t}+2$，则 $a(t)=($　　$)$。

A. $t+0.1\sqrt{t}+0.2$

B. $2t+0.2\sqrt{t}+0.4$

C. $5t+0.5\sqrt{t}+1$

D. $10t+\sqrt{t}+2$

E. $11t+1.1\sqrt{t}+2.2$

【解析】因为 $A(0)=2$，故 $a(t)=\dfrac{A(t)}{A(0)}=(10t+\sqrt{t}+2)/2=5t+0.5\sqrt{t}+1$。

19. 已知 $a(t)=at^2+b$，如果在 0 时投资 1 元，能在时刻 3 积累至 12 元；如果在时刻 4 投资 10 元，在时刻 8 的积累值为(　　)元。

A. 200.6　　B. 205.6　　C. 210.6　　D. 215.6

E. 220.6

【解析】由 $a(0)=1$，得 $b=1$；

又由 $a(3)=9a+1=12$，得 $a=\dfrac{11}{9}$。

故所求的积累值为：

$$A(4)=10a(4)=10\left[\frac{11}{9}\times 4^2+1\right]=205.6(\text{元})$$

20. 设某项投资的单利利率为 10%，则在第(　　)个时期里它的实际利率为 5%。

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

E. 11

【解析】由已知，单利 $i=0.1$，设第 n 个时期的实际利率为 5%，则

$$5\%=\frac{a(n)-a(n-1)}{a(n-1)}=\frac{(1+ni)-[1+(n-1)i]}{1+(n-1)i}=\frac{i}{1+(n-1)i}=\frac{0.1}{1+0.1(n-1)}$$

解得：$n=11$。

21. 已知 3 个单位元经过 3 个月将增长到 5 个单位元，则在第 1 个月末、第 2 个月末、第 4 个月末、第 6 个月末分别投资 6 个单位元的现值之和为(　　)个单位元。

A. 7.02　　B. 10.50　　C. 14.53　　D. 18.20

E. 20.68

【解析】设月利率为 i，由题意，得：$3(1+i)^3=5$，

所以，$(1+i)^{-1}=0.84343$。

故所求现值之和为：

$$6[(1+i)^{-1}+(1+i)^{-2}+(1+i)^{-4}+(1+i)^{-6}]$$
$$=6(0.84343+0.84343^2+0.84343^4+0.84343^6)$$
$$=14.53$$

18C　19B　20E　21C

22. 设 m 是与年实际利率 j 等价的每半年计息一次的年名义利率，而 k 是与 m 等价的利息强度，下列用 j 表示 k 的表达式中正确的是(　　)。

A. $\ln[2(1-j)^{1/2}-1]$　　B. $\ln[2(1+j)^{1/2}+1]$

C. $\ln[(1+j)^{1/2}-1]$　　D. $\ln 2[(1+j)^{1/2}-1]$

E. $\ln[2(1+j)^{1/2}-1]$

【解析】由已知得：$(1+\frac{m}{2})^2=1+j$，所以 $m=2[(1+j)^{1/2}-1]$，

故 $\delta=k=\ln(1+m)=\ln[2(1+j)^{1/2}-1]$。

23. 设 $\delta_t=\dfrac{20+10t}{500}$，$0\leqslant t\leqslant 20$，某项投资 100 元于 $t=10$ 时实施，则该投资在 $t=15$ 时的积累值 $A=($　　$)$元。

A. 426.31　　B. 450.31　　C. 462.31　　D. 470.31

E. 475.31

【解析】积累值 $A=100e^{\int_{10}^{15}\frac{20+10t}{500}\mathrm{d}t}=100e^{\frac{1}{50}(2t+0.5t^2)\big|_{10}^{15}}=100e^{1.45}=426.31$(元)。

24. 分别以单利法和复利法计算，200 元按 5.8% 的利率需分别经过(　　)年可积累到 300 元。

A. 8.42，7.09　　B. 8.50，7.10　　C. 8.62，7.19　　D. 8.70，7.25

E. 8.82，7.29

【解析】①以单利计算，则有：$200(1+n\times5.8\%)=300$，

解得：$n=8.62$；

②以复利计算，则有：$200(1+5.8\%)^n=300$，

解得：$n=7.19$。

25. 已知 $1-\dfrac{d^{(m)}}{m}=\dfrac{1-\dfrac{d^{(5)}}{5}}{1-\dfrac{d^{(6)}}{6}}$，则 $m=($　　$)$。

A. 30　　B. 33　　C. 35　　D. 37

E. 40

【解析】由于

$$\left[1-\frac{d^{(m)}}{m}\right]^{-30}=\left[\frac{1-\dfrac{d^{(5)}}{5}}{1-\dfrac{d^{(6)}}{6}}\right]^{-30}=\frac{\left(1-\dfrac{d^{(5)}}{5}\right)^{-5\times6}}{\left(1-\dfrac{d^{(6)}}{6}\right)^{-6\times5}}=\frac{(1+i)^6}{(1+i)^5}=1+i=\left(1-\frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m},$$

故 $m=30$。

26. 导数 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}i}d$、$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}d}i$ 的值分别为(　　)。

A. $\dfrac{1}{(1-i)^2}, \dfrac{1}{(1-d)^2}$　　B. $\dfrac{1}{(1+i)^2}, \dfrac{1}{(1-d)^2}$

22E　23A　24C　25A　26B

C. $\dfrac{1}{(1+i)^2}$，$\dfrac{1}{(1+d)^2}$　　D. $\dfrac{1}{(1-i)^2}$，$\dfrac{1}{(1+d)^2}$

E. $\dfrac{1}{1+i}$，$\dfrac{1}{1-d}$

【解析】①因 $d=\dfrac{i}{1+i}$，所以$\dfrac{\mathrm{d}\left(\dfrac{i}{1+i}\right)}{\mathrm{d}i}=\dfrac{\mathrm{d}\left(1-\dfrac{1}{1+i}\right)}{\mathrm{d}i}=\dfrac{1}{(1+i)^2}$；

②因 $i=\dfrac{d}{1-d}$，所以$\dfrac{\mathrm{d}\left(\dfrac{d}{1-d}\right)}{\mathrm{d}d}=\dfrac{\mathrm{d}\left(-\dfrac{1}{d-1}-1\right)}{\mathrm{d}d}=\dfrac{1}{(d-1)^2}$。

27. 导数$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\delta$、$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\delta}d$ 的值分别为(　　)。

A. $-\dfrac{1}{v}$，$e^{-\delta}$　　B. $\dfrac{1}{v}$，$e^{-\delta}$　　C. $-\dfrac{1}{v}$，e^{δ}　　D. $\dfrac{1}{v}$，e^{δ}

E. $-\dfrac{\ln v}{v}$，$e^{-\delta}$

【解析】①因 $\delta=-\ln v$，所以$\dfrac{\mathrm{d}(-\ln v)}{\mathrm{d}v}=-\dfrac{1}{v}$；

②因 $d=1-e^{-\delta}$，所以$\dfrac{\mathrm{d}(1-e^{-\delta})}{\mathrm{d}\delta}=e^{-\delta}$。

28. 假设李某在 2010 年 7 月 1 日投资 1000 元于某基金，该基金在 t 时的利息强度为 $\delta_t=\dfrac{3+2t}{50}$；其中 t 为距 2010 年 1 月 1 日的年数。则这笔投资在 2011 年 1 月 1 日的积累值为(　　)元。

A. 1042.03　　B. 1044.03　　C. 1046.03　　D. 1048.03

E. 1050.03

【解析】这笔投资在 2011 年 1 月 1 日的积累值为

$A(t)=1000e^{\int_{0.5}^{1}\frac{3+2t}{50}dt}=1000e^{\frac{3t+t^2}{50}\Big|_{0.5}^{1}}=1000e^{0.045}=1046.03$(元)。

29. 1 单位投资在利息强度为 δ 的情况下，经过 27.72 年将增加到 2 单位，在每 2 年计息一次的年名义利率 δ 的情况下，经过 n 年将增加到 7.04 单位，则 $n=$(　　)年。

A. 10　　B. 20　　C. 40　　D. 80

E. 100

【解析】由题意，得：$e^{\int_0^{27.72}\delta dt}=2$，解得：$\delta=0.025$。

又$(1+2\delta)^{\frac{n}{2}}=7.04$，所以，$1.05^{\frac{n}{2}}=7.04$，故 $n=2\dfrac{\ln 7.04}{\ln 1.05}=80$(年)。

30. 对于复利率 i，1 个单位在 n 年内会增加到 2 个单位，2 个单位会在 m 年内增加到 3 个单位，3 个单位在 r 年内会增加到 15 个单位。如果 6 个单位将在 s 年内增加到 10 个单位。则将 s 表示为 m，n，r 的函数为(　　)。

27A　28C　29D　30E

A. $m+n-r$　　B. $r+m+n$　　C. $r+m-n$　　D. $r-m+n$

E. $r-m-n$

【解析】由题意，得：

$$\begin{cases}1(1+i)^n=2\\2(1+i)^m=3\\3(1+i)^r=15\\6(1+i)^s=10\end{cases}$$

所以 $n=\dfrac{\ln 2}{\ln(1+i)}$，$m=\dfrac{\ln\frac{3}{2}}{\ln(1+i)}$，$r=\dfrac{\ln 5}{\ln(1+i)}$，

故 $s=\dfrac{\ln\frac{5}{3}}{\ln(1+i)}=\dfrac{\ln 5-\ln 2-\ln\frac{3}{2}}{\ln(1+i)}=r-m-n$。

31. 一张100元的期票在到期前3个月以92元的价格被人买走，则购买者所得到的按季折现的年名义折现率及年实际利率分别为(　　)。

A. 0.08，0.92　　B. 0.08，0.3595　　C. 0.32，0.3959　　D. 0.3959，0.08

E. 0.92，0.08

【解析】由题意，得：$100\left(1-\dfrac{d^{(4)}}{4}\right)=92$，解得：$d^{(4)}=0.32$；

又 $92(1+i)^{\frac{3}{12}}=100$，解得：$i=0.3959$。

32. 某基金的利息强度为：

$$\delta_t=\begin{cases}0.02+0.1t, & 5\leqslant t\leqslant 15\\1.03, & 0\leqslant t<5\end{cases}$$

则在时刻2投资1元，到时刻10的积累值是(　　)元。

A. 521　　B. 522　　C. 523　　D. 524

E. 525

【解析】时刻10的积累值为：

$$\begin{aligned}A&=e^{\int_2^{10}\delta_t dt}=e^{\int_2^5(0.02+0.1t)dt+\int_5^{10}1.03dt}\\&=e^{0.02t+0.1\times\frac{t^2}{2}\left|_2^5+1.03\times t\right|_5^{10}}=e^{6.26}=523(\text{元})\end{aligned}$$

33. 甲签了一张1年期的1000元借据从银行收到940元，在第6个月末，甲付265元，假设为单贴现，则甲在年末还应付款(　　)元。

A. 726.80　　B. 726.54　　C. 725.45　　D. 725.12

E. 725.01

【解析】由已知，得贴现率为：$d=\dfrac{1000-940}{1000}=0.06$，

设应还款 X 元，由题意得：

$(1000-X)\left(1-\dfrac{6}{12}d\right)=265$，

31C　32C　33A

解得：$X=726.80$。

故甲在年末还应付款726.80元。

34. 已知每5年计算一次利息的年名义贴现率为6%，则500元在第4年末的积累值为(　　)元。

A. 665.11　　B. 675.11　　C. 685.11　　D. 695.11

E. 705.11

【解析】因为 $d^{(\frac{1}{5})}=6\%$，所以每5年的实际贴现率为：$d=\dfrac{d^{(\frac{1}{5})}}{\frac{1}{5}}=30\%$，

由 $30\%=d=\dfrac{i}{1+i}$，

解得：$i=0.42857$，

所以，第4年末的积累值为：

$500(1+0.42857)^{\frac{4}{5}}=665.11$(元)。

35. 设 $m>1$，关于 i，$i^{(m)}$，$d^{(m)}$，d 的大小顺序，下列排列中正确的是(　　)。

A. $i^{(m)}>d^{(m)}>d>i$　　B. $i>d^{(m)}>d>i^{(m)}$

C. $i^{(m)}>i>d^{(m)}>d$　　D. $i>d>i^{(m)}>d^{(m)}$

E. $i>i^{(m)}>d^{(m)}>d$

【解析】①因为 $1+i=\left(1+\dfrac{i^{(m)}}{m}\right)^m$，将 $\left(1+\dfrac{i^{(m)}}{m}\right)^m$ 用二项式展开有：

$1+C_m^1\cdot\dfrac{i^{(m)}}{m}+C_m^2\cdot\left(\dfrac{i^{(m)}}{m}\right)^2+\cdots+C_m^m\left(\dfrac{i^{(m)}}{m}\right)^m$，

$$\begin{aligned}所以，i&=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m-1=1+C_m^1\cdot\frac{i^{(m)}}{m}+C_m^2\cdot\left(\frac{i^{(m)}}{m}\right)^2+\cdots+C_m^m\left(\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m-1\\&=m\cdot\frac{i^{(m)}}{m}+\cdots=i^{(m)}+\cdots>i^{(m)};\end{aligned}$$

②同样可证 $d^{(m)}>d$：

因为 $1-d=\left(1-\dfrac{d^{(m)}}{m}\right)^m=1-C_m^1\cdot\dfrac{d^{(m)}}{m}+C_m^2\cdot\left(\dfrac{d^{(m)}}{m}\right)^2-C_m^3\left(\dfrac{d^{(m)}}{m}\right)^3+\cdots$，

所以，$d=d^{(m)}-\dfrac{m(m-1)}{2}\cdot\dfrac{(d^{(m)})^2}{m^2}+\dfrac{m(m-1)(m-2)}{3\times 2}\cdot\dfrac{(d^{(m)})^3}{m^3}-\cdots$，

故 $d^{(m)}>d$；

③比较 $i^{(m)}$ 与 $d^{(m)}$ 的大小：

因为 $1+i=\left(1+\dfrac{i^{(m)}}{m}\right)^m$，$1-d=(1+i)^{-1}=\left(1-\dfrac{d^{(m)}}{m}\right)^m$，

所以 $\dfrac{i^{(m)}}{m}=(1+i)^{\frac{1}{m}}-1$，$\dfrac{d^{(m)}}{m}=1-(1+i)^{-\frac{1}{m}}$，

又 $(1+i)^{\frac{1}{m}}+\dfrac{1}{(1+i)^{\frac{1}{m}}}\geqslant 2\sqrt{(1+i)^{\frac{1}{m}}\cdot\dfrac{1}{(1+i)^{\frac{1}{m}}}}=2$

34A　35E

所以$(1+i)^{\frac{1}{m}}-1>1-(1+i)^{-\frac{1}{m}}$

因此，$\frac{i^{(m)}}{m}>\frac{d^{(m)}}{m}$，即$i^{(m)}>d^{(m)}$

故$i>i^{(m)}>d^{(m)}>d$。

36. 已知 1 单位元投资 4 年，第 1 年的实际利率为 8%，第 2 年的实际贴现率为 8%，第 3 年的每季度计息的年名义利率为 8%，第 4 年的每半年计息的年名义贴现率为 8%，则该投资的积累值为______元；当每年的实际利率为______时，能使其等价于这 4 年的投资利率。(　　)

A. 1.210，8.211%　　B. 1.279，8.261%

C. 1.379，8.361%　　D. 1.479，8.421%

E. 1.519，8.691%

【解析】①因为第 2 年的实际贴现率 $d_2=8\%$，所以$\frac{i_2}{1+i_2}=d_2=8\%\Rightarrow i_2=0.08696$；

因为第 3 年每季计息的年名义利率为 8%，所以 $1+i_3=\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4=(1+2\%)^4$ $=1.08243$；

又因为第 4 年的每半年计息的年名义贴现率为 8%，即 $d^{(2)}=8\%$，

$\frac{1}{1+i_4}=1-d=\left(1-\frac{d^{(2)}}{2}\right)^2=(1-4\%)^2$，所以 $1+i_4=1.08507$。

故该投资的积累值为：

$(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)(1+i_4)=1.08\times1.08696\times1.08243\times1.08507=1.37878\approx1.379$（元）；

②设等价的投资利率为 i，由题意，得：

$(1+i)^4=1.37878$，

解得：$i=8.361\%$。

37. 年名义贴现率 6%，每月付息一次，则与其等价的每季度付息一次的年名义利率为(　　)。

A. 4.06%　　B. 5.06%　　C. 6.06%　　D. 7.06%

E. 8.06%

【解析】依题意有：$\left[1+\frac{i^{(4)}}{4}\right]^4=\left[1-\frac{0.06}{12}\right]^{-12}$，

即 $1+\frac{i^{(4)}}{4}=0.995^{-3}$，解得：$i^{(4)}=6.06\%$。

38. 设每季度计息一次的年名义贴现率为 12%，则 5 年后积累值为 20000 元的投资在开始时的本金为(　　)元。

A. 10774.9　　B. 10875.9　　C. 10976.9　　D. 11077.9

E. 11278.9

36C　37C　38B