

# 初等数学

(测绘专业用)

同济大学测量教研室 编

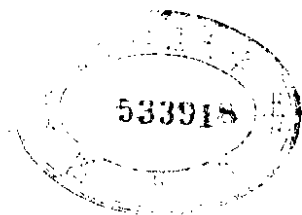
CHU DENG SHU XUE

测绘出版社

# 初 等 数 学

(测 绘 专 业 用)

同济大学测量教研室 编



测 绘 出 版 社

本书的特点是数学紧密结合生产实践，书中所举算例大多是测绘生产中提出的数学问题。适合于各院校和训练班的测绘专业工农兵学员、测绘工人和作业员，上山下乡知识青年学习初等数学用，也可供师范院校和普通中学数学教员参考。

## 初 等 数 学

(测绘专业用)

同济大学测量教研室 编

•  
测 绘 出 版 社 出 版

上海商务印刷厂印刷

•  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

•  
开本 850×1168 1/32 • 印张 17 13/16 • 字数 446,000

1977年9月第一版 • 1977年9月第一次印刷

印数 1—72,000 • 定价 1.50 元

统一书号: 15039 • 新76

## 前 言

在建设社会主义现代化强国的宏伟事业中，测绘工作有着十分重要的作用。而从事测绘工作需要用到多方面的数学知识，如代数、几何、三角、解析几何、微积分、级数等。因此，学了数学，能够帮助我们熟悉和了解各种计算的基本原理和方法，培养分析问题和解决问题的能力。

这套数学书共有三本。第一本是初等数学；第二、第三本是高等数学。各本均有附录，内容为公式汇编及习题解答，供读者参考。

本书在编写过程中，曾得到上海市城建局测量总队等单位的大力协助，许多兄弟院校提供了宝贵意见，在此表示感谢。

由于我们的马列主义水平不高，对毛主席的教育革命思想领会不够，实践经验又不足，因而书中一定有不少缺点和错误，欢迎批评指正。

编 者

一九七七年五月

# 目 录

|                           |              |
|---------------------------|--------------|
| <b>第一章 数字运算</b> .....     | <b>1</b>     |
| <b>第一节 数的运算</b> .....     | <b>1</b>     |
| 一、小数(1)                   | 二、分数(6)      |
| 三、正负数 实数和数轴(10)           | 习题 1-1 (13)  |
| <b>第二节 近似数与有效数字</b> ..... | <b>15</b>    |
| 一、近似数的凑整规则(15)            | 二、有效数字(16)   |
| 三、近似数的计算(17)              | 习题 1-2 (19)  |
| <b>第三节 代数初步知识</b> .....   | <b>19</b>    |
| 一、字母代数的意义(20)             | 二、数字运算规则(22) |
| 三、等式变形规则(23)              | 四、求未知数(25)   |
| 五、比例式(26)                 | 六、字母表(31)    |
| 习题 1-3 (32)               |              |
| <b>第二章 代数式</b> .....      | <b>25</b>    |
| <b>第一节 整式运算</b> .....     | <b>35</b>    |
| 一、整式的加减法(36)              | 二、整式的乘法(38)  |
| 三、乘法公式(41)                | 四、整式的除法(42)  |
| 习题 2-1 (44)               |              |
| <b>第二节 因式分解</b> .....     | <b>45</b>    |
| 一、提取公因式法(45)              | 二、分组分解法(46)  |
| 三、公式分解法(46)               | 四、十字相乘法(47)  |
| 习题 2-2 (48)               |              |
| <b>第三节 分式运算</b> .....     | <b>49</b>    |
| 一、分式的性质(49)               | 二、分式的加减法(51) |
| 三、分式的乘除法(53)              | 习题 2-3 (54)  |
| <b>第四节 根式运算</b> .....     | <b>56</b>    |
| 一、根式的性质(56)               | 二、根式的加减法(57) |
| 三、根式的乘除法(58)              | 习题 2-4 (58)  |
| <b>第三章 代数方程</b> .....     | <b>61</b>    |

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 第一节 一元一次方程      | 62              |
| 习题 3-1 (64)     |                 |
| 第二节 一元二次方程      | 65              |
| 一、因式分解法(65)     | 二、配方法(66)       |
| 三、求解公式(68)      | 四、根的判别式(72)     |
| 习题 3-2 (73)     |                 |
| 第三节 方程组         | 75              |
| 习题 3-3 (82)     |                 |
| 第四节 不等式         | 83              |
| 一、不等式的性质(84)    | 二、不等式的解法(86)    |
| 三、绝对值与不等式(89)   | 习题 3-4 (91)     |
| <b>第四章 对数</b>   | <b>92</b>       |
| 第一节 指数          | 92              |
| 一、正整数指数(92)     | 二、负整数指数与零指数(93) |
| 三、分数指数(95)      | 习题 4-1 (97)     |
| 第二节 对数          | 98              |
| 一、对数的定义(99)     | 二、对数运算规则(100)   |
| 习题 4-2 (103)    |                 |
| 第三节 常用对数        | 104             |
| 一、首数和尾数(106)    | 二、反对数(108)      |
| 三、利用对数进行计算(109) | 四、余对数(111)      |
| 五、比例内插法(112)    | 习题 4-3 (113)    |
| 第四节 计算尺原理       | 115             |
| 一、计算尺的构造(115)   | 二、乘法运算(117)     |
| 三、除法运算(119)     | 四、乘除连续运算(121)   |
| 五、倒数尺(123)      | 习题 4-4 (125)    |
| 第五节 对数换底公式      | 125             |
| 一、换底公式(125)     | 二、自然对数(127)     |
| 习题 4-5 (128)    |                 |
| <b>第五章 三角形</b>  | <b>130</b>      |
| 第一节 角度测量        | 131             |
| 一、角(131)        | 二、平行线(135)      |
| 三、三角形的内角和(137)  | 四、角度测量(140)     |
| 五、方向角与象限角(141)  | 习题 5-1 (145)    |

|                       |                   |
|-----------------------|-------------------|
| 第二节 全等三角形 .....       | 148               |
| 一、画三角形(148)           | 二、全等三角形的判定(151)   |
| 三、平行四边形(153)          | 四、等腰三角形(158)      |
| 五、对称图形(161)           | 六、勾股定理(162)       |
| 习题 5-2 (165)          |                   |
| 第三节 相似三角形 .....       | 169               |
| 一、相似三角形的判定(171)       | 二、相似三角形的性质(177)   |
| 习题 5-3 (180)          |                   |
| 第四节 三角形的面积 .....      | 182               |
| 习题 5-4 (185)          |                   |
| 第六章 三角 .....          | 186               |
| 第一节 锐角三角函数 .....      | 186               |
| 一、三角比(187)            | 二、三角函数表(190)      |
| 三、解直角三角形(193)         | 四、同角三角函数间的关系(195) |
| 五、视距测量(198)           | 习题 6-1 (200)      |
| 第二节 任意角三角函数 .....     | 202               |
| 一、平面直角坐标系(203)        | 二、任意角三角函数(206)    |
| 三、任意角三角函数值的计算公式(210)  |                   |
| 四、由三角函数值求对应角(215)     | 习题 6-2 (219)      |
| 第三节 解斜三角形 .....       | 221               |
| 一、正弦定理(222)           | 二、余弦定理(227)       |
| 习题 6-3 (233)          |                   |
| 第四节 三角函数的对数 .....     | 237               |
| 一、求锐角三角函数的对数(238)     |                   |
| 二、由三角函数的对数值求锐角(240)   |                   |
| 三、对数应用举例(241)         | 四、负记对数(244)       |
| 五、三角函数计算尺(247)        | 习题 6-4 (250)      |
| 第五节 三角恒等式 .....       | 251               |
| 一、和角、差角公式(252)        | 二、倍角、半角公式(255)    |
| 三、积与和差互化公式(258)       | 四、正切定理(262)       |
| 习题 6-5 (264)          |                   |
| 第六节 三角公式在测量中的应用 ..... | 266               |
| 一、测量坐标(266)           | 二、坐标的正算与反算(267)   |
| 三、三角点坐标计算(271)        | 四、前方交会法(282)      |
| 五、后方交会法(284)          |                   |
| 六、测站点和照准点归心改正计算(288)  |                   |

七、桥墩中心位置测设(293)      习题 6-6 (294)

**第七章 圆及圆曲线放样** .....298

**第一节 圆的一般知识** .....299

- 一、圆心角(299)      二、弦的垂直平分线(300)
- 三、三点定圆(301)      四、圆周角(302)
- 习题 7-1 (304)

**第二节 相切关系** .....306

- 一、圆和直线相切(306)      二、公切线(309)
- 三、两圆相切(310)      习题 7-2 (312)

**第三节 圆周长和圆面积** .....314

- 一、正多边形(314)      二、圆周长 弧长(315)
- 三、圆面积 扇形面积(317)      习题 7-3 (319)

**第四节 弧度制** .....320

- 一、弧度单位(320)      二、弧度和角度的换算(321)
- 三、小角度的正弦和正切(323)      习题 7-4 (328)

**第五节 圆曲线放样** .....330

- 一、圆曲线主点放样(330)      二、圆曲线细部放样(333)
- 三、副交点(339)      四、假交点法(342)
- 习题 7-5 (344)

**第八章 平面解析几何** .....346

**第一节 基本公式** .....346

- 一、两点间距离(346)      二、定比分点(347)
- 三、多边形面积(353)      习题 8-1 (356)

**第二节 直线和一次方程** .....357

- 一、直线的倾角和斜率(359)      二、直线的方程(362)
- 三、一次方程的图形(366)      四、后方交会点坐标公式(369)
- 习题 8-2 (372)

**第三节 二次曲线** .....374

- 一、圆(374)      二、椭圆(381)
- 三、双曲线(388)      四、抛物线(394)
- 五、二次曲线放样(398)      习题 8-3 (403)

**第四节 坐标变换** .....406

- 一、轴的平移(407)      二、轴的旋转(409)
- 三、一般坐标变换(412)      四、线性变换和矩阵(418)
- 习题 8-4 (425)

**附录一 公式汇编** .....427

**附录二 习题解答** .....446

# 第一章 数字运算

恩格斯指出：“数学是从人的需要中产生的”。代数正是由于实际计算的需要，在算术的基础上产生和发展起来的。代数的一个显著特点，就是用字母代替数，从而得出数字运算的一般规律。这种数学抽象，是人类认识的一个飞跃，具有十分重要的意义。正如列宁说的：“一切科学的（正确的、郑重的、非瞎说的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”

代数运算是一切数学运算的基础，我们必须熟练地掌握它。

## 第一节 数的运算

作为本书的预备知识，本节讲述小数、分数和正负数的四则运算及乘方开方运算。

### 一、小数

在测量中，花杆长3米，钢尺长30米，标石重75公斤，…这里3、30、75等等都是整数，表示某个单位（米或公斤）的整数倍数。有些量的度量结果，除了得到某个单位的整数倍数外，还有一点剩余，它不足一个单位，只是一个单位的十分之一的倍数、百分之一的倍数、千分之一的倍数、…这就得到小数。如沿海某地0-177号水准点的高程为3.363米，它表示该水准点高出平均海面3米又3分米（十分之一米）6厘米（百分之一米）3毫米（千分之一米）。在小数3.363中小数点“.”前面的3是这小数的整数部分，小数点“.”后面的363是这小数的小数部分；小数部分363有三位，就说3.363是三位小数。整数部分是零的小数，如0.735，叫做纯小数。

测量中经常用到小数的四则运算，即小数的加法、减法、乘法和除法。说明于下。

小数加、减运算时，应把不同单位的小数化为同单位的小数后，才能相加减。如：

$$1.70 \text{ 米} + 3.5 \text{ 分米} = 1.70 \text{ 米} + 0.35 \text{ 米} = 2.05 \text{ 米};$$

$$127.5 \text{ 厘米} - 0.456 \text{ 米}$$

$$= 127.5 \text{ 厘米} - 45.6 \text{ 厘米} = 81.9 \text{ 厘米}.$$

用竖式演算时，应把各个小数的小数点对齐，再按整数加减法进行运算，在运算结果中，小数点也要同上面的小数点对齐，即

$$\begin{array}{r} 1.70 \text{ 米} \\ + 0.35 \\ \hline 2.05 \text{ 米} \end{array}; \quad \begin{array}{r} 127.5 \text{ 厘米} \\ - 45.6 \\ \hline 81.9 \text{ 厘米} \end{array}$$

[例 1]  $1.36 - 0.98 + 2.05 = 0.38 + 2.05 = 2.43;$

$$5.27 - (4 - 0.64) = 5.27 - 3.36 = 1.91.$$

小数相乘时，先按整数乘法进行运算，在运算结果（乘积）中补上小数点，使乘积的小数点后面的位数，等于被乘数小数点后面的位数与乘数小数点后面的位数的总和。如：

$$\begin{array}{r} 26.34 \quad (\text{小数点后有 2 位}) \\ \times 1.7 \quad (\text{小数点后有 1 位}) \\ \hline 18438 \\ 2634 \\ \hline 44778 \end{array} \quad (\text{小数点后应有 3 位})$$

即  $26.34 \times 1.7 = 44.778.$

[例 2]  $0.43 \times 0.15 = 0.0645;$

$$92 \times 0.35 = 32.20;$$

$$1.25 \times 0.07 = 0.0875.$$

小数被整数除时，同整数除法一样，但商数的小数点要和被除数的小数点对齐。如：

$$\begin{array}{r}
 10.2 \\
 2 \overline{) 20.4} \\
 \underline{20} \phantom{0} \\
 4 \\
 \underline{4} \\
 0
 \end{array}$$

即  $20.4 \div 2 = 10.2$

如果除到末位有余数,可以在余数末位补“0”,再继续除。如:

$$\begin{array}{r}
 10.45 \\
 2 \overline{) 20.9} \\
 \underline{20} \phantom{0} \\
 9 \\
 \underline{8} \\
 10 \\
 \underline{10} \\
 0
 \end{array}$$

即  $20.9 \div 2 = 10.45$

由于除数和被除数都扩大相同的倍数后,商数不变。因此,除数是小数时,可先把除数扩大为整数(即去小数点),同时也把被除数扩大到和除数同样的倍数(即把小数点移后若干位),然后相除得所求的商数。如:

$$\begin{array}{r}
 4.3 \overline{) 20.75} \longrightarrow 43 \overline{) 207.5} \\
 \underline{172} \phantom{0} \\
 35 \phantom{5} \\
 \underline{34} \phantom{4} \\
 1 \phantom{10} \\
 \underline{86} \phantom{0} \\
 240 \\
 \underline{215} \phantom{0} \\
 250 \\
 \underline{215} \phantom{0} \\
 35
 \end{array}$$

• 3 •

即  $20.75 \div 4.3 = 207.5 \div 43 = 4.8255 \dots$  (无限位小数).

小数四则混合运算时,按“先乘除,后加减”的次序进行.如果式子里有括号,就先解小括号“( )”,后解中括号“[ ]”,最后解大括号“{ }”.如:

$$31.4 + 0.47 \times 7.8 - 4.56 \div 2 = 31.4 + 3.822 - 2.28 \\ = 32.942;$$

$$\{2.4 \div [(1.2 + 1.6) \div 0.7 - 2] + 2 \times (0.6 - 0.3)\} \div 5 \\ = \{2.4 \div [2.8 \div 0.7 - 2] + 2 \times 0.3\} \div 5 \\ = \{2.4 \div [4 - 2] + 0.6\} \div 5 = \{1.2 + 0.6\} \div 5 \\ = 1.8 \div 5 = 0.36.$$

测量中往往要求一个数的平方根,如求观测值的中误差时就要开平方.下面介绍整数和小数开平方的演算方法.

我们知道,9是3的自乘积; $3 \times 3 = 9$ ,就说9是3的平方,记作 $3^2 = 9$ ;反过来,说3是9的平方根,记作 $\sqrt{9} = 3$ .同理有 $\sqrt{16} = 4$ , $\sqrt{961} = 31$ , $\sqrt{1369} = 37$ 及 $\sqrt{2.25} = 1.5$ .

因为

$$\begin{array}{ll} 1^2 = 1, & 9^2 = 81; \\ 10^2 = 100, & 99^2 = 9801; \\ 100^2 = 10000, & 999^2 = 998001; \end{array}$$

.....

所以一位数和两位数的平方根是一位数,三位数和四位数的平方根是两位数,五位数和六位数的平方根是三位数,等等.因此,我们把一个被开方数从个位起向左每隔两位用一个逗号“,”撇开,所得的段数,就是这个数的平方根的整数位数.如: $\sqrt{9,61}$ 和 $\sqrt{13,69}$ 都有两位整数, $\sqrt{1,41,50}$ 有三位整数.

如何求出一个数的平方根呢?我们就以 $37^2 = 13,69$ 为例说明之.首先,取13,69左起第一段13中所含最大平方数 $3^2 = 9$ ,从而得 $\sqrt{13,69} = 37$ 的十位数3.再看 $\sqrt{13,69} = 37$ 的个位数7,由于

$1369 - 30^2 = 1369 - 900 = 469 = 67 \times 7 = (2 \times 30 + 7) \times 7$ ,  
 可见  $\sqrt{13,69}$  的个位数 7 正好是余数 469 除以  $67 = 2 \times 30 + 7$   
 的商。将 1369 的开平方运算写成竖式,便是

$$\begin{array}{r} 3 \quad 7 \\ \sqrt{13,69} \\ 9 \\ 2 \times 30 + 7 \quad \overline{) 4 \, 69} \\ = 67 \quad \quad 4 \, 69 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{1369} = 37.$

对于多段整数的开平方,可以重复应用上面的方法继续开下去。如:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 3 \\ \sqrt{1,51,29} \\ 2 \times 10 + 2 \quad \overline{) 1} \\ = 22 \quad \quad 51 \\ \quad \quad 44 \\ 2 \times 120 + 3 \quad \overline{) 7 \, 29} \\ = 243 \quad \quad 7 \, 29 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{15129} = 123;$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 0 \quad 1 \\ \sqrt{16,08,01} \\ 2 \times 400 + 1 \quad \overline{) 16} \\ = 801 \quad \quad 8 \, 01 \\ \quad \quad 8 \, 01 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{160801} = 401.$

如果整数开平方后的余数不为零,可在余数后面补上两个“0”,再应用上面的方法继续开下去,但在平方根的个位数后面应写上小数点。如:

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 8.9\ 5 \\
 \sqrt{1,41,50} \\
 \hline
 1 \\
 21 \overline{) 41} \\
 \underline{21} \\
 228 \overline{) 20\ 50} \\
 \underline{18\ 24} \\
 2369 \overline{) 2\ 2600} \\
 \underline{2\ 1321} \\
 23785 \overline{) 127900} \\
 \underline{118925} \\
 8975
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{14150} = 118.95\dots$$

小数开平方同样可以用整数开平方的方法来演算，但分段时从小数点起整数部分向左，小数部分向右，每两位用逗号撇开。分段后，先把它当作整数开平方进行演算，最后再对齐被开方数的小数点，在求出的平方根里加上小数点。如：

$$\begin{array}{r}
 2.7\ 5 \\
 \sqrt{7.56,25} \\
 \hline
 4 \\
 47 \overline{) 3\ 56} \\
 \underline{3\ 29} \\
 545 \overline{) 27\ 25} \\
 \underline{27\ 25} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{7.5625} = 2.75.$$

在《数学用表》\*一书中，备有四位数的平方表、平方根表、立方表和立方根表，读者可根据实际需要直接从表中查出结果来。

## 二、分数

分数的意义是大家熟悉的。如我们伟大的社会主义祖国有

\*《数学用表》系上海市中小学教材编写组编，上海人民出版社1974年版。以下同。

着九百多万平方公里的辽阔领土，占亚洲总面积的五分之一，把它记作  $\frac{1}{5}$ ，这就是分数。在分数  $\frac{1}{5}$  中，当中的横线叫分数线；横线上面的数 1，叫做分子；横线下面的数 5，叫做分母。

对分数  $\frac{1}{5}$  的认识，可以比喻为：把一块铁皮剪成大小相同的五小块，那么，其中每一小块就是它的五分之一。因此，分数有除法的意思，分子相当于被除数，分母相当于除数，分数线相当于除号。所以

$$\frac{1}{5} = 1 \div 5.$$

同理  $\frac{3}{5} = 3 \div 5, \quad \frac{5}{5} = 5 \div 5 = 1,$

$$\frac{7}{5} = 7 \div 5 = (5 + 2) \div 5 = 5 \div 5 + 2 \div 5 = 1 + \frac{2}{5}.$$

分母是 100 的分数，叫做百分数。如  $\frac{90}{100}, \frac{172}{100}$  等都是百分数，通常采用记号“%”表示百分数的分母。上面的两个百分数可写成 90%，172%。在生产实践中，常用百分数来表示生产指标。如某产品合格率达到 95%，某工厂上半年完成全年生产任务 60% 以上，等等。

分子比分母小的分数，如  $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$  叫做真分数；分子比分母大或者相等的分数，如  $\frac{7}{5}, \frac{5}{5}$  叫做假分数。假分数可以化成整数或整数加一真分数，如上面的  $\frac{5}{5} = 1, \frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$ 。对于假分数  $\frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$ ，可以把  $1 + \frac{2}{5}$  写成  $1\frac{2}{5}$ ，读做“一又五分之二”。 $1\frac{2}{5}$  叫做带分数。

分数的基本性质是：分子分母同乘或同除以一个不为零的数，这个分数的值不变。例如：

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \quad \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}.$$

同分母的分数相加(减)时,分母不变,分子相加(减)。如:

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5+2}{9} = \frac{7}{9}, \quad \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

不同分母的分数相加(减)时,需先化成同分母的分数(通分),然后再进行加(减)。如:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15},$$

$$\frac{15}{16} - \frac{5}{12} = \frac{15 \times 3}{16 \times 3} - \frac{5 \times 4}{12 \times 4} = \frac{45}{48} - \frac{20}{48} = \frac{45-20}{48} = \frac{25}{48}.$$

带分数的加(减),可以分别把它们的整数部分相加(减),分数部分相加(减),再把结果合并起来。如:

$$3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} = (3+1) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 4 + \frac{5}{6} = 4\frac{5}{6},$$

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} &= 2\frac{4}{3} - 1\frac{1}{2} = (2-1) + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) \\ &= 1 + \frac{5}{6} = 1\frac{5}{6}. \end{aligned}$$

分数相乘时,分子和分子相乘,分母和分母相乘。如:

$$\frac{5}{6} \times \frac{9}{10} = \frac{5 \times 9}{6 \times 10} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}.$$

带分数相乘时,应先把带分数化成假分数后再相乘。如:

$$1\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{7} = \frac{7}{5} \times \frac{15}{7} = \frac{7 \times 15}{5 \times 7} = \frac{105}{35} = 3,$$

$$10 \times \frac{4}{3} = \frac{10}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{10 \times 4}{1 \times 3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}.$$

为了简化计算,可以先将分子、分母中的公因数分别除分子和分母(约分),然后进行乘法运算。如:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{3}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{1 \times 3}{5 \times 2} = \frac{3}{10},$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{9} \times \frac{1}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{4}}} \times \frac{10\overset{1}{\cancel{9}}}{9} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}.$$

两个分数相除,等于被除数乘以除数的倒数。如:

$$\frac{4}{5} \div 7 = (4 \div 5) \div 7 = 4 \div (5 \times 7) = \frac{4}{5 \times 7} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{4}{35},$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{25} = \frac{4}{5} \div (3 \div 25) = \frac{4}{5} \div \left(3 \times \frac{1}{25}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} \times 25$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{25}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3},$$

$$2\frac{5}{6} \div 34 = \frac{17\frac{1}{6}}{6} \times \frac{1}{34_2} = \frac{1}{12}.$$

做分数四则运算时,也和整数一样,先算乘除,后算加减;如有括号,则先做括号里的算式。如:

$$2\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \div 2 - \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{24}\right)$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \left(\frac{16}{24} - \frac{1}{24}\right)$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{3}{10} - \frac{2}{3} \times \frac{15}{24} = \frac{5}{2} + \frac{3}{10} - \frac{5}{12}$$

$$= \frac{150}{60} + \frac{18}{60} - \frac{25}{60} = \frac{150+18-25}{60} = \frac{143}{60} = 2\frac{23}{60}.$$

分数的乘方等于分子的乘方除以分母的乘方;分数的开方等于分子的开方除以分母的开方。如:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27},$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}.$$

凡分数都能表示为有限位小数或无限位循环小数。如:

$$\frac{1}{4} = 0.25, \quad \frac{1}{3} = 0.\dot{3} = 0.333\cdots,$$

$$\frac{823}{990} = 0.8\dot{3}1 = 0.831\dot{3}1\cdots,$$