

潛在抗干擾性理論

柯捷里尼可夫著

科學出版社

譯 者 序

苏联科学院院士、苏联科学院无线电与电子学研究所所长符拉基米尔·亚历克塞多罗维奇·柯捷里尼可夫 (Владимир Александрович Котельников) 在通信理論方面的貢獻是世界知名的。

約在 30 年之前，随着无线电技术的发展，无线电台的数目大大增加，为了避免电台間的相互干扰，曾严重地产生过所謂“节省以太”即要求經濟地使用帶寬的技术問題，而通信理論，也就在解决这些实际問題的基础上产生和发展起来。

1933 年，柯捷里尼可夫在其著作“論电气通信中以太及导線的傳信率”一文中，首先提出將信号分为离散的和連續的二类，并証明了，存在于時間 T 內的連續函数 $f(t)$ ，假如不包含高于 F 赫芝的頻率分量，那么，这函数完全由 $2FT$ 个相互正交的离散值来决定。后面这一原理称为柯捷里尼可夫定理，是现代通信理論的基础。它实际上建立了連續消息和离散消息統一的观点，奠定了至今还被广泛使用的离散化原則的基础。在同一著作中，柯捷里尼可夫还确定了，通信波道帶寬和功率可以互換这一重要关系。假如按照这种思想发展下去，就可以得到和这类似的交換关系，建立現代通信理論中功率、持續期和帶寬可以相互替換的原理。

1935 年之后，大約在 10 年前左右的时间里，随着超短波无线电技术的发展，各种寬頻帶的調制形式都被提了出来。調制形式的繁多，使人們难于弄清楚，到底哪种調制方法才算最好？而且，又是否还有更好的調制方法呢？为了解决这些問題，就要求創立新的理論。

1946 年，柯捷里尼可夫的博士論文“起伏干扰下的潛在抗干扰性理論”，1947 年发表的“无线电通信中的抗干扰問題”，以及 1956 年重新发表的“潛在抗干扰性理論”(即本書)等著作中，作者首先提出了潛在抗干扰性这一概念，并系統地奠定了潛在抗干扰

性的理論。

通信系統的抗干擾性，一般是指它對干擾這一有害作用的抵抗能力，即在自然或人為干擾存在時，接收機保證正常接收有益信號的能力。顯然，在干擾的種類及消息的統計特性已經給定時，這種能力決定於系統的傳輸方法和接收機的結構，即實質上決定於系統的調制和接收方法。潛在抗干擾性是接收設備能夠得到的、可能中最大的抗干擾性。能夠保證獲得潛在抗干擾性的接收機稱為理想接收機。顯然，調制方法相同時，不同的接收機具有不同的抗干擾性，而理想接收機所獲得的抗干擾性則是這些數值中最大的一个，因此，潛在抗干擾性代表着這種調制方法的特性。另外，調制方法不同，傳輸系統所具有的潛在抗干擾性的數值也就不同。因此，利用潛在抗干擾性這一理論，我們可以對各種調制和接收方法在理論上進行評價，比較它的優缺點，指出它在實際上還存在的潛力。利用這一理論，我們還可以尋找出，影響潛在抗干擾性的基本因素，並擬定出提高通信系統的潛在抗干擾性的方法。

潛在抗干擾性這一理論的制定，是通信理論、特別是抗干擾性理論的重要發展。我們知道，在現今的通信技術和理論中，存在着二個相互矛盾的基本問題，即效率和可靠性亦即抗干擾性的問題。“潛在抗干擾性理論”一書的意義，就在於書中所奠定的理論可用來衡量各種通信系統的可靠性。並且，從原理上說來，當波道輸入端的信息量給定時，這理論可以求出接收機輸出端可能得到的最大信息量，換句話說，利用這一理論可以求出已知的通信系統的效率。因此，潛在抗干擾性理論成為通信理論的重要組成部分，而本書在通信理論的發展上也具有巨大的意義。

“潛在抗干擾性理論”一書，運用了一系列具有實際意義的例子來闡明這一原理。但正如作者所指出的，書中所發揮的研究抗干擾性的方法，還沒有運用到一切可以運用的場合中去。另外，還應當指出，作者在書中所導出的、表征起伏干擾和它的其他特性的關係式，對於理論研究和實際運用都極為方便；書中採用多維空間矢量來對無線電現象進行幾何解釋的方法，對通信理論也很重要。

因此研究和推广書中所發揮了的方法,具有巨大的实际意义。

由于通信理論方面的許多術語,中文中还没有統一起来,因此,本翻譯本中的某些專門名詞是譯者所杜撰的。显然,这些名詞的翻譯不見得都很恰当。为了便于大家对这方面的名詞进行討論,并使讀者閱讀原文容易起見,特在書后編一華俄術語对照表。

最后譯者对本書翻譯过程中曾鼓励和帮助过我的同志們,特别是作者本人对本書翻譯的热心支持,表示衷心的感谢。由于譯者才疏学淺,錯誤之处,敬請讀者批評指正。

譯 者 1958 年春节于西安。

原 序

本著作是作者的博士論文，它在 1947 年 1 月為莫斯科動力學院學術委員會所審閱。

儘管從本論文發表以來，已有很多討論抗干擾性的論著，但並非論文中所提到的全部問題，都已在現今的刊物中得到闡述。考慮到對這些問題的巨大興趣以及刊物中經常提到本著作，作者認為不加任何補充地發表本著作是恰當的。整理手稿付印的時候，只因去掉了次要材料而使本文略有壓縮。此外，為了容易閱讀起見，第二章的輔助材料也作了某些修改，並把一部分材料放在附錄里。

作 者

目 录

譯者序	i
原序	iv

第一篇 輔助材料

第一章 緒論	1
1-1. 抗干扰的方法	1
1-2. 干扰的分类	1
1-3. 消息与信号	2
1-4. 本書內容	3
第二章 数学輔助材料	5
2-1. 若干定义	5
2-2. 函数的單位正交函数綫性表达式	6
2-3. 正态起伏振盪	9
2-4. 正态起伏振盪的富里埃級数表达式	11
2-5. 独立正态随机变数的綫性函数	16
2-6. 正态起伏振盪落入某一区域的概率	18
2-7. 已得关系式的几何解釋	19

第二篇 离散消息的傳輸

第三章 离散信号的理想接收机	22
• 3-1. 离散消息与信号	22
3-2. 理想接收机	23
3-3. 第三章材料的几何解釋	26
第四章 信号是二个离散值时的抗干扰性	27
4-1. 理想接收机的畸变概率	27
4-2. 比例式 $P(A_1)/P(A_2)$ 的影响	30
4-3. 消极休止傳輸的潛在抗干扰性	32
4-4. 典型电报信号的潛在抗干扰性	33
4-5. 典型电报信号及用同步檢波器接收时的抗干扰性	34

4-6. 典型电报信号及用普通檢波器接收时的抗干扰性	37
4-7. 关于消级休止系統抗干扰性的結論	38
4-8. 积极休止的最佳傳輸系統	39
4-9. 頻率鍵控的抗干扰性	41
4-10. 正态起伏干扰强度依赖于頻率时的潛在抗干扰性	43
4-11. 第四章材料的几何解釋	45

第五章 信号是多个离散值时的抗干扰性

5-1. 問題的通解	46
5-2. 能量相同的正交等概率信号的潛在抗干扰性	46
5-3. 具有 32 个正交信号的电报傳輸的举例	48
5-4. 組合信号时的潛在抗干扰性	49
5-5. 五單位制电碼的举例	51
5-6. 信号是多个离散值时的最佳系統	52
5-7. 潛在抗干扰性的近似估計	56
5-8. 用莫尔斯电碼傳輸数字的举例	58

第三篇 参数独立值的傳輸

第六章 干扰影响参数独立值傳輸的一般理論

6-1. 一般概念	61
6-2. 被傳輸参数概率的确定	62
6-3. 最大概率值 λ_{2N} 鄰近的 $P_x(\lambda)$ 函数	64
6-4. 干扰强度小时的誤差及潛在抗干扰性	66
6-5. 干扰强度小时确定誤差及潛在抗干扰性的第二种方法	68
6-6. 第六章总结	71
6-7. 第六章材料的几何解釋	72

第七章 干扰强度小时各种傳輸参数独立值系統的潛在抗干

扰性

7-1. 振幅調制	72
7-2. 綫性調制	73
7-3. 時間脈冲調制的一般情形	74
7-4. 時間脈冲調制的特殊情形(潛在抗干扰性)	76
7-5. 時間脈冲調制的特殊情形(第一种接收方法的抗干扰性)	78
7-6. 時間脈冲調制的特殊情形(第二种接收方法的抗干扰性)	81
7-7. 頻率調制(一般情形)	84

7-8. 頻率調制(特殊情形)	86
7-9. 不增加信號能量、持續期及頻譜寬度時抗干擾性的提高	87
第八章 強干擾時參數獨立值傳輸的抗干擾性	90
8-1. 估計強干擾影響的通用公式的导出	90
8-2. 強弱干擾公式的比較	92
8-3. 時間脈沖調制	93
8-4. 頻率調制	96
8-5. 不增加信號能量、持續期和頻帶寬度來提高抗干擾性的系統	97
8-6. 第八章結果的幾何解釋	99

第四篇 振盪的傳輸

第九章 弱干擾影響振盪傳輸的一般理論	101
9-1. 一般概念	101
9-2. 弱干擾對被傳輸振盪的影響	102
9-3. 理想接收機的条件	104
9-4. 實現理想接收機的方法	105
9-5. 理想接收時的時變	107
9-6. 第九章的簡短摘要	108
第十章 直接調制系統	109
10-1. 定义	109
10-2. 通用公式的导出	109
10-3. 振幅調制及緩性調制的潛在抗干擾性	110
10-4. 相位調制的潛在抗干擾性	112
10-5. 振幅調制及普通接收時的抗干擾性	113
10-6. 相位調制及普通接收時的抗干擾性	114
10-7. 單邊帶傳輸的抗干擾性	115
第十一章 脈沖調制系統	116
11-1. 定义	116
11-2. 實現脈沖調制系統的例子	117
11-3. 脈沖調制系統的潛在抗干擾性	119
11-4. § 11-2 分析過的接收機的抗干擾性	122
11-5. 振幅脈沖調制的潛在抗干擾性	125
11-6. 時間脈沖調制的潛在抗干擾性	126
11-7. 頻率脈沖調制的潛在抗干擾性	127

第十二章 积分調制系統.....	128
12-1. 定义	128
12-2. 积分調制系統的潛在抗干扰性	128
12-3. 頻率調制的潛在抗干扰性	130
第十三章 估計强干扰对振盪傳輸的影响.....	131
13-1. 一般概念	131
13-2. 已被傳輸振盪的最大清晰度	131
13-3. 相位調制时的最大清晰度	133
13-4. 弱干扰时的最大清晰度	135
13-5. 弱干扰及相位調制时的最大清晰度	136
附录 A. 高频振盪的能量密度.....	138
附录 B. 正态起伏振盪的双幅調振盪表达式.....	138
附录 C. 正态起伏振盪的瞬时值.....	140
附录 D. 由任意脈冲構成的正态起伏振盪.....	141
华俄术语对照索引.....	145

第一篇 輔助材料

第一章 緒 論

1-1. 抗干扰的方法

通常作用于接收机,除了来自发射机的被接收振盪(信号)外,还有来自各种不同来源的振盪(干扰)。干扰迭在信号上使它发生畸变,在通报时产生錯誤接收,通話时产生噪声、嘶声等等。和干扰相比,信号显得太弱时,接收就变为不可能。

下列抗干扰的方法可以利用:

1. 用直接影响干扰来源的方法,来减低干扰强度;
2. 用增加发射机功率及采用定向天綫的方法,来提高信号对干扰的比值;
3. 改善接收机;
4. 为了容易和接收机中的干扰作斗争起見,在功率不变的情况下,改变信号的形式。

前二种方法本書不作研究,它討論后二种方法。它的目的是闡明:在現有的信号形式下,改善接收机是否可能減輕干扰的影响?和干扰作斗争时,改变信号的形式能得到些什么?而怎样的信号才是最佳的?

1-2. 干扰的分类

无綫电接收机的干扰可以分为下列几类:

A. 正弦波干扰是一个或有限个但一般数目不多的正弦波振盪。属于这类干扰的有来自无綫电台的寄生輻射,或来自工作于接收頻率鄰近的无綫电台的干扰。

B. 脈冲干扰是一連串單独的脈冲,二个脈冲的时间間隔很

大，致使后一脈冲到来时，前一脈冲在接收机中引起的非稳定現象，实际上已完全停息。应列入这类干扰的有某些类型的天电干扰和电气仪器干扰。

C. 正态起伏干扰¹⁾ 或者有时称为平滑干扰，它也是由單独的脈冲組成的。但一个脈冲跟随另一个脈冲經過随机的時間間隔頻繁地发生，使得大批單独脈冲在接收机中引起的非稳定現象相互迭加，以致概率論中的大多数定律对它們都适用。列入这类干扰的有真空管噪声，由于电子在迴路中的热騷动而引起的噪声，某些类型的天电干扰及电气仪器干扰。在超短波波段内，几乎无例外地会遇到这类干扰。

D. 中間类型的脈冲干扰 是由單独脈冲在接收机中所引起的非稳定現象虽然相互迭加，但沒有达到这样大的数目，以致对它們使用大多数定律都具有足够的准确度。这种干扰的情形是介乎B、C二种情形之間。

正弦波和脈冲干扰对无綫电接收机的作用的研究方法，現在已經很好的被拟制出来了。

当中間类型的脈冲干扰发生时，由各單独脈冲所引起的非稳定現象，开始相互迭加，而研究就极端困难起来。另外，这时不仅需要知道各單独脈冲的形狀，而且还需知道時間上作这样或那样分布的各种不同形狀脈冲的組合概率。在大多数场合，我們沒有关于这些干扰的数据，而要获得它們經常都相当困难。

根据这个原因，且由于C类干扰經常遇到，我們在以后將只研究这类干扰，并常常把正态起伏干扰簡称为干扰。

1.3. 消息与信号

我們指的消息是需要被傳輸的东西。

我們將研究的消息分为三类：

1) 我們用“正态”一詞在于強調这种情况，即在这里我們只討論各种可能中的一种起伏振盪。

A. 离散消息。

B. 消息是(参数的)独立量的形式, 它可以在某一极限内取任意值。

C. 消息是振荡形式它可以是连续变化的各种形式的无数个量。

属于离散消息这一类的, 有通电报时传输的消息。这时它由个别字母、数字、符号所组成, 而它们可以取有限个离散值。在好些情况下, 列入这类消息的还有遙远控制时被传输的消息。

借助遙远测量而传输独立的测量结果时, 消息是某些参数的数量, 例如經一定时间间隔而测量出来的温度、压力等等。这些数量通常可以在某一极限内取任意值。因此这时不能把各种可能的离散消息局限于有限个数目里。这种消息应归入B类。

在通话时, 消息是声音振荡或来自微音器的电振荡, 它们可能是各种形式的无限数集。这种消息将归入C类。

傳送电视时, 进入无线电发射机的振荡可以作为消息。这种消息也归入最后一类。

我们将认为, 作用于接收机输入端的是某一个由于发射机工作而产生的电压振荡。这种电压振荡我们曾称之为信号。显然, 被传输消息的每一个可能值都将和自己的信号一一对应。而接收机必须根据这个电压振荡(信号)复制出与这信号相对应的消息来。

1-4. 本書內容

我們在本書中研究正态起伏干扰对消息传输的影响。

我們給自己提出的任务可归述如下:

設在信号上不迭上干扰振荡时, 接收机便准确地复制已被传输的消息。假如干扰迭加在信号上, 那么, 作用于接收机输入端的将是合成电压, 等于信号电压加干扰电压。这时, 接收机根据合成电压复制出某种消息, 但现在它可能和已被传输的消息有所不同。

显然, 每一个作用于接收机的合成电压都将对应一个确定的消息, 同时这消息将被复制出来。

这种对应在各种不同的接收机可能是不同的。依据这种对应的不同，在給定的傳輸形式下，接收机將程度不同地受到干扰的影响。我們將求出，为了使消息的畸变最小，这种对应应当是怎样的？我們將把在其中，这种最好的对应已經實現的接收机，称为**理想接收机**。

其次，我們要确定，用理想接收机接收时，由于干扰迭在信号上而产生的消息畸变。

在給定的条件下，这时所得到的畸变將是**可能中最小的**。

实际的接收机，在同样条件下，畸变不可能更小。

我們將把代表这种可能中最小畸变特性的抗干扰性称为**潜在抗干扰性**。当接收机近乎理想时，可以达到这种抗干扰性，但不可能超过它。

把某些实际的接收机能够保証的抗干扰性与潜在抗干扰性相比較，就可以判断这接收机能完善到什么程度。改善了它，抗干扰性还能提高多少，即是說，在給定的傳輸方法下致力于提高抗干扰性，到底合理到什么程度。

知道了潜在抗干扰性，就容易发现并拋棄那些和別的方法相比，它們的这种抗干扰性很低的傳輸方法。完全不用涉及接收方法就可以这样做，因为实际接收机能保証的抗干扰性，不会比潜在的还大。

我們在后面將会看到，比較各种傳輸方法的潜在抗干扰性，就能很容易弄清楚，潜在抗干扰性和哪些基本因素有关，并可以寻找出提高它的途徑。

書中用一系列具有实际意义的例子来闡述这些原理。但是，被研究的那些例子，还没有把書中所發揮的研究抗干扰性的方法，运用到一切可能运用的场合中去。

为了明显起見，書中的全部問題都运用无綫电接收机来加以研究。但是，全部講述的內容可以直接运用于其他領域，如有綫通信，声学的和水声学的通信等等。

为了明显和确定起見，書中还把信号和干扰振盪看作是电压

振盪來加以研究。但是，假如用電流振盪聲壓或任何其他作用於接收機的振盪來代替電壓振盪，情況將毫不改變。

本書沒有考慮不規則的信號畸變，而它們可能極厲害地影響無線電接收機的工作及其抗干擾性。可以歸入這類畸變的有衰落現象，回波現象等等。不應當忘記，為了簡單起見，本書今後把“干擾”一詞了解為正態起伏干擾，而且也只研究這種干擾。

第二章 數學輔助材料

2-1. 若干定義

為了簡化今後敘述，我們將引入若干定義。

我們使被研究的一切振盪都在區間 $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$ 內，很明顯，只要把 T 取得足夠的大，這點總是可以做到的。

我們用

$$\overline{A(t)} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A(t) dt \quad (2-1)$$

表示振盪 $A(t)$ 在區間 T 內的平均值。

我們把函數 $A(t)$ 和 $B(t)$ 在區間 $-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}$ 內的乘積的平均值叫做這二函數的數積。因此，數積等於：

$$\overline{A(t)B(t)} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A(t)B(t) dt. \quad (2-2)$$

顯然，從定義得：

$$\overline{A(t)B(t)} = \overline{B(t)A(t)}. \quad (2-3)$$

其次有

$$\overline{A(t)[B(t)+C(t)]} = \overline{A(t)B(t)} + \overline{A(t)C(t)} \quad (2-4)$$

和

$$[\overline{aA(t)}][\overline{bB(t)}] = ab\overline{A(t)}\overline{B(t)}, \quad (2-5)$$

这里 a 和 b 是某些常数。

所以函数数积和矢量数积具有完全一样的特性。这时常数代替了数量，函数代替了矢量。

我們采用符号：

$$\overline{A^2(t)} = \overline{A(t)A(t)} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A^2(t) dt. \quad (2-6)$$

以后常常遇到表达式

$$T \overline{A^2(t)} = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A^2(t) dt. \quad (2-7)$$

我們把这个数量叫做振盪 $A(t)$ 的能量密度。它等于作用在 1 欧姆电阻上的电压为 $A(t)$ 伏特时所消耗的能量。

我們把量

$$\sqrt{\overline{A^2(t)}} \quad (2-8)$$

称为振盪 $A(t)$ 的有效值。

有效值等于 1 的函数称为單位函数。

若二函数只是常数因子不同，那么我們把它們叫做同向的。

显然，和函数 $A(t)$ 同向的單位函数等于：

$$\frac{A(t)}{\sqrt{\overline{A^2(t)}}}. \quad (2-9)$$

若除 $i=l$ 外， $i=1, 2, \dots, n$ 及 $l=1, 2, \dots, n$ 时有

$$\overline{A_i(t)A_l(t)} = 0 \quad (2-10)$$

那么，我們說，函数 $A_1(t), A_2(t), \dots, A_n(t)$ 相互正交。

2-2. 函数的單位正交函数綫性表达式

若函数組

$$C_1(t), C_2(t), \dots, C_n(t) \quad (2-11)$$

滿足方程式

$$\overline{C_k^2(t)} = 1, \quad (2-12)$$

$$\overline{C_k(t)C_l(t)} = 0, \quad (2-13)$$

其中 $k=1, 2, \dots, n$; $l=1, 2, \dots, n$; $k \neq l$, 那么我們把它叫做单位正交函数組。

$$\left. \begin{aligned} I_0(t) &= 1, \\ I_1(t) &= \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} t, \\ I_2(t) &= \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{T} t, \\ I_3(t) &= \sqrt{2} \sin 2 \frac{2\pi}{T} t, \\ I_4(t) &= \sqrt{2} \cos 2 \frac{2\pi}{T} t, \\ &\dots\dots\dots \\ I_{2m-1}(t) &= \sqrt{2} \sin m \frac{2\pi}{T} t, \\ I_m(t) &= \sqrt{2} \cos m \frac{2\pi}{T} t, \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

就是这种函数組的例子, 因为对于这个函数組, 当 $k \neq l$ 时, 关系式

$$\overline{I_k^2(t)} = 1, \quad (2-15)$$

$$\overline{I_k(t)I_l(t)} = 0$$

成立。

我們称函数 $A(t)$ 可以用函数組

$$C_1(t), C_2(t), \dots, C_n(t) \quad (2-16)$$

綫性表示出来, 假如可以写成

$$A(t) = \sum_{k=1}^n a_k C_k(t), \quad (2-17)$$

且某些 a_k 可以等于零。

設函数(2-16)是单位正交函数, 那么, 用 $C_l(t)$ 和 (2-17) 等式二端作数积, 根据方程式(2-12)和(2-13)并去掉括号, 我們得:

$$\overline{A(t)C_l(t)} = a_l. \quad (2-18)$$

系数 a_k 叫做函数 $A(t)$ 在函数组(2-16)中的坐标。显然, 函数组(2-16)给定时, 函数 $A(t)$ 完全由 n 个坐标 $a_1, \dots, a_n$ 所确定。

在个别情况下, 若取函数组(2-14)为单位正交函数, 则得:

$$A(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l I_l(t), \quad (2-19)$$

这里

$$a_l = \overline{A(t)I_l(t)}. \quad (2-20)$$

级数(2-19)是函数 $A(t)$ 在区间 $-\frac{T}{2}$ 、 $+\frac{T}{2}$ 内的富里埃级数一般展开式。同时根据(2-14)频率为 $\frac{m}{T}$ 的余弦振幅是 $\sqrt{2}a_m$ 。而正弦振幅是 $\sqrt{2}a_{m-1}$ 。

假如振盪 $A(t)$ 是信号, 那么, 和(2-19)通常可以只取有限个项, 比如从号码 l_1 取到 l_2 , 因为在某一频率范围外的信号分量, 照例将小到被工作于邻近频率的信号和干扰所掩盖。

这时

$$A(t) = \sum_{l=l_1}^{l_2} a_l I_l(t). \quad (2-21)$$

设函数 $A(t)$ 在函数组(2-16)中的坐标是 $a_1, \dots, a_n$, 函数 $B(t)$ 在同一组中的坐标是 $b_1, \dots, b_n$, 那么, 利用方程式(2-12)和(2-13)并拆去括号, 我们不难得到:

$$\overline{A(t)B(t)} = \left[\sum_{k=1}^n a_k C_k(t) \right] \left[\sum_{k=1}^n b_k C_k(t) \right] = \sum_{k=1}^n a_k b_k. \quad (2-22)$$

由此, 在个别情况下得:

$$\overline{A^2(t)} = \overline{A(t)A(t)} = \sum_{k=1}^n A_k^2. \quad (2-23)$$

若 $C(t)$ 是某一坐标为 $c_1, \dots, c_n$ 的单位函数, 那么

$$\sum_{k=1}^n c_k^2 = 1. \quad (2-24)$$