HZ BOOKS
华章教育

普通高等院校计算机课程规划教材

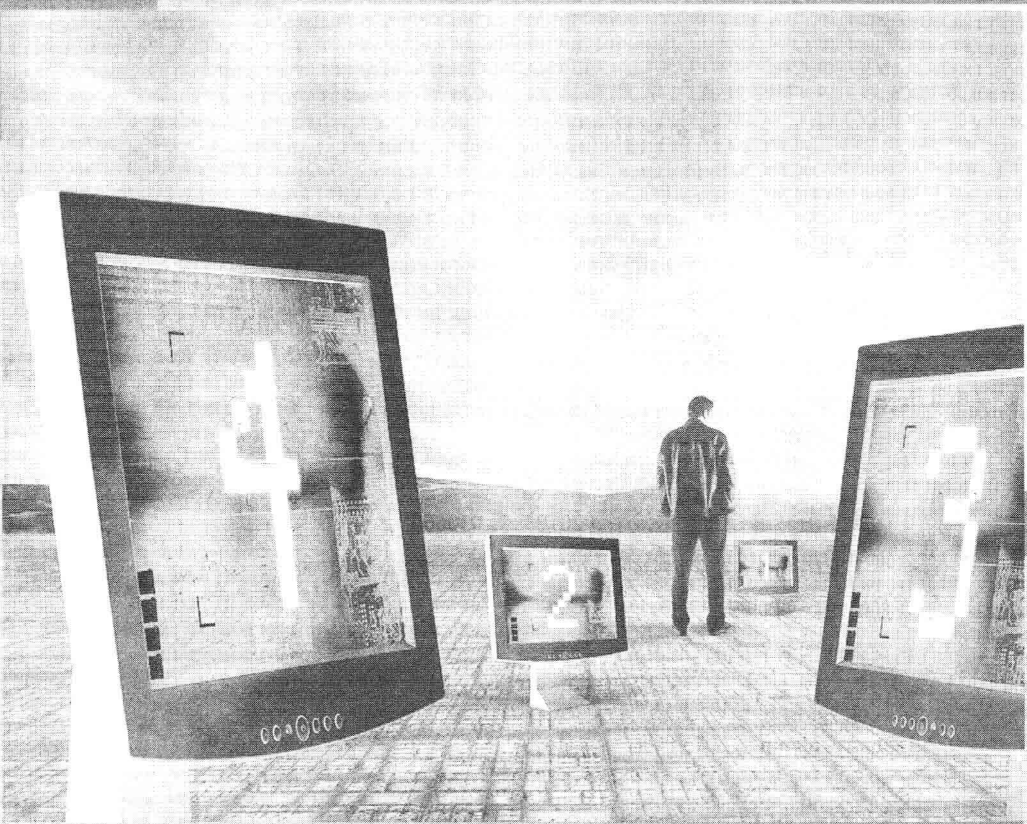
计算机数学基础

林成森 史九林 周建兰 徐进鸿 徐洁磐 编著

机械工业出版社
China Machine Press

普通高等院校计算机课程规划教材

计算机数学基础



林成森 史九林 周建兰 徐进鸿 徐洁磐 编著

机械工业出版
China Machine Pr

本书是整合计算机专业及相关专业必备数学基础知识而编写的教材．全书共 12 章，内容包括集合论、连续性概念、一元微积分、级数、线性代数、概率论与数理统计、图论和数理逻辑等基础数学分支．教材编写贯彻少而精、重基础、重实践、重实用的原则，内容分布均匀、重点突出，选材重在基础和必备，按数学自身规律有机组织知识内容，教材体系完整统一．

本教材针对应用型计算机专业及相关专业学生编写，适合应用型普通高校和高职高专院校计算机专业学生用做教材，也可以作为 IT 行业从业人员提高数学基础知识的读本或专业培训教材．

图书在版编目（CIP）数据

计算机数学基础 / 林成森等编著．—北京：机械工业出版社，2010.3
（普通高等院校计算机课程规划教材）
ISBN 978-7-111-29854-0

Ⅰ．计…　Ⅱ．林…　Ⅲ．电子计算机-数学基础-高等学校-教材　Ⅳ．TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 030660 号

机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街 22 号　邮政编码　100037）
责任编辑：刘立卿
北京京师印务有限公司印刷
2010 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
184mm×260mm・22.75 印张
标准书号：ISBN 978-7-111-29854-0
定价：35.00 元
凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
客服热线：（010）88378991；88361066
购书热线：（010）68326294；88379649；68995259
投稿热线：（010）88379604
读者信箱：hzjsj@hzbook.com

Preface 前言

一般而言，计算机科学与技术涉及众多数学分支；但对于应用型本科高校和高职高专院校的计算机基础教学而言，涉及的数学分支广度与深度却比较有限. 计算机数学的提出正是为着计算机基础教学而整合相关数学知识设计的一门新兴课程. 为了适应不同类型高校以及不同学历层次的计算机数学教学的需求，我们确定了计算机数学内容的最大包含和最小包含. 不同类型的学校和特定学历层次的教学可以进行合适的裁剪与整合. 本教材是针对应用型本科高校和高职高专院校计算机应用技术专业以及相关专业编写的，内容略高于最小包含，主要由集合论、连续性概念、一元微积分、级数、线性代数部分、概率论与数理统计、图论、数理逻辑等组成. 考虑到教学课时和专业层次的需求，一般仅选择具基础性的主要内容，学时以 128 学时为宜. 该教材主要有如下特点:

（1）教材内容分布均匀、重点突出. 教材内容涉及高等数学、离散数学、线性代数及概率统计等多个方面，内容分布均匀，重点突出，同时坚持少而精的原则，选用那些最具基础性、代表性的内容.

（2）按数学自身规律组织内容. 数学是一个完整、统一的整体，为研究与教学方便才将它们分割成若干门课程讲授，在计算机数学中又将其恢复合并成一个整体，因此必须按其自身规律组织内容，使原有多门课程的“混合物”成为有机、统一的“化合物”，从而形成适应学习计算机学科必要的基本数学知识体系.

（3）课程目标明确. 本教材是一门基础性数学课程，其主要目标是使学生掌握数学的基本概念，培养学生抽象思维能力及逻辑推理能力，同时为后续课程提供支持.

（4）侧重实践. 学以致用，举一反三，是教学和学习的最终目的. 本教材尽量减少纯理论的阐述和证明，强调数学的应用与实践，有丰富的例题，便于学生模仿和扩展. 本教材并不直接与计算机相关内容结合，这不是本课程的目标内容，课程的应用性主要体现在通过相关能力培养后对应用的间接作用.

本教材共 12 章，分五个部分. 第 1 章绪论，介绍计算机数学的全貌，为了解本教材提供宏观性的指导；第 2 章集合论，建立整个数学的基础，也是本教材体系的基础；第 3 ~ 7 章是高等数学部分，介绍极限与连续性、一元微积分及无穷级数等内容，构成连续数学的基本内容；第 8 ~ 10 章是线性代数与概率统计部分，介绍行列式、矩阵、线性方程组及概率统计等内容，也是相关学科的最基本内容；第 11 ~ 12 章是离散数学部分，介绍图论与数理逻辑的基本内容.

本教材由 5 人合作编写. 第 1 章由史九林和徐洁磐合作编写，第 3～7 章由林成森和周建兰合作编写，第 8～10 章由徐进鸿编写，第 2、11 、12 章由徐洁磐编写. 最后由史九林负责统稿全书。

本教材由天津大学柏家球教授审稿，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心感谢. 在教材编写过程中还得到了南京航空航天大学林钧海教授和山东大学董继润教授的指导与帮助，在此一并表示衷心感谢.

计算机数学课程是一门新的课程，本教材在写作上是一次尝试，由于作者们经验不足、水平有限，文中谬误在所难免，敬请使用本教材的老师与读者提出宝贵意见，以便进一步修改完善，以利计算机数学课程的进一步建设.

编者

2009 年 11 月于南京

Contents 目录

Chapter 第 1 章

绪论

数学对于人类犹如阳光、空气和水一样不可缺少．一个人一生中要不同程度地接受数学的教育，小学时的算术、中学时的初等代数和几何等，到大学和更高学历时要学习微积分以及其他高等数学知识．即使不能接受正规的数学教育，也会不自觉地从周围环境中获取起码的数学知识，如算日用账等．同样，一个人一生中无时无刻不与数或数学为伴，在他们的整个人生活动中一刻也离不开数和数学．作为现代或未来的 IT 人，数学就显得更加重要和有意义了．但是，总有一些人埋怨数学是多么的枯燥无味，那是因为他还没有发现数学的美丽．英国数学家伯特兰·罗素（B.Russell）说："数学，如果正确地看，不但拥有真理，而且也具有至高的美．"事实上，基础的数学知识及其运用是任何个体或集体生活中不可或缺的内容．本章就数学、计算机数学以及计算机数学的教学和学习展开议论．

1.1 关于数学

数学是一门古老科学，因为数学萌芽于古埃及、美索不达米亚、古印度和古代中国，时间可以追溯到 2000 年之前．数学的大发展是在 16 世纪的文艺复兴时期，距今也已数百年了．数学也是一门现代科学，因为数学的发展和发现远没有终极，新领域的研究导致数学的进一步发展，新数学分支的创立不断出现．数学更是一门基础性科学，因为数学以外的一切科学，技术的发展都需要数学，数学是自然科学中最基础的科学．

1.1.1 什么是数学

在英语词典里，数学一词的拼写是 mathematics．据称该词源于古希腊语 μάθημα，其意义有"学习、学问、科学"，或者"数学研究"之意．那么，什么是数学呢？

恩格斯说："数学是研究现实世界中数量关系与空间形式的科学．"简单地说，数学是研究事物数量和形状规律的科学，包括对数量、形状、变化以及空间模型等概念的研究．数量源于数，指事物的多少、长短或重量等．数量关系是指数量的结构和关系．开始时只是自然数及整数，以及对自然数及整数的算术运算．数量的进一步发展是实数，实数是连续的数量．对实数的研究产生出连续数学的概念和运算．形状是对事物外形的一种抽象，形状之间的关系就是结构．对形状数量化并进行研究是数学的主要内容之一．

数学经历了上千年的发展历程．从数学的萌芽时期开始到 16 世纪发展比较缓慢，到 16 世纪的文艺复兴时期，数学的发展十分强劲和迅速，到目前为止已经建立起了完备的数学体系．

1.1.2 数学的显著特征

1. 抽象性

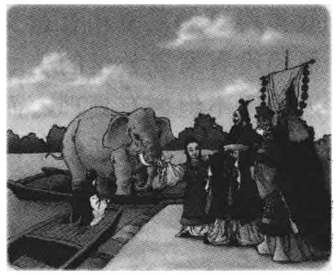
数学的抽象性表示它是一个由符号组成的形式化体系，这种体系由三个层次组成：第一层是符号层，在此层中将数学的研究对象全部用符号表示；而第二层则是用符号按一定规则组成数学的形式语言，如数学公式、数学方程式等；最后第三层则是由形式语言按一定规则构成一个完整的形式化体系。它也称形式化系统。

2. 严谨性

数学的严谨性表现在：在表现形式上按严格的规则组织，在推导上按严格的规则推理．这使得整个数学建立在严格规则约束与控制之下．

1.1.3 数学的基础性

数学的基础性亦是数学的主要特征之一．一切科学和技术的应用与发展都需要数学．数学的抽象性使外表完全不同的问题之间深刻地联系在一起．读者对“曹冲称象”的故事也许并不陌生．据历史记载曰：“时孙权曾致巨象，太祖欲知其斤重，访之群下，咸莫能出其理．冲曰：置象大船之上，而刻其水痕所至，称物以载之，则校可知矣．”显然大象和石头为不同二物，但其重量是它们的共同属性；因此，把称象和称石统一起来了．可见，世间万事万物在数学上沟通一气，我们把这称为数学的贯通性．



马克思说：“一门科学，只有当它成功地运用数学时，才能达到真正完善的地步．”数学家巴罗说：“数学——科学不可动摇的基石．”说的都是数学的基础性．一切学科的研究，包括物理学、建筑学、经济学，甚至化学、生物学、人文科学和艺术等都不能离开数学．只有把它们化归为数学，其研究才能得到深化和发展，才能有新的发现．历史上的地球万有引力的研究、重力加速度的研究等等无不如此．近代的生物工程、数量经济等的研究也都运用数学或提出新的数学问题．

1.1.4 数学的应用性

数学是人类知识活动创造的最具威力的知识工具，因此，数学最重要的意义在于应用．今日之数学在几乎所有领域，包括科学、工程、医学、经济学等，都得到广泛的应用，形成了应用数学的发展．数学在这些领域的应用不仅解决了现有的问题，同时也激发了新的发现，特别是数学的新发现和研究．我们运用数学来造船、造建筑物、天气预报、发射宇宙飞行物、发现小行星等等．小行星“谷神”就是用高斯轨道计算法发现的．

数学应用主要是作为工具用于各领域．华人数学家邱成桐说：“现代高能物理到了量子物理以后，有很多根本无法做实验，在家用纸笔来算，这跟数学家想象的差不了多远，所以说数学在物理上有着不可思议的力量．”

1.2 关于计算机数学

计算机已被世人所熟悉和广泛地应用，计算机的应用让人的部分脑力机械化．众所周

知的是，20 世纪 40 年代诞生的计算机是为科学计算，即数学计算的要求而生的．今日的计算机从规模上、功能上和应用范围上都已不能同日而语．几乎在所有的领域，大则在科学研究领域，小则在家庭里都运行着计算机，对改善人类的工作和生活发挥着积极的促进作用．因此，计算机是 20 世纪以来最伟大的技术发明之一．

1.2.1 计算机数学

计算机是一种实现数学模型的机器．尽管现代计算机系统可以处理几乎任何性质的信息，数字的、文字的、声音的、图形的、图像的等等，然而自早期的第一台计算机系统到现在的最先进的计算机系统，其基本原理却很少或没有发生根本性的变化，即计算机最基本的功能是执行二进制数算术运算和逻辑运算．所谓数码设备、数字通信、数字地球、数字经济等都是以计算机系统为背景的新概念．

计算机系统由计算机硬件系统和软件系统组成．软件的主体是求解问题的程序，从问题到程序的转换的关键是实现求解问题的数学模型，这是一个数学的责任．所以计算机系统是一种以数学为基础的装置．

计算机用双稳态物理器件和二进制物理信号表示数据和处理它们之间的关系并实现数学运算，因此，计算机是以离散数学为数学基础．应用计算机解算连续数学问题时，必须把用连续数量关系建立起来的数学模型离散化．由此，离散数学成为其研究焦点是很自然的．

1. “计算机数学”名词的由来

早在上一世纪 80 年代就有人提出“计算机数学”这个名词，并进行过初步尝试．从 21 世纪初开始陆续开设计算机数学课程，并有以计算机数学为题的教材出版，并引起了学界的关注．

计算机数学作为一门课程是近年来产生与迅速发展的一门课程．顾名思义，“计算机数学”是面向计算机学科及相关专业所开设的一门数学课程．这个课程名称曾引起人们的某些疑问，世间并没有诸如“建筑数学”、“生物数学”等之类的以学科冠名的数学，为什么偏有“计算机数学”呢？是标新立异还是故弄玄虚？非也，其主要原因是：

（1）计算机是一种以二进制数字为基础的计算实体，它本身是一种离散结构体，为便于对它的研究与应用，须用离散数学为工具，因此，离散数学是计算机学科所必需的数学．

（2）近年来计算机应用蓬勃发展，其领域涉及国民经济、社会及生活等多个方面，它包括连续结构与离散结构等多种应用，为便于分析、解决实际问题，须使用连续数学与离散数学两种数学工具，因此，对计算机学科而言，不仅连续数学还包括离散数学都是必需的．

基于上述理由，对计算机学科而言，其所需的数学知识不仅涵盖连续数学，还包括离散数学等内容，由此可见，计算机学科所需的数学与一般学科不同且远比一般学科要多，这就是“计算机数学”所产生的主要原因．

2. “计算机数学”产生的必然性

接下来又会产生第二个问题：既然计算机学科需要更多的数学知识，那么只要多开设几门数学课程就可解决问题，为何非要在一门“计算机数学”课程中解决呢？其实这才是开设“计算机数学”课程的真正目的所在．俗话说：“天下大势合久必分，分久必合”，在计算机领域中目前也正经历着这种过程．近期正蕴藏着由“分”到“合”的逐步过程，如将计算机的软件课程合并成为“计算机软件基础”；将计算机的硬件课程合并成为“计算机硬件基础”；将计算机基础知识课程合并成“计算机基础”（或“计算机导论”）等等，而计

算机科学所需的数学也正逐步合并成为“计算机数学”. 这种合并过程之所以成为不可阻挡的趋势，究其原因主要有三：

（1）计算机学科在经过数十年的发展后，已分割成多门课程，这种分割趋势在近年来又呈加剧态势，以致在计算机专业的课程设置中无法承受，必须对部分课程实行“合并”以缓解这种分割带来的混乱. “计算机数学”的出现正是适应这种潮流的一个实例和例证. 将传统的若干门数学课如“高等数学”、“线性代数”、“概率与统计”、“微分方程”、“计算数学”及“离散数学”等打包成“计算机数学”以适应这种合并的趋势.

（2）计算机学科中课程的不断分割造成了整个学科过度分解，学科间内容的关联性、一体性及完整性受到严重干扰，这对学生了解与掌握整个学科产生不良影响. 对计算机数学也是如此，计算机专业中多门数学课程的分别开设影响了数学这门学科内容的关联性、完整性，因此，有必要将相互关联的内容组合成一门“计算机数学”课，以利于学生对学科整体的了解.

（3）计算机技术本身及其应用领域所涉及的数学学科分支众多. 从教学的角度，不能面面俱到、囊括一切，应择其需而教之. 因此，提取具有公共基础性的数学分支构成计算机数学，有利于计算机专业的数学教育.

1.2.2 计算机数学的构建

那么，计算机数学应包含哪些内容才能体现其基础性呢？这需要从“量”与“质”两个方面考量，只有做到适量、优质才能使之成为一门内容统一的课程. 其具体做法可以是：

（1）不可采取多门数学课程的简单合并，而应当是删繁就简、择其基础. 原则是少而精，重应用，即取其基础并具典型应用价值的、能举一反三的内容. 不做改造的合并只会是简单的拼凑，直接后果是内容繁杂、主次不分、体系混乱.

（2）按数学规律重新组织内容，安排次序，以达到知识的整合性、内容的完整性和体系的统一性. 只有这样才能达到优质的教学目的.

我们知道，数学作为一门独立学科是一个统一的整体，为研究与学习方便才将它们分解成若干个分支与课程，它们虽有利于研究与教学，但也存在着概念分裂、相互隔离、内容重复等缺点，不利于相互沟通、相互借鉴与相互印证. 而在计算机数学中包含了数学中的主要成分与分支，它们可以按数学观点统一组织安排内容，如此既能统一概念，又能达到统一理论的目的，使原本由多个分支组成的“混合物”，构成一个统一、整体的“化合物”.

计算机数学课程只有经过“量”与“质”的两个层次的改造后才能成为一门独立的、科学的、完整的课程.

1.2.3 计算机数学的内容规范和组织

1. 计算机数学的内容规范

计算机数学的内容一般包含为：

（1）连续数学部分——连续性概念、微积分、级数、多元微积分、微分方程、数值计算、概率及数理统计.

（2）离散数学部分——集合论、图论、代数（包括线性代数及抽象代数）、离散概率、数理逻辑及组合数学等.

这些是计算机数学内容的最大集合，它表示计算机学科对数学的一般性要求.

计算机数学内容的最小包含为：

（1）连续数学部分——微积分．

（2）离散数学部分——集合论、图论、代数与数理逻辑．

计算机数学课程的内容一般可根据不同学校、不同专业及不同要求在最大集合及最小集合间选择．根据该课程的发展与经验积累，可以将其内容按不同要求分成若干层次或类型，按此种方法所规范的内容将更为科学、合理．

2. 计算机数学的内容组织

数学是一门具有逻辑完整性与一致性的学科．在计算机数学课程中必须按照数学规律组织安排内容．那么，什么是数学规律呢？我们认为有如下几点：

（1）不管是连续数学还是离散数学，它们都有公共的基本概念、方法与理论，这些内容构成数学的统一基础，是数学的共性．

（2）另外，连续数学与离散数学（包括它们的分支）均有其学科的研究特性，这是数学的个性．

根据这两条规律，在宏观上按数学的共性规律组织安排内容，在微观上突出各分支学科特性．这种组织方法有利于学科分支间相互沟通、相互衔接，有利于概念统一、方法统一、基础理论统一，使学生所掌握的知识不是分割的、孤立的，而是完整的、统一的．同时对学科分支的讲述不追求理论的全面与完整，而突出各自的特点和应用．这样做既能保留其精华、压缩内容，又能达到少而精、重应用的目的．

1.3 关于计算机数学的教学和学习

无论如何计算机数学的教学还是一种尝试，会有不同意见的争论，需要我们去实践和探讨，并进行总结．

1.3.1 计算机数学的教学

计算机数学目前主要针对应用型普通高等院校和高职高专学校设计．因为学校的类型不同，培养层次和模式也不同，对计算机数学的教学内容可以在最大集合与最小集合之间进行裁剪，以建立必要的数学基础知识与培养数学应用能力为宗旨组织内容、教学体系和教学过程．在内容的深度和广度上也可以进行适当选择和协调，如尽可能减少或回避理论证明，多引入应用实例、指导问题数学建模等内容．

1.3.2 计算机数学的学习

华罗庚教授有一段名言：“数学是锻炼思想的体操．体操能使你身体健康，动作敏捷．数学能使你的思想正确、敏捷．有了正确敏捷的思想，你们才有可能爬上科学的大山．所以不论孩子们将来做什么工作，数学都能给他们很大的帮助．”

作为 IT 人才，具有起码的数学知识和素养是必要的，也是必须的．对于计算机应用专业的学生，通过计算机数学的学习掌握基本的数学知识和应用能力．具体而言，要认识数学的价值；要有运用数学解决问题的能力；要学会与别人讨论数学；要学会用数学思维思考问题．世上无难事，只要对自己学习数学的能力充满信心就一定有丰硕的收获．

1.3.3 关于本教材

本教材的编写是一次尝试，旨在抛砖引玉，由此带来计算机数学教学的新变革.

（1）本教材在内容裁减上采用在最小集合基础上适当扩充的原则．具体包括如下内容：

连续数学——连续性概念、一元微积分、级数及概率与统计；

离散数学——集合论、图论、数理逻辑、代数的线性代数部分和离散概率.

（2）本教材内容按数学的整体规律进行组织．具体为：

首先是由集合论给出整个数学的基础．集合论中的集合是研究数学中各学科分支关注的对象的一般性规则的学科．集合论中的关系是数学中各学科分支所研究内容的一般性规则的学科．而函数则是一种规范与标准的关系.

其次是给出数学的研究方法．在数学研究中共有四种方法，即数学运算、数学推理、抽象结构以及微分/积分等．数学运算是建立在集合元素上的运算，其代表分支是代数．数学推理是建立在命题或谓词公式上的推理，其代表分支是数理逻辑．抽象结构是建立在集合上的一种结构，其分支代表是图论．微分/积分是建立在连续函数上的一种特殊运算，其分支代表是微积分.

内容组织顺序首先是集合论，因为它是整个数学的基础；其次是介绍连续数学的主要部分：连续性概念，微积分与级数；接下来应该是介绍离散数学中的代数部分，它的运算（如矩阵运算等）是后面内容所必需的；再接下来介绍的是概率与统计（包括离散概率），它既需连续数学也需离散数学的支持；最后是图论与数理逻辑．这样，整个计算机数学的内容组织顺序是：集合论，连续性，微积分与级数，代数，离散概率与概率统计，图论，数理逻辑．这有利于为学生建立起有序的数学知识和能力.

本教材共分 12 章，涉及 6 个数学分支．在内容安排上坚持少而精与突出重点的原则．全书突出数学的共性，每章突出所述数学分支的个性．各章的重点是，集合论章突出数学的基础性；微积分章突出连续性及微分/积分运算特性；代数章突出代数运算特性，主要是矩阵和线性方程组；图论章突出抽象结构的构造性；数理逻辑章突出数学推理特性.

Chapter 第2章

集合论

集合论是研究数学基础问题的一门数学理论，它跨越连续数学与离散数学两大门类，对它们具有重大的理论指导价值. 集合论由三部分内容组成：集合基础，它是探讨数学各分支中基本研究对象群体一般性规则的学科；关系，是一种特殊集合，是研究数学中各分支内容一般性规则的一门学科；函数，是一种规范化的关系，在数学中它往往是研究的重要内容，在这里研究函数的一般性规则.

2.1 集合基础

本节主要介绍集合基本概念、集合的表示方法、集合间关系以及集合运算等有关集合的基础知识，为学习集合论打下基础.

2.1.1 集合的基本概念

集合有四个基本概念，它们是集合、元素、空集与全集，这些概念无法定义，一般只给出必要的解释及一些具体性质.

集合：一些具有共同目标的对象所汇集在一起的集体称**集合**（set）.集合一般可用大写字母 S，A，B，…表示.

元素：集合中具有共同目标的对象称**元素**（element）.也可以说，集合是由元素所组成. 元素一般可用小写字母 e，a，b，c，…表示.

例 2.1-1 全体自然数构成一个集合，称自然数集，并记以 **N**，而每个自然数如 1，2，3，…是 **N** 的元素.

例 2.1-2 学校中全体师生员工构成一个集合，并可用 S 表示，而其中每个教师、学生或员工则是 S 的元素.

例 2.1-3 计算机的内部存储单元构成一个集合，并可用 M 表示，而其中每个单元则是 M 的元素.

集合中有两个经常用到且又较为特殊的集合，一个是空集，一个是全集.这两个集合在集合论中的地位较为重要.

空集：不含任何元素的集合称为**空集**（empty set），它可记为$\varnothing$.

下面是一些空集的例子.

例 2.1-4 今天全体人员出席会议，此时缺席会议人员的集合为$\varnothing$.

例 2.1-5 方程式 $X^2+1=0$ 在实数中无解，解集可记为$\varnothing$.

全集：在所讨论或关注的范围内所有元素所组成的集合称为**全集**（universal set），它可记为 E.

全集是一个相对的概念，它与所讨论、关注的范围和对象有关. 如在讨论数论时其全集为整数，在讨论微积分时其全集为实数. 又如某学校在讨论学生成绩时其全集为指定学校的全体学生，而当教育部在颁布学生奖惩条例时其全集为全国学生. 当我们讨论某台计算机时，该台计算机的所有资源构成了它的资源全集，而当我们讨论 Internet 时，则它的资源全集是 Internet 上的所有资源.

上面所讨论的集合、元素、空集及全集这四个概念构成了集合论中最基础的概念.

2.1.2 集合的表示方法

1. 枚举法

这是集合中最常用的表示方法，这种表示法是将集合中的元素一一列举出来，并用花括号括起，而元素间用逗号隔开. 下面给出枚举法表示的一些例子.

例 2.1-6 基本的阿拉伯数字的集合表示为：$S=\{0，1，2，3，4，5，6，7，8，9\}$.

例 2.1-7 开门七件事的集合表示为：$E=${柴，米，油，盐，酱，醋，茶}.

例 2.1-8 一年四季的集合表示为：$R=${春，夏，秋，冬}.

例 2.1-9 地图中的四个方位的集合表示为：$D=\{E，W，N，S\}$.

在枚举法中，对多个元素在表示上有困难时，有时候为方便起见可采用省略的办法，即可将一些元素用省略号 “…” 表示.下面可给出一些例子.

例 2.1-10 26 个拉丁字母集：$Z=\{a，b，c，…，z\}$.

例 2.1-11 自然数集：$\mathbf{N}=\{1，2，3，4，5，…\}$.

枚举法是一种显式表示法，它将集合的元素用明显的形式表示出来，这是一种最为直接与常用的表示方法.

2. 特性刻画法

在集合的表示中，有的时候很难将其元素逐个列出或者说用显式表示难于实现，此时可采用一种隐式表示的方法，亦即可用某个唯一刻画元素的性质 P 表示之.

一般可用下面的形式表示：

$$S=\{x\,|\,P(x)\}$$

这个集合 S 表示了它是由满足性质 P 的元素 x 所组成.

例 2.1-12 自然数集合 $\mathbf{N}=\{x\,|\,x$ 是自然数$\}$.

例 2.1-13 由 1～100 的自然数组成的集合：$N'=\{x\,|\,x\geqslant 1$ 并且 $x\leqslant 100$ 且 x 是自然数$\}$.

例 2.1-14 满足 $x^2+x-10=0$ 的整数集：$Z'=\{x\,|\,x^2+x-10=0$ 且 x 是整数$\}$.

例 2.1-15 2008 年北京奥运会冠军的集合：$B=\{x\,|\,x$ 是 2008 年奥运会冠军$\}$.

除这两种表示方法外，还有一种集合的辅助表示方法，即集合的图示法.

3. 图示法

集合图示法叫 Venn 图，又称文氏图. 它是一种用图形表示的直观、形象的集合表示方法，它一般用于表示集合之间的关系，非常直观有效.

Venn 图表示法由英国数学家 John Venn 所发明，它用平面区域上的一个矩形表示全集，而其他的集合则用矩形中的不同圆表示. 图 2.1-1 给出了在全集 E 中的集合 A 的 Venn 图表示法.

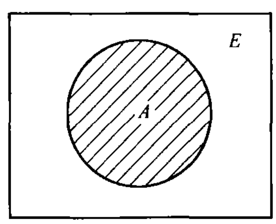


图 2.1-1 Venn 图表示法