

科源
教室
KY Studio

高等学校辅助教材

高等数学

第五版

尹强 主编

解题技巧 与 应试指导

上下册合卷

中国人事出版社

O13
Y599:1

高等数学(同济五版)

解题技巧与应试指导

主 编:尹 强
副主编:李明生

中国人事出版社

内 容 提 要

本书根据教材的章节从四个方面进行深入地诠释、演绎和解析:

一、本章核心内容。二、典型问题解答。三、习题精选详解。四、综合例题解析。

本书在林林总总的辅导教材中独树一帜,内容和形式不落窠臼,具有很强的实用性。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学解题方法与应试指导/尹强主编.-北京:
中国人事出版社,2004.9
ISBN 7-80189-248-8

I.高… II.尹… III.高等数学-高等学校-教
学参考资料 IV.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第095173号

中国人事出版社出版发行
(100101 北京市朝阳区育慧里5号)
新华书店经销
武汉贝思印务设计有限公司印刷

*

2004年9月第一版 2004年9月第一次印刷
开本:850×1168毫米 1/32 印张:25.5 字数:33.25千字
定价:25.00元



前言

同济大学《高等数学》(第五版)是目前各大学的主流教材,深受读者欢迎。针对该教材的教学参考书种类繁多,各有所长,对高等数学的教学起了积极的促进作用。

《高等数学(同济五版)解题技巧与应试指导》在林林总总的辅导教材中独树一帜,内容和形式不落窠臼,具有很强的实用性。本书采用概括——深入——总结的方法,既使读者能迅速把握教材的总体轮廓,又能深入剖析疑难问题和知识点,从而全面吃透教材,掌握方法,为下一步学习打下坚实的基础。事实证明,这种从整体到局部又到整体的方法是行之有效的。

《高等数学(同济五版)解题技巧与应试指导》的编写思路体现在具有鲜明特色的结构上。本书根据教材的章节从四个方面进行深入地诠释、演绎和解析:

一、本章核心内容。图示本章所有知识点及其逻辑关系,阐述本章教学大纲要求;列举本章涉及的基本概念、公式与法则,方便读者快速查阅,使读者迅速进入学习状态。

二、典型问题解答。针对本章学习中读者可能存在的疑问,逐一分析,力图解决在学习过程中产生的概念与基本方法方面的疑惑。

三、习题精选详解。精选教材中重点难点和常考题进行详解。在解题过程中,编者对解题思路进行了精练的分析和引导,部分习题还给出了多套解题方案以活跃思路。

四、综合例题解析。对本章所学的内容进行小结,以梳理思



路,避免只见树木不见森林的弊端;综合例题的解析,使读者能更进一步深化巩固及融会贯通所学知识。

编者希望本书能够切实地为读者答疑解惑,成为读者的良师益友。由于编者水平有限,书中难免有不足与错误之处,恳请专家、同行和读者批评指正。

编者



目录

第一章 函数与极限	1
一 本章核心内容	1
(一) 知识点及大纲要求	1
(二) 概念、公式与法则	2
二 典型问题解答	4
三 习题精选详解	10
习题1-1详解(10) 习题1-2详解(17) 习题1-3详解(20)	
习题1-4详解(23) 习题1-5详解(26) 习题1-6详解(28)	
习题1-7详解(32) 习题1-8详解(33) 习题1-9详解(36)	
习题1-10详解(38) 总习题一详解(40)	
四 综合例题解析	44
(一) 本章内容小结	44
(二) 综合例题	45
第二章 导数与微分	52
一 本章核心内容	52
(一) 知识点及大纲要求	52
(二) 概念、公式与法则	53
二 典型问题解答	54
三 习题精选详解	58
习题2-1详解(58) 习题2-2详解(62) 习题2-3详解(68)	
习题2-4详解(71) 习题2-5详解(76) 总习题二详解(81)	
四 综合例题解析	84
(一) 本章内容小结	84
(二) 综合例题	84



第三章 微分中值定理与导数的应用	93
一 本章核心内容	93
(一) 知识点及大纲要求	93
(二) 概念、公式与法则	94
二 典型问题解答	97
三 习题精选详解	104
习题3-1详解(104) 习题3-2详解(109) 习题3-3详解(112)	
习题3-4详解(117) 习题3-5详解(123) 习题3-6详解(131)	
习题3-7详解(135) 习题3-8详解(138) 总习题三详解(142)	
四 综合例题解析	153
(一) 本章内容小结	153
(二) 综合例题	154
第四章 不定积分	167
一 本章核心内容	167
(一) 知识点及大纲要求	167
(二) 概念、公式与法则	167
二 典型问题解答	169
三 习题精选详解	170
习题4-1详解(170) 习题4-2详解(171) 习题4-3详解(178)	
习题4-4详解(184) 习题4-5详解(190) 总习题四详解(195)	
四 综合例题解析	212
(一) 本章内容小结	212
(二) 综合例题	212
第五章 定积分	223
一 本章核心内容	223
(一) 知识点及大纲要求	223
(二) 概念、公式与法则	224
二 典型问题解答	227
三 习题精选详解	233



习题5-1详解(233)	习题5-2详解(239)	习题5-3详解(242)
习题5-4详解(253)	习题5-5详解(257)	总习题五详解(262)
四 综合例题解析	278	
(一) 本章内容小结	278	
(二) 综合例题	278	
第六章 定积分的应用	279	
一 本章核心内容	279	
(一) 知识点及大纲要求	279	
(二) 概念、公式与法则	279	
二 典型问题解答	281	
三 习题精选详解	281	
习题6-2详解(281)	习题6-3详解(295)	总习题六详解(300)
四 综合例题解析	307	
(一) 本章内容小结	307	
(二) 综合例题	307	
第七章 空间解析几何与向量代数	321	
一 本章核心内容	321	
(一) 知识点及大纲要求	321	
(二) 概念、公式与法则	322	
二 典型问题解答	328	
三 习题精选详解	332	
习题7-1详解(332)	习题7-2详解(334)	习题7-3详解(336)
习题7-4详解(338)	习题7-5详解(342)	习题7-6详解(344)
总习题七详解(349)		
四 综合例题解析	360	
(一) 本章内容小结	360	
(二) 综合例题	360	
第八章 多元函数微分法及其应用	368	
一 本章核心内容	368	



(一) 知识点及大纲要求	368	
(二) 概念、公式与法则	369	
二 典型问题解答	376	
三 习题精选详解	387	
习题8-1详解(387)	习题8-2详解(391)	习题8-3详解(393)
习题8-4详解(396)	习题8-5详解(401)	习题8-6详解(407)
习题8-7详解(410)	习题8-8详解(413)	*习题8-9详解(418)
*习题8-10详解(422)	总习题八详解(424)	
四 综合例题解析	433	
(一) 本章内容小结	433	
(二) 综合例题	434	
第九章 重积分	448	
一 本章核心内容	448	
(一) 知识点及大纲要求	448	
(二) 概念、公式与法则	449	
二 典型问题解答	454	
三 习题精选详解	457	
习题9-1详解(457)	习题9-2详解(462)	习题9-3详解(482)
习题9-4详解(492)	*习题9-5详解(503)	总习题九详解(508)
四 综合例题解析	516	
(一) 本章内容小结	516	
(二) 综合例题	517	
第十章 曲线积分与曲面积分	532	
一 本章核心内容	532	
(一) 知识点及大纲要求	532	
(二) 概念、公式与法则	533	
二 典型问题解答	538	
三 习题精选详解	541	
习题10-1详解(541)	习题10-2详解(544)	习题10-3详解(548)



257	习题10-4详解(552)	习题10-5详解(556)	习题10-6详解(561)
258	习题10-7详解(563)	总习题十详解(568)	
四	综合例题解析		579
	(一) 本章内容小结		579
	(二) 综合例题		580
第十一章	无穷级数		600
一	本章核心内容		600
	(一) 知识点及大纲要求		600
	(二) 概念、公式与法则		601
二	典型问题解答		605
三	习题精选详解		612
	习题11-1详解(612)	习题11-2详解(616)	习题11-3详解(621)
	习题11-4详解(625)	习题11-5详解(631)	*习题11-6详解(636)
	习题11-7详解(641)	习题11-8详解(645)	总习题十一详解(650)
四	综合例题解析		663
	(一) 本章内容小结		663
	(二) 综合例题		664
第十二章	微分方程		681
一	本章核心内容		681
	(一) 知识点及大纲要求		681
	(二) 概念、公式与法则		682
二	典型问题解答		684
三	习题精选详解		686
	习题12-1详解(686)	习题12-2详解(687)	习题12-3详解(691)
	习题12-4详解(695)	习题12-5详解(704)	习题12-6详解(708)
	习题12-7详解(715)	习题12-8详解(722)	习题12-9详解(725)
	*习题12-10详解(730)	习题12-11详解(735)	
	*习题12-12详解(741)	总习题十二详解(750)	



四 综合例题解析..... 765

(一) 本章内容小结 765

(二) 综合例题 767

科源
教室
RWStudio

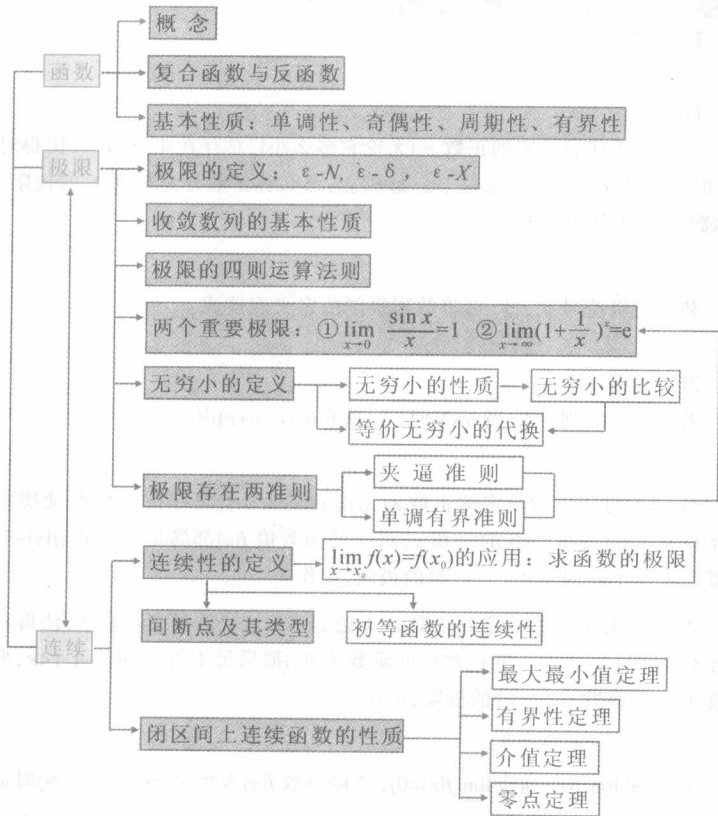


第一章 函数与极限

一 本章核心内容

(一) 知识点及大纲要求

1. 知识点网络图





2. 大纲要求

- (1) 理解极限的概念
- (2) 掌握极限四则运算法则.
- (3) 了解两个极限存在准则(夹逼准则和单调有界准则), 会用两个重要极限求极限.
- (4) 了解无穷小, 无穷大, 以及无穷小的阶的概念, 会用等价无穷小求极限.
- (5) 理解函数在一点连续的概念.
- (6) 了解间断点的类型和闭区间上连续函数的性质.

(二) 概念、公式与法则

1. 概念

(1) 数列极限的定义

1) 定义:

如果对于任意给定的正数 ε (无论它多么小), 总存在正整数 N , 使得对于 $n > N$ 时的一切 x_n , 不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ 都成立, 那么称常数 a 是数列 x_n 的极限, 或者称数列 x_n 收敛于 a , 记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

利用逻辑符号 \forall 、 \exists , 可将数列极限的定义表述成:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0, \forall n > N, |x_n - a| < \varepsilon$$

2) 几何意义:

若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\exists N$, 当 $n > N$ 时, x_n 落在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 内.

(2) 函数的极限

1) 如果对于任意给定的正数 ε (无论它多么小), 总存在正数 δ , 使得对于适合不等式 $0 < |x - x_0| < \delta$ 的一切 x , 对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式 $|f(x) - A| < \varepsilon$, 那么常数 A 就叫做当 $x \rightarrow x_0$ 时的极限, 记作 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.

2) 如果对于任意给定的正数 ε (无论它多么小), 总存在正数 X , 使得对于适合不等式 $|x| > X$ 的一切 x , 对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式 $|f(x) - A| < \varepsilon$, 那么常数 A 就叫做当 $x \rightarrow \infty$ 时的极限, 记作 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$.

(3) 无穷小与无穷大

1) 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ (或 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$), 则称函数 $f(x)$ 为当 $x \rightarrow x_0$ (或 $x \rightarrow \infty$) 时的无



无穷小; 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ (或 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$), 则称函数 $f(x)$ 为当 $x \rightarrow x_0$ (或 $x \rightarrow \infty$) 时的无穷大.

2) 设 $\alpha(x), \beta(x)$ 都是在自变量 x 相同变化过程中的无穷小量, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = c$

I 当 $c=0$ 时, 称 β 为 α 的高阶无穷小, 记为 $\beta=o(\alpha)$;

II 当 $c=1$ 时, 称 β 与 α 为等价无穷小, 记为 $\beta \sim \alpha$;

III 当 $c=\infty$ 时, 称 β 为 α 的低阶无穷小;

IV 当 $c \neq 1$ 时, 称 β 为 α 的同阶无穷小 (非等价无穷小).

(4) 连续与间断

1) 左连续与右连续

A. 左连续: 设 $f(x)$ 在 x_0 之左边邻近有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$, 则称 $f(x)$ 在 x_0 处左连续.

B. 右连续: 设 $f(x)$ 在 x_0 之右边邻近有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$, 则称 $f(x)$ 在 x_0 处右连续.

2) 连续性

设 $f(x)$ 在 x_0 的某邻域内有定义, 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, 则称 $f(x)$ 在 x_0 处连续.

3) 间断点

若 x_0 不是 $f(x)$ 的连续点, 则称 x_0 是 $f(x)$ 的间断点.

2. 公式

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m} & n=m \\ 0, & n < m \\ \infty, & n > m \end{cases}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0. \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{1}{x}} = e^k$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 (a > 0) \quad 7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \arctan x = \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \arctan x = -\frac{\pi}{2},$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\frac{1}{x}} = 0 \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a (a > 0, a \neq 1)$$



$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{\alpha}^{(1+\alpha)}}{x} = \frac{1}{\ln \alpha} \quad (\alpha \neq 1, \alpha > 0)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = 1 \quad 12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = -1$$

13) 常用等价无穷小 ($x \rightarrow 0$)

$$\sin x \sim x; \quad \tan x \sim x; \quad \arcsin x \sim x; \quad \arctan x \sim x$$

$$e^x - 1 \sim x; \quad \ln(1+x) \sim x \quad 1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2} \quad (1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x \quad (\alpha \neq 0)$$

(3) 法则

1) 极限存在准则

(i) 夹逼准则:

如果在 x_0 的某去心邻域内, 都有 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = A$

则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$

(ii) 单调有界准则: 单调有界数列必有极限.

二 典型问题解答

[问题一] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = (\quad)$

A. 1 B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = 0$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x = 0$

A. 错, 出错原因是将它与公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 混淆.

B. 计算过程不对, 乘积极限等于极限积只适用于“极限存在”的前提而 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$ 不存在故拆开为极限之乘积是错误的.

C. 由无穷小与有界量之积为无穷小知 C 是正确的.

[问题二] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}} = (\quad)$

A. 原式 = $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{\sqrt{3x^2-1}+x} = 0$

B. 原式 = $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3-\frac{1}{x^2}}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{3}-1$



$$C. \text{ 由 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}} = \sqrt{3}-1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}} = \sqrt{3}+1$$

知原式极限不存在.

解疑 A. 由于 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2-1}-x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{\sqrt{3x^2-1}+x} = \infty$ 不存在, 乘积极限等

于极限乘积应在极限存在前提下才能使用.

故将 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}}$ 拆成 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2-1}-x)$ 是不对的.

$$B. \text{ 错, 由 } \sqrt{x^2} = |x|, \text{ 知: } \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \begin{cases} \sqrt{1-\frac{1}{x^2}}, & x > 0 \\ -\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{故 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3-\frac{1}{x^2}}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{3}-1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3-\frac{1}{x^2}}-1}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{3}+1$$

C. 对

[问题三] 若数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ 都是发散的, 能否断言数列 $\{x_n+y_n\}$ 发散?

解疑 $x_n = \frac{1+(-1)^{n-1}}{2}, y_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$ 两数列都是发散的,

但 $x_n+y_n = \frac{1+(-1)^{n-1}+1+(-1)^n}{2} = 1$ 却是收敛的

两个发散的数列, 由它们对应项的和作成的新数列却可能收敛, 也就是说收敛数列所具有的和、差、积、商保持收敛性的运算性质, 对于发散数列不适用.

[问题四] 若数列 $\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\}$ 之间存在关系 $y_n \leq x_n \leq z_n$ 且有 $\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n - y_n) = 0$, 能否断定 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 一定存在?

解疑 $x_n = (-1)^n, y_n = (-1)^n - \frac{1}{n}, z_n = (-1)^n + \frac{1}{n}, n=1, 2, \dots$ 满足 $y_n \leq x_n \leq z_n$ 且



$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n - y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} = 0$, 但 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$ 不存在.

本例说明极限的夹逼准则中条件 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n$ 不能换成 $\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n - y_n) = 0$

[问题五] 若数列 $\{x_n\}$ 发散, $\{y_n\}$ 收敛, 能否断言数列 $\{x_n y_n\}$ 一定发散?

解疑 不一定, 例如 $x_n = n$, $y_n = \frac{1}{n+1}$, 但 $x_n y_n = \frac{n}{n+1}$ 收敛.

[问题六] 若数列 $\{x_n\}$ 发散, $\{y_n\}$ 发散, 能否断言数列 $\{x_n y_n\}$ 一定发散?

解疑 $x_n = (-1)^n$, $y_n = (-1)^{n+1}$ 都是发散的, $x_n y_n = (-1)^n \cdot (-1)^{n+1} = -1$ 却是收敛的.

两个发散的数列, 由它们对应项的积作成的新数列却可能收敛, 也就是说收敛数列所具有的和、差、积、商保持收敛性的运算性质, 对于发散数列不适用.

[问题七] 若数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 都发散, 能否断言数列 $\{\frac{x_n}{y_n}\}$ 发散?

解疑 不能, 例如 $x_n = n$, $y_n = n^3$, 但 $\frac{x_n}{y_n} = \frac{1}{n^2}$ 收敛.

[问题八] 若数列 $\{x_n\}$ 收敛于零, $\{y_n\}$ 是另一数列, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n$ 一定为零否?

解疑 $x_n = \frac{1}{2^n}$, $y_n = 2^n$, 显然 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ 不存在

而 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 1 \neq 0$, 即数列 $\{x_n y_n\}$ 收敛于 1.

[问题九] 若两数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ 吗?

解疑 两个数列对应项乘积作成的新数列收敛于零, 并不意味着这两个数列本身也必须收敛于零. 例如:

$x_n = 1 + \cos(n\pi)$, $y_n = 1 - \cos(n\pi)$, 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 均发散, 而 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2(n\pi) = 0$

[问题十] 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$, 则有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ 吗?

解疑 $x_n = (-1)^n$, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = 1$, 而 $x_{2k} = 1$, $x_{2k-1} = -1$ ($k=1, 2, 3, \dots$)

故 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 不存在.

由本例知, $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$ 是 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ 的必要条件, 但不充分.

[问题十一] 若两数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 有 $x_n < y_n$ ($n=1, 2, \dots$) 能否断言 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n < \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$?