城乡建设电视中专教材

建 筑 力 学

（下　　册）

王 长 连 编

中国建筑工业出版社

城乡建设电视中专教材

建 筑 力 学

（下　　册）

王 长 连 编

中国建筑工业出版社

目　　录

第三篇　结构的内力和变形计算

第三篇　结构的内力和变形计算

本篇研究的对象为杆件结构。一般说来，每种杆件结构都是由若干杆件组成的，如果能求出结构中各杆的内力和任一处的变形，就可以象第二篇那样进行强度和刚度计算了。所以说，结构的内力和变形计算是十分重要的。

本篇研究的杆件结构是由弹性材料构成的，其弹性材料要求均匀连续、各向同性，且结构在荷载等因素作用下产生的变形与实际尺寸相比较是很微小的，即本篇研究的结构只允许发生小变形，因而在进行内力和变形计算时可以采用叠加法。

本篇重点讨论平面刚架的内力和变形计算。刚架是房屋建筑中常用的一种承重结构，在绝大多数情况下做成超静定的形式。这样，不仅使整个结构有良好的整体性，而且可使刚架杆件受力比较均匀。在承受水平荷载（如风力、地震力）作用时，也显示出它的优越性。

本篇将以较大的篇幅研究超静定刚架、超静定梁的几种常用计算方法，即力法、位移法、弯矩分配法及迭代法，为分析各种超静定结构奠定必要的基础。开始，先研究平面体系的几何组成分析和常见静定结构的内力和位移计算，为下面讲超静定结构的内力和变形计算打下基础。最后重点研究简支梁影响线的绘制方法及其应用。结尾一章总结一下画结构计算简图的基本方法，并通过一工程实例来说明结构受力分析的全过程。

本篇是建筑力学的一个重要组成部分，它在整个结构分析中占着重要的地位。它既有较强的理论性，又有很强的实践性；学习时必须贯彻理论与实际相结合的原则。应着重注意以下两点：

一是要注意本篇理论知识与实际工程结构知识的结合。要注意观察实际结构，了解它们的性能和使用情况，并考虑怎样运用所学的力学知识，对实际结构进行受力分析，以便逐步培养自己分析问题和解决问题的能力。

二是要重视基本理论的学习与基本技能（如解题运算能力）训练的结合。本教材各章节的讲法大都是先介绍有关问题的基本概念和计算原理、计算方法，这就是解决问题的基本理论；在此基础上再辅以例题说明，这就是基本技能的训练。对于学习基本理论和做习题都应同样重视，缺一不可。只有打好了理论基础，建立了明确的物理概念，弄清解题思路，才可能顺利地、正确地完成作业；反过来，只有通过一定数量习题的基本训练，才能进一步巩固所学的概念，加深对基本理论的理解。

第十八章　杆件结构的几何组成分析

§ 18-1　几何组成分析的基本概念

杆件结构是由若干杆件，按照一定的组成方式互相联结而成的一种体系。体系在荷载作用下，材料产生应变，因而体系就要发生变形。但是，这种变形一般是很小的。如果不考虑这种微小的变形，将体系视为能维持几何形状和位置不变，则这样的体系称为几何不变体系。例如，图18-1 *a* 所示的体系就是一个几何不变体系。因为在图示荷载作用下，只要不发生破坏，它的形状和位置是不会改变的。可是另外有一类体系，由于缺少必要的杆件联系或杆件布置的不合理，在任意荷载作用下，即使不考虑材料的变形，它的形状和位置也是可以改变的，这样的体系则称为几何可变体系。如图18-1 *b* 所示的体系就是这样的一个例子，因为在所示荷载作用下，不管P值多么小，它都是不能维持平衡的。几何可变体系是不能作为结构来使用的。结构既然是用来承受荷载的，故只有几何不变体系才能作为结构。

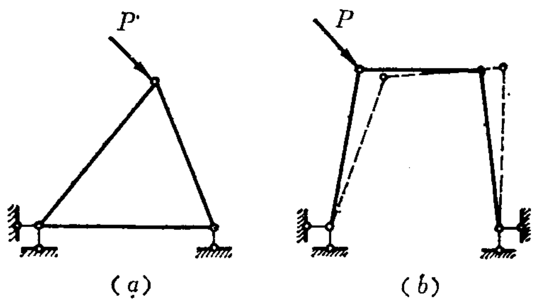


图 18-1

研究体系的组成方式，判定它是几何不变的或是几何可变的过程，称为体系的几何组成分析或称为几何构造分析。进行几何组成分析的目的在于：

1. 判别某一体系是否几何不变，从而决定它是否可以作为结构使用；

2. 研究几何不变体系的组成规律，以便设计各种各样的合理结构形式；

3. 在结构计算中，还可以根据体系的几何组成确定结构是静定的还是超静定的，以便选择合适的计算方法。

§ 18-2　平面体系的自由度及其约束

在进行几何组成分析时，要涉及到自由度与约束的概念。在此先讨论平面体系自由度的概念。所谓体系的自由度，是指在该体系运动时，用来确定它的位置所需要的独立座标的个数。例如，在平面内确定一点的位置需两个座标x、y（图18-2 *a* ），所以一个点在平面内有两个自由度。由于对平面体系进行几何组成分析时，不考虑材料的应变，所以可以认为各个构件没有变形。因此，可以把一根梁、一根链杆或者在体系中已经肯定的几何不变的部分，看作是一个平面刚体，简称为刚片。一个刚片在平面内的位置（图18-2 *b* ），可由其上任一点A的坐标x、y和通过A点的任一条直线AB与x轴的夹角φ来决定。因此，一个刚片在平面内有 3 个自由度。

体系的自由度将因加入约束装置而减少，使体系减少一个自由度的装置称为一个约束，或者叫做一个联系，减少 n 个自由度的装置，就叫做 n 个联系。

现在来分析不同装置对自由度的影响。

图18-3 a 所示杆件 AB，当没有支杆时，在平面内有 3 个自由度；当用一根支杆（或链杆）AC 与基础相联时，杆 AB 再不能沿支杆 AC 方向移动，这时变成了两个自由度。由此可知，一个支杆（或链杆）减少一个自由度，故一个支杆（或链杆）相当一个联系。也可以说，一个活动铰支座相当一个联系。倘若在 A 点再加上一个水平支杆（链杆）如图18-3 b 所示，使 A 点形成一个固定铰支座，则杆件 AB 的 A 点完全被固定，整个梁不能作水平和竖向移动了，但还可以绕 A 点转动，即此杆还有一个自由度。若在杆的其它点，例如 B 点，加上一个垂直支（链）杆，如图18-3 c 所示。则杆的转动自由度也被约束了。于是，杆件 AB 完全被固定在基础上，这就是前面讲的简支梁。

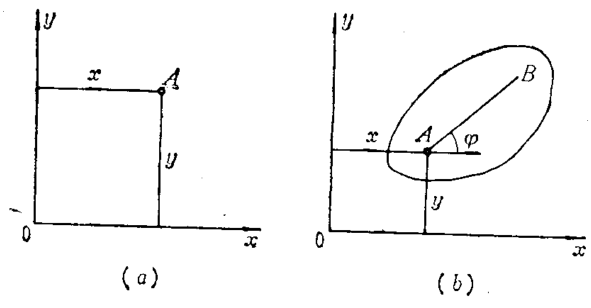


图 18-2

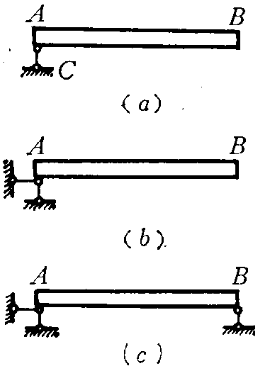


图 18-3

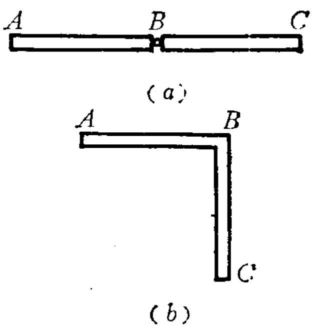


图 18-4

图18-4 a 所示杆件 AB、BC，用一个单铰 B 将它们联结在一起。两根杆件在没有被联结前有 6 个自由度，用铰联结后有 4 个自由度。由此可见，一个单铰减少两个自由度，一个单铰相当两个联系，也相当于两个链杆的作用；反之，两个链杆也相当于一个单铰的作用。

同理，如果将地基看作是不动的、刚片的一个链杆支座，就使刚片减少一个自由度；一个固定铰支座，就使刚片减少两个自由度。

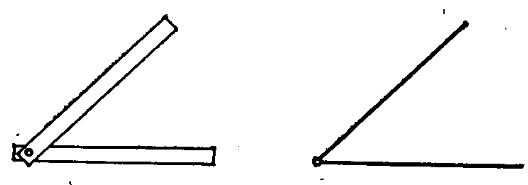
图18-4b 所示两个杆件 AB、BC，用刚结点联结在一起，在没有联结前两者共有 6 个自由度，用刚结点联结后，则只有三个自由度，所以一个刚结点减少 3 个自由度，相当三个联系。同理，一个固定支座，减少三个自由度，也相当三个联系。

§ 18-3 几何不变体系的简单组成规则

既然所有建筑结构只能采用几何不变体系，那么，怎样才能确保所设计的结构为一个几何不变体系呢？实践证明，要使一个结构成为几何不变体系，不但要求体系中杆件的数量要足够，组成方式要合理，而且还要求：体系的支承数量要足够、支承方式要恰当。下面通过几个例子具体说明。

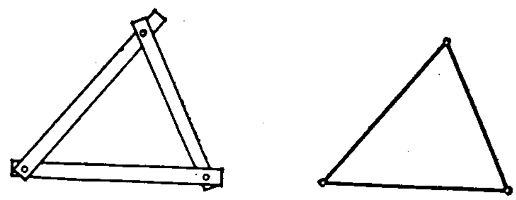
如图18-5 a 所示，两根木杆用一个钉子联结，相当于一个铰结，如图18-5 b 所示。一个铰不能阻止两根杆件发生相对转动，所以它是一个几何可变体，如果三根木杆用三个钉

子相联结（图18-6 a ），它就是一个几何不变体系了，其计算简图如图18-6 b 所示。其道理是，由平面几何学知，三角形的三条边只要长度不变，它的形状和面积就不会改变。所以，当不考虑杆件本身的变形时，由三根杆件用三个铰相联而成的铰结三角形是几何不变的。由此可得几何不变体的三角形规则：



（a）　（b）

图 18-5



（a）　（b）

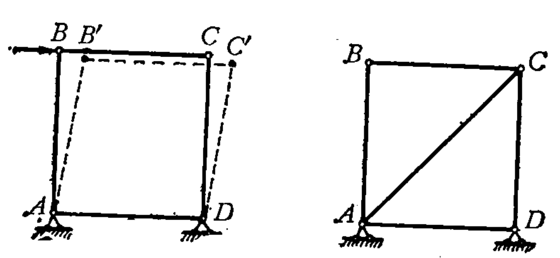
图 18-6

三根杆件用三个铰联结而成的铰结三角形是一个几何不变体。

再看图18-7 a 所示的铰结体系，在微小的水平荷载作用下将发生形状改变（如虚线所示），它是一个几何可变体；如果在上述体系中再加一个斜杆AC(图18-7b)，它将成为由两个三角形组成的体系，所以是一个几何不变体。这在生活中是经常会遇到的。例如，要钉一个正方形的木架时，只用四根木杆四个钉子钉成的四边形（18-8 a ）是几何可变的，因这种架子受到外力作用后，就会歪斜变形（如虚线所示）；假若在这个架子的对角线上再钉上一根木杆（图18-8 b ），它就成为几何不变体系了。

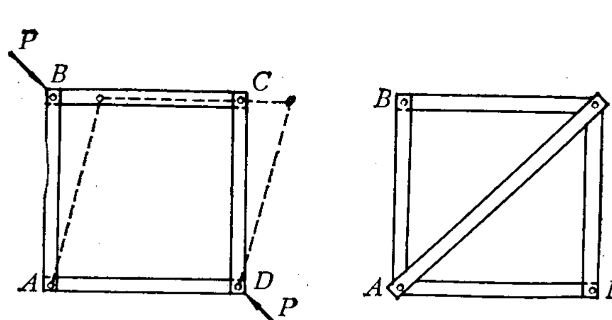
再如图18-9所示三角形ABC，本身虽然是几何不变的，但由于与基础联接的联系数少于三根，体系的几何位置将发生改变，所以它是几何可变体系，不能承受荷载。

体系与支承物之间有数量足够的联系，是体系成为几何不变体系的必要条件，但不是



（a）　（b）

图 18-7



（a）　（b）

图 18-8

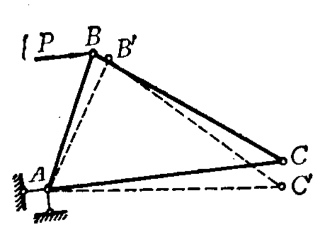


图 18-9

充分条件，如果体系的支承方式不当，其几何位置也会改变。例如，图18-10 a 所示的铰结三角形，虽然在结点A、B、C处都有一根链杆支承，支承数目足够，但是，它们彼此互相平行，只能约束构架在竖直方向的位移，不能约束构架在水平方向的位移，在水平荷载作用下整个铰结三角形将沿着水平方向发生微小移动。又如图18-10b所示铰结三角形，结点A处为固定铰支座，相当于两根链杆，虽然链杆总数为三根，但是这三根链杆的延长线相交于A点，在水平荷载作用下，构架可以绕A点作微小转动。因此，它是几何可变体。由此可知，要保证杆件体系的几何不变性，一要杆件数量足够，二要杆件布置方式恰当。

铰结三角形是最简单的几何不变体系，也可以说，组成几何不变铰结体系的最基本规律是铰结三角形规律。利用它能很容易确定构架的几何不变性和可变性；利用它能很方便地推导出常见的几何不变体系的三个简单组成规则。

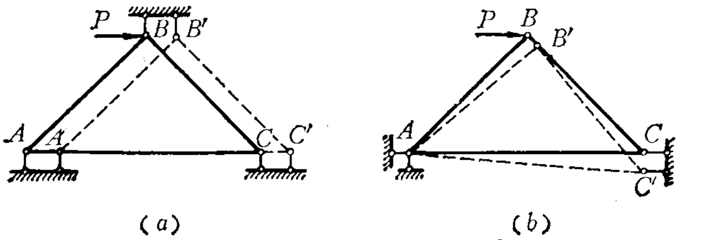


图 18-10

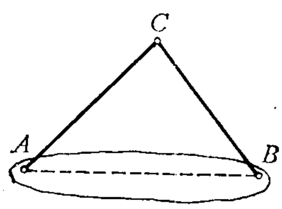


图 18-11

规则Ⅰ　二元体规则

将图18-6 b 所示的铰结三角形的AB杆视作刚体，如图18-11所示。因为图18-6 b 是几何不变的，当然图18-11也就是几何不变的。为了叙述方便，将刚片AB上的AC、BC链杆组成的结点C叫二元体。由此引出二元体规则：

在刚片上增加或减少一个二元体仍为几何不变体。

很多常用的屋架和支架就是利用这一规律拼装而成的。如图18-12所示的屋架和支架，都可以认为从一个基础三角形（有阴影部分）开始，加上若干个二元体构成的，所以它们都是几何不变体。当然也可以在接利用铰结三角形规则判断，因图18-12所示的桁架都是由铰结三角形组成的，所以它们都是几何不变体。

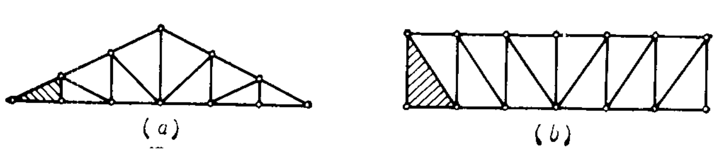


图 18-12

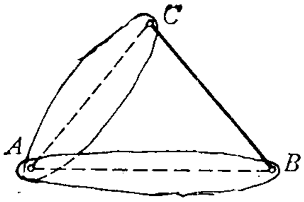


图 18-13

规则Ⅱ　两刚片规则

将图18-6 b 所示的铰结三角形中的杆件AC、AB都看成刚片，如图18-13所示。因图18-6b是几何不变的，所以图18-13也是几何不变的。

从图18-13可以引出两刚片规则中的第一个规则：

两刚片用一铰与一根不通过此铰的链杆相联结，所组成的体系是几何不变的。

我们知道，一个铰相当两个联系，一根链杆相当一个联系，所以两根链杆可以代替一

个铰。因此又得到图18-14所示图形也是几何不变的。分析图18-14又得出两刚片规则的第二个规则：

两刚片用三根既不平行又不相交于一点的链杆相联法，则组成的体系是几何不变的。

将链杆EF、GH延长交于一点A，A点即起着一个铰的作用。因此，若二杆不是直接相交而是延长线相交，这样的铰叫做虚铰，两杆的实际交点叫实铰。实铰与虚铰的作用是一样的。

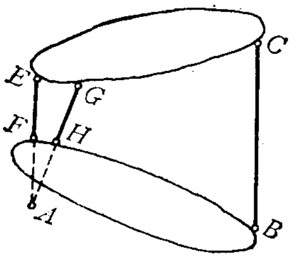


图 18-14

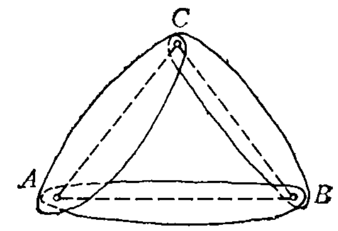


图 18-15

规则Ⅲ 三刚片规则

将图18-6 b 中的三个链杆都当作刚片，则得图18-15，显然图18-15所示的体系也是几何不变的。分析图18-15知，它是由三个刚片用三个不在同一条直线上的铰相联而成的，由此可得三刚片规则：

三个刚片用三个不在同一直线上的铰两两相联，则组成的体系是几何不变的。

上述三个规则，是几何不变体系的最简单组成规则。当然，也可以运用上述规则来判断体系的几何不变性。也就是说，上述三个几何不变体系的组成规则，也是判断体系几何不变性的三个规则。正确灵活的运用这三个规则，可以很方便地判断常见平面体系的几何不变性和几何可变性。它是判断体系几何不变的必要与充分条件。

最后值得强调是，在具体进行几何组成分析时，为了清楚、简便起见，应首先将较容易知道的几何不变部分视为刚片，然后再利用上述规则判断体系的几何不变性与可变性。将几何不变部分画为刚片时，要注意刚片与刚片之间的联结方式。为了便于利用上述规则判断体系的几何不变性和可变性，应贯彻两两相交的原则，即在画分刚片时，注意使刚片与刚片之间的联系尽量只有两个。如果出现两个刚片之间的联系不足两个，那么体系一定是几何可变的；如果出现两个刚片之间的联系多于两个，那说明有多余联系。那么它是几何可变还是不可变的，那还得用上述规则去判定。

几何组成分析的具体步骤如下：

（1）如果给定的体系可以看作是两个或三个刚片时，则可直接用两刚片规则和三刚片规则去判断。

（2）如果给定的体系不能归结为两个或三个刚片时，则可先把其中能直接观察出来的几何不变部分画成刚片或撤去某些二元体，使体系简化，然后再利用上述规则进行几何组成分析。这样分析不会影响原体系的几何不变性和可变性。

下面通过举例再详细说明一些具体问题的处理方法。

【例 18-1】 分析图18-16所示体系，确定它是几何不变体还是几何可变体。

【解】 首先将AB部分和基础视为两个刚片，AB部分有三个支杆联接于基础，这三根支杆既不互相平行又不相交于一点，根据规则Ⅱ，判定AB部分与基础组成一个几何不变

体，设为刚片Ⅰ。再将CD部分设为刚片Ⅱ。因BC杆件两端为铰结，故可把BC杆件作为联结两刚片的链杆，再加上CD部分的两根支座链杆，根据规则Ⅱ，又可以判定二刚片是几何不变的。所以整个体系是几何不变的，并且没有多余联系。

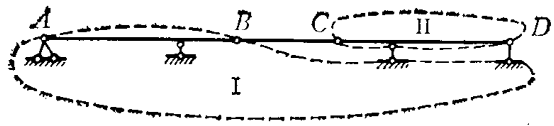


图 18-16

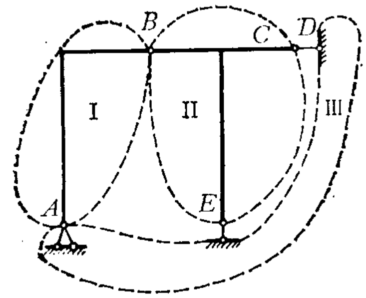


图 18-17

【例 18-2】 试对18-17所示体系进行几何组成分析。

【解】 将AB、BED和基础分别作为刚片Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ，如图18-17虚线所示。刚片Ⅰ与刚片Ⅱ用铰B相联，刚片Ⅰ与刚片Ⅲ用铰A相联，刚片Ⅱ与刚片Ⅲ用虚铰C（注意，虚铰与实铰起着同样的作用）相联，A、B、C三铰不在同一直线上，根据三刚片规则判定它是一个几何不变体，且无多余联系。

【例 18-3】 试对图18-18a所示铰接链杆体系作几何组成分析。

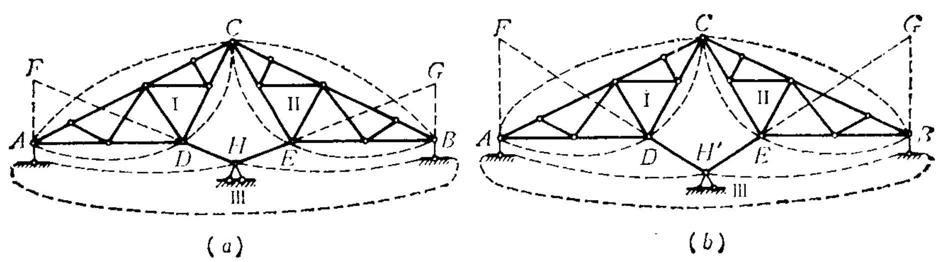


图 18-18

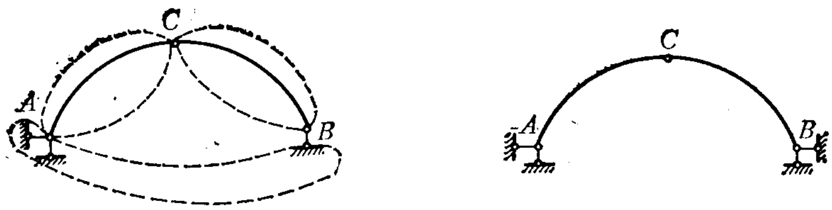
【解】 体系中ACD和BCE两部分都是铰结三角形组成的，根据三角形规则，它们都是几何不变的，可视为刚片Ⅰ和刚片Ⅱ，基础视为刚片Ⅲ，如图18-18a中的虚线所示。此时刚片Ⅰ和刚片Ⅱ用铰C联结；刚片Ⅰ和刚片Ⅲ用虚铰F相联；刚片Ⅱ和刚片Ⅲ用虚铰G相联，此三铰F、C、G不在同一条直线上，所以此体系为几何不变体，且无多余联系。如改变H的位置，例如改变到H'，这时虚铰F、C和G在同一条直线上(图18-18b)，则成为几何可变体，是不能用于结构的。由此可以看出，在施工中定位放线和制造杆件时，一定要符合设计要求，否则有时会引起大的工程事故。

【例 18-4】 试对图18-19a所示体系进行几何组成分析。

【解】 将曲杆AC、BC和基础视为刚片Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ，如图18-19中的虚线所示。刚片Ⅰ和刚片Ⅱ用铰C相联，刚片Ⅰ和刚片Ⅲ用铰A相联，刚片Ⅱ和刚片Ⅲ用一个链杆相联，在此少一个联系，故体系是几何可变的。若在B支座再加一个水平支杆，就成为三铰拱，如图18-19b所示。

【例 18-5】 试对图18-20所示体系进行几何组成分析。

【解】 图18-20中AB为一梁，可视为一个刚片，在此刚片上增加两个二元体A-C-E



(a)　　　　　　(b)

图 18-19

和B-D-F，根据二元体规则，它们已经组成一个几何不变体，而在此体系上又添加了一个链杆CD，从几何可变与不变的观点看，它是多余的，所以称它为多余联系。故此体系为具有一个多余联系的几何不变体。

【例 18-6】 试分析图18-21所示体系的几何组成

【解】 此体系有不交于一点的三根支杆在A和B处与地基相联，所以，可以先排除支杆与地基部分（图18-21 b ），来分析体系的内部几何不变性。如果此体系内部是几何不变的，则整个体系也是几何不变的。

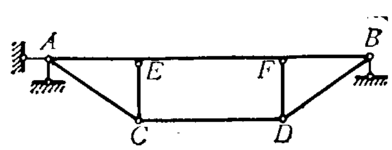
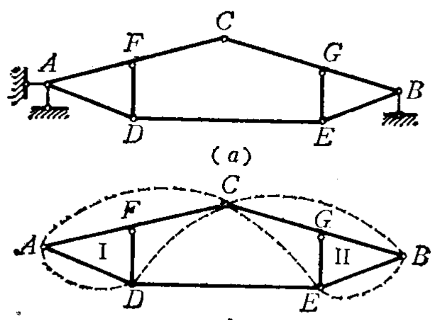


图 18-20



(b)

图 18-21

对图18-21 b 所示体系进行几何组成分析时，首先可以看出刚片AD、DF与AC由三个不共线的铰D、F和A组成了一个无多余联系的大刚片，视为Ⅰ。同样，刚片CB、BE和GE由铰B、E和G组成大刚片Ⅱ。大刚片Ⅰ和Ⅱ之间有铰C与链杆DE相联，且链杆不通过此铰，故组成了无多余联系的几何不变$ACBED$。

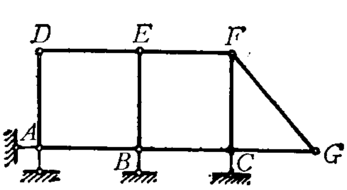


图 18-22

然后，用三根不共点的支杆将这一几何不变体系联接到基础，故也是几何不变的。

当体系与地基联接多于三根支杆时，就不能这样分析了。这时，必须将支杆与内部联系共同分析才能确定体系的几何可变或不变。例如，图 18-22 所示的体系，其内部是几何可变的，但整个体系是几何不变的，因为体系与地基联接多于三根支杆。至于为什么是几何不变的，请读者自己去分析。

§18-4　常变体与瞬变体

上节讲了三种几何不变体的组成规则，利用这些规则就能很方便的确定体系的几何不变性与几何可变性。设若我们对可变体系的问题有了较深的了解，学会判定体系是可变

的，那么反过来对体系的几何不变性就能掌握、了解，并能判定它是否不变的。本节就本着这个原则，集中讲一下在工程中严格禁止使用的三种几何可变体系的情况。

一、两刚片用三根互相平行且又等长的链杆相联接，则此体系是几何常变的。

如图18-23所示的体系，刚片Ⅰ和刚片Ⅱ用三根既平行又等长的链杆相联接，当它们受到一水平力作用时，就改变了原来的形状，如图中虚线Ⅰ所示。很容易看出，这时$\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3$，说明两个刚片发生相对移动后，三根链杆仍互相平行，且变形继续发生，直到两刚片相重叠时才停止变形，如图中虚线Ⅱ所示。在工程上将这种变形称为常变形体。常变形体在工程结构上是不能用的。

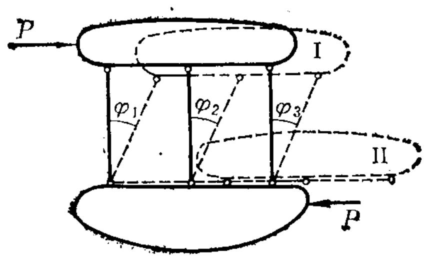


图 18-23

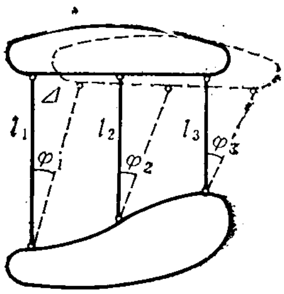


图 18-24

二、两刚片用三根互相平行且不等长的链杆相联接，则此体系为瞬变体。

图18-24所示的体系，由两个刚片用三根相互平行但不等长的链杆联接而成。此例在瞬时中将与上例（图18-23）一样，二刚片要发生相对移动。当两刚片发生微小的相对移动后，三根链杆也发生相同的微小相对移动Δ，设三根链杆的长度分别为l_1、l_2、l_3，则移动后三根链杆的转角分别为

$$\varphi_1=\frac{\Delta}{l_1},\quad \varphi_2=\frac{\Delta}{l_2},\quad \varphi_3=\frac{\Delta}{l_3}$$

因$l_1\neq l_2\neq l_3$ 所以$\varphi_1\neq\varphi_2\neq\varphi_3$。这说明，两个刚片发生微小的相对移动后，三根链杆就既不平行也不相交于一点了。根据两刚片规则可知，这时体系即成为几何不变体。在工程中将这种发生微小移动后而变成几何不变体的可变体系，称为瞬变体。瞬变体在工程中也是不能采用的。

三、三个刚片用三个铰相联，当三个铰在同一直线上时，则体系是瞬变体。

三刚片规则指出，三个刚片用三个铰相联，当三个铰不在同一直线上时，体系是几何不变的。观察图18-25所示的体系，将杆件AC、BC视为刚片Ⅰ、刚片Ⅱ，基础视为刚片Ⅲ，分别用A、B、C三个铰相联，而A、B、C三个铰在同一直线上，所以体系是瞬变的。其原因可作如下分析：

杆件AC和BC分别以A、B两点为圆心，以各自的长度为半径画弧a、b，这时弧a同弧b在C点相切，它们在C点有一公共切线，所以结点C仍然可以在此公切线方向有微小的移动。当结点C发生微小的竖向位移后，A、B、C三点就不在同一直线上了，因而变成了几何不变体。根据瞬变体概念，此体系为瞬变体。

读者可能这样想，瞬变体既然发生微小位移后就变成了几何不变体，它为什么又不能在工程上应用呢？对于这个问题通过计算将很容易说明。

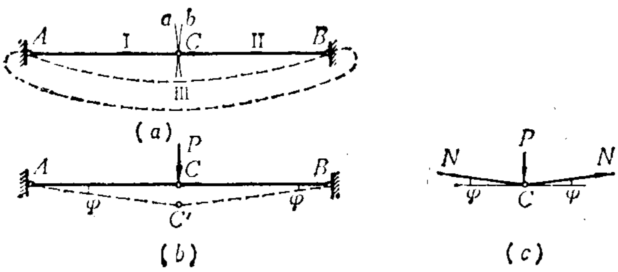


图 18-25

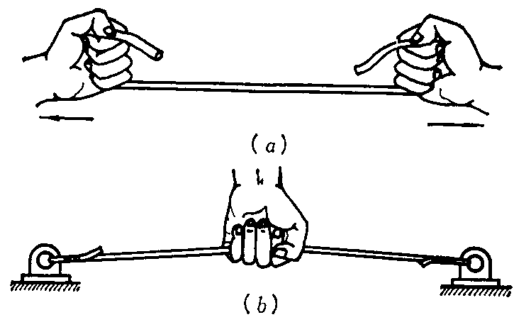


图 18-26

在图18-25 a 所示的C点加一外力P，变形后如图18-25b所示。取C点为研究对象，画出受力图如图18-25 c 所示。由$\Sigma Y = 0$，得二杆内力大小为

$$N = \frac{P}{2\sin\varphi}$$

因为是微小变形，φ很小，$\sin\varphi$也很小，因而N就很大，结构就容易发生破坏，所以瞬变体不宜用于结构。实际中大家都有这样的经验，就是用两手拉断一根绳子很困难（图18-26 a）但是，如果将绳子固定在两根桩上（图18-26 b），用手轻轻一提就能把绳子拉断了。这就是上述道理。

§ 18-5 结构几何组成与静定性关系

体系的几何组成分析，除可以判定体系是否几何不变外，还可以说明结构是静定的还是超静定的。

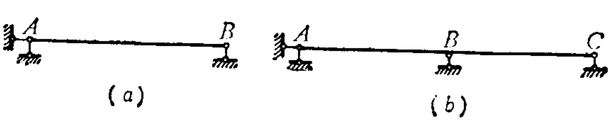


图 18-27

图18-27 a 所示体系为一简支梁，三个支杆不全平行也不全相交于一点，它是几何不变的。必须注意，这三根支杆中，每一根都是不可缺少的，若去掉任何一根支杆，梁就发生运动而成为几何可变的了。

图18-27 b 所示的连续梁的情况就有所不同，梁与地基两个刚片间有四根链杆相联，如果去掉任一根竖向链杆，则体系仍可保持几何不变。因此，就以保持几何不变来说，可以说有一根竖杆是“多余”的。也就是说，体系具有多余联系。但从受力角度来看，有了多余联系，可以使结构更加安全可靠，就不是多余而是必要的了。

从内力计算方面来看，图18-27 a 所示的简支梁有三个反力，取梁为脱离体，可建立平面力系的三个平衡方程来确定三个反力，并进一步由截面法根据平衡条件可确定任一截面的内力，因而是静定结构。而图18-27 b 所示的连续梁，由于有了一个多余的支座链杆，相应地就多了一个未知力，共有四个支座反力，然而梁的平衡方程式仍只有三个，除了水平反力X可由$\Sigma X = 0$而确定外，其余三个竖向反力便无法单靠其余两个平衡条件来确定，因而也就无法进一步确定梁的内力，所以图18-27 b 所示连续梁是一个超静定结构。

由此可见，几何不变且无多余联系，这是静定结构在几何构造上的特征；几何不变并有多余联系，这是超静定结构在几何构造上的特征。凡是按照前面所讲的简单规则组成的几何不变体系，都是没有多余联系，因而都是静定结构；而在此基础上还具有多余联系的便是超静定结构。按此，便可从分析结构的几何构造来判断它是静定的还是超静定的。

至于几何可变体系和瞬变体系，则前者在任意荷载作用下根本不能维持平衡，后者的内力为无穷大或不定，因此均没有静力学的解答。

思 考 题

18-1　何谓几何不变体系和几何可变体系？什么样的体系才能用于结构？

18-2　结构的几何可变与结构产生的变形有何区别？

18-3　瞬变体系在房屋建筑中为什么不能采用？产生瞬变体系的条件有哪些？

18-4　在几何组成分析中，结构有了多余联系是否一定几何不变的？图18-28所示的体系中，哪些体系有多余联系？哪些体系没有多余联系？又哪些体系是几何不变体或是几何可变体？

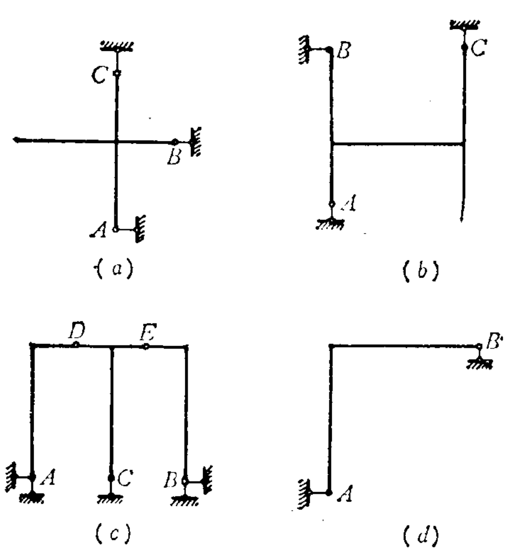


图 18-28

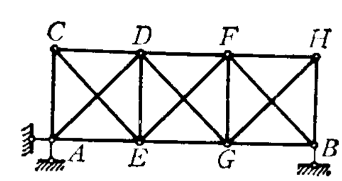


图 18-29

18-5　在具有多余联系的结构中，多余联系是否恒指某杆或某支坐？试以图18-29为例说明。

学 习 辅 导

一、学习要求

1.通过本章的学习，应明确只有几何不变体系才能作为结构。

2.重点掌握几何不变体系的三个简单组成规则，能正确灵活地运用这些规则来分析一般平面体系的几何组成。

3.理解结构的几何组成与静定性的关系，能准确判断超静定结构的多余联系及其数目。

二、学习要点说明

1.关于刚片　对平面体系作几何组成分析，其目的在于考察体系中各杆之间的相互联接能否组成几何不变体系，即研究体系的联接方式，能否保证各杆件之间及它们与支承之间不发生相对运动。关于杆件本身的变形（材料的应变）所引起的体系几何形状的改变，不属于几何组成分析所讨论的范围。因此，对平面体进行几何组成分析时，可把其中的每一杆件看作不变形的平面刚体，简称为刚片，并且，

也可进一步把体系中已经肯定为几何不变部分看作一个刚片，地基也可以视为一个刚片。这样，对平面体系的几何组成分析，就变成考察体系中各刚片之间的联接方式能否组成几何不变体系的问题。

2.关于几何不变体系的简单组成规则　几何不变体系的简单组成规则，即规定了刚片之间所必需的最少联系数目，也指明了它们之间应遵守的联接方式。这三个组成规则体现了，组成一般无多余联系的几何不变体系的必要和充分条件。在学习这三个规则时，应着重理解这三种规则的实质—三角形规则，理解这些简单组成规则只不过是三角形规则的不同表示形式。对一个体系进行几何组成分析时，先把体系中某些部分（点或刚体）当作可自由运动的分析主体；再把其余部分看成对这些主体施加的约束；然后根据规则判断体系的几何不变性。

这三个规则之间是有其内在联系的。它们不同之处仅在于把体系的哪些部分看作可以发生运动的主体，把那些部分看作对它们施加的约束。因此，对体系进行几何组成分析时，要注意分清主体（即刚片）与约束，灵活运用这三个组成规则中的任一个进行分析。

3.几何组成分析的几个途径

（1）当体系上具有明显的二元体时，可先依次去掉其上的二元体，再对剩下的体系进行分析。例如，图18-30 a 所示体系，可依次去掉二元体 $B-A-C$、$D-B-E$ 和 $E-C-F$ 后，得图18-30 b 所示体系。对该体系进行几何组成分析可知，HDGFI是几何不变部分，可以把它视为一刚片，而它与刚片 DE、EF 是用在一直线上的三铰 D、E、F 相联，是瞬变的。因此，这一部分与基础联接，虽然符合规则Ⅱ的要求，但整体仍然是瞬变的。

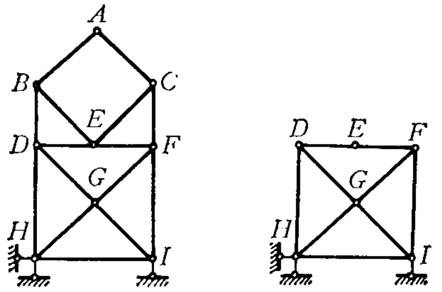


图 18-30

（2）对体系进行几何组成分析时，可首先找出体系中的一个或几个几何不变部分作为刚片，再逐步组装扩大，形成整体。当上部体系用三根支承链杆按规则Ⅰ联接于基础时，可以先折除这些支承链杆，只就上部体系进几何组成分析。如它为几何不变体，整体也为几何不变体；如它为几何可变体，整体也为几何可变体。

值得注意的是，当体系中支承链杆多于三根时，则必须把基础视为一个刚片，就整个体系（包括基础）进行几何组成分析。

（3）可以利用等效变换的概念使问题得到简化。例如，一个几何不变部分可以看作一个大刚片；曲线、折线的链杆可以看作直杆；具有两个铰的刚片可视为通过两铰心的链杆；联结两个刚片的链杆可以用其交点处的虚铰代替。

4.各类平面体系的特征

（1）几何不变体系

1)无多余联系的几何不变体系：通常是按三个简单组成规则组成。其静力特征是：用静力平衡条件可以求得它的全部反力和内力的确定值。

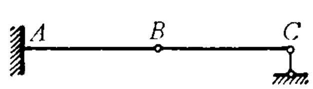
2)具有多余联系的几何不变体系：通常除具有按三个简单组成规则要求的联系外，还增添了若干联系。其静力特征是：仅用静力平衡条件不能求得全部反力和内力的确定值。

（2）几何可变体系

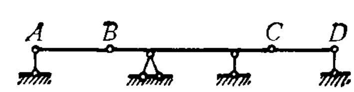
1)刚片之间的联系数目少于三个简单组成规则要求的数目。
2)两刚片之间用三根平行且等长的链杆相联。
3)两刚片之间用全交于一个实铰上的三个链杆相联，
这类体系的静力特征是：一般无静力学解答。
（ 3 ）瞬变体系
1)两刚片之间用三根相互平行但不等长的链杆相联。
2)两刚片之间用杆轴延长线交于一点的三根联杆相联。
3)三刚片用位于同一直线上的三个铰两两相联。
这类体系的特征是：反力和内力为无限大或不定值。
在上述三类体系中，只有几何不变体系才能用来作为结构。

习　　题

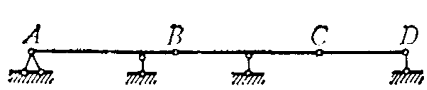
18-1～18-13　试对图示平面体系进行几何组成分析。



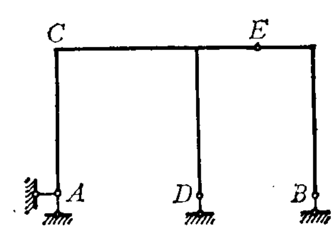
题 18-1　图



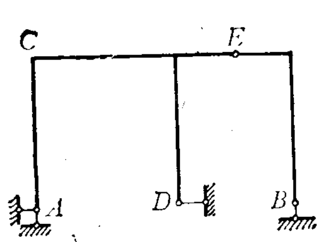
题 18-2　图



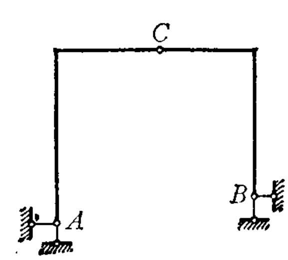
题 18-3　图



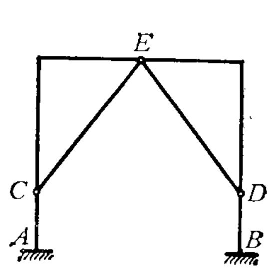
题 18-4　图



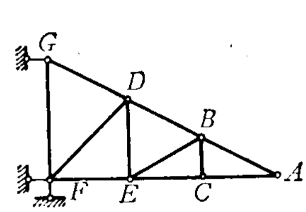
题 18-5　图



题 18-6　图



题 18-7　图



题 18-8　图