

理工科考研辅导系列 物理力学类

量子力学

「知识精要与 真题详解」

主 编 金圣才
副主编 王 彬

赠送
圣才学习卡
20元

圣才学习网: www.100xue.com
圣才考研网: www.100exam.com



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

理工科考研辅导系列（物理力学类）

量子力学

知识精要与真题详解

主 编 金圣才
副主编 王 彬



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

全书分为十二章, 每章包括三部分内容。第一部分是重点与难点解析, 第二部分是名校考研真题详解, 第三部分是名校期末考试真题详解。

本书精选了北京大学、浙江大学、南京大学、武汉大学、中国科学技术大学、中国科学院、兰州大学、吉林大学、厦门大学、山东大学、北京师范大学、复旦大学、华中科技大学、天津大学、哈尔滨工业大学、华中师范大学、西安交通大学、湖南大学、郑州大学、南京航空航天大学、北京科技大学、电子科技大学、湖北大学、安徽大学、福建师范大学等院校近年的量子力学考研真题和期末考试真题, 并进行了解答。通过这些真题及其详解, 读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

圣才考研网 (www.100exam.com) 是本书的支持网站。圣才学习网是圣才学习网 (www.100xuexi.com) 旗下的考研专业网站, 提供全国各高校考研考博历年真题(含答案)、专业课笔记讲义及其他复习资料、网上辅导课程等全套服务的大型考研辅导平台。本书和配套网络课程特别适合备战考研和大学期末考试的读者, 对于参加相关专业同等学力考试、自学考试、资格考试的考生也具有很高的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学知识精要与真题详解/金圣才主编. —北

京: 中国水利水电出版社, 2011.6

(理工科考研辅导系列. 物理力学类)

ISBN 978-7-5084-8656-7

I. ①量... II. ①金... III. ①量子力学—研究生—入学考试—题解 IV. ①0413.1-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第100102号

书 名	理工科考研辅导系列(物理力学类) 量子力学知识精要与真题详解
作 者	主 编 金圣才 副主编 王 彬
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (营销中心) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京众和都乐文化发展有限公司
印 刷	北京纪元彩艺印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 20.75印张 518千字
版 次	2011年6月第1版 2011年6月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	50.00元

凡购买我社图书, 如有缺页、倒页、脱页的, 本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

编 委 会

主 编：金圣才

副主编：王 彬

编 委：（按姓氏笔画排序）

丁洁云	刘永恺	兰 光	任泓雨
伍国羽	刘 晶	吕珍珍	宋 涛
宋云娥	张兴振	张炳哲	李 宏
苏 尚	辛灵轩	林少挺	段 浩
段辛云	段辛雷	徐新猛	殷超凡
曹 坤	章 勇	曾 龙	潘丽繁

前 言

高校考研专业课的历年试题一般没有提供答案，虽然各校所用参考教材各异，但万变不离其宗，很多考题也是大同小异。我们参考相关教材和资料，收集和整理了众多高校历年考研真题和期末考试试题，并进行了详细的解答，以减轻考生寻找试题及整理答案的烦恼，让读者用最少的的时间获得最多的重点题、难点题（包括参考答案），这是本书的目的所在。

本书精选了北京大学、浙江大学、南京大学、武汉大学、中国科学技术大学、中国科学院、兰州大学、吉林大学、厦门大学、山东大学、北京师范大学、复旦大学、华中科技大学、天津大学、哈尔滨工业大学、华中师范大学、西安交通大学、湖南大学、郑州大学、南京航空航天大学、北京科技大学、电子科技大学、湖北大学、安徽大学、宁波大学、福建师范大学等院校近年的量子力学考研真题和期末考试真题，并进行了解答。通过这些真题及其详解，读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

全书共十二章，每章包括三部分内容。第一部分主要是根据各高校的教学大纲、考试大纲等，对本章的重点和难点进行归纳，并进行简要解析；第二部分主要是精选知名院校近年的考研真题，并进行详细解答；第三部分主要是精选知名院校近年的本科期末考试真题，并进行详细解答。

本书具有如下主要特点：

(1) 难点归纳，简明扼要。每章前面均对本章的重点难点进行了整理。综合众多参考教材，归纳了本章几乎所有的考点，便于读者复习。

(2) 所选题目均为知名院校近年的考研或期末考试真题，这些题目具有很强的代表性。通过这些真题及其详解，读者可以在很大程度上判断和把握相关院校考研和大学期末考试的出题特点和解题要求等。

(3) 对所有考试真题均进行了详细解答。了解历年真题不是目的，关键是要通过真题解答掌握和理解相关知识点。本书不但精选了真题，同时还对所有的真题均进行了详细解答。

(4) 题量较大，来源广泛。主要选自近 30 余所高校的历年考研真题、名校题库以及从众多教材和相关资料编写而成。可以说本书的试题都经过了精心挑选，博选众书，取长补短。

由于题量较大，解答详细，错误、遗漏不可避免，诚请读者指正，不妥之处和建议可与编者联系，不甚感激。另外，在本书编写过程中，参考了很多考生的复习资料，不能一一核实其最终出处。如有疑问，请与编辑或作者联系。

本书由圣才学习网（www.100xuexi.com）编辑部编写，其中，特别感谢曾龙、林少挺、宋涛三位的辛勤劳动。圣才学习网（www.100xuexi.com）是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网络辅导班、面授辅导班、在线考试等全方位教育服务的综合性学习型门户网站，包括圣才考研网、中华工程资格考试网、中华经济学习网、中华证券学习网、中华金融学习网等 50 个子网站。

圣才考研网（www.100exam.com）是圣才学习网旗下的考研专业网站，是一家提供全国各个高校考研考博历年真题（含答案）、名校热门专业课笔记讲义及其他复习资料、网上辅导课程（专业课、经典教材）等全套服务的大型考研平台。

编者

2011 年 1 月

理工科考研辅导系列

- 电路名校考研真题详解
- 模拟电子技术名校考研真题详解
- 数字电子技术名校考研真题详解
- 自动控制原理名校考研真题详解
- 通信原理名校考研真题详解
- 数字信号处理名校考研真题详解
- 信号与系统名校考研真题详解
- 电磁场与电磁波名校考研真题详解
- 无机化学名校考研真题详解
- 有机化学名校考研真题详解
- 分析化学名校考研真题详解
- 化工原理名校考研真题详解
- 物理化学名校考研真题详解
- 生物化学名校考研真题详解
- 材料力学名校考研真题详解
- 理论力学名校考研真题详解
- 结构力学名校考研真题详解
- 运筹学知识精要与真题详解
- 机械设计知识精要与真题详解
- 机械原理知识精要与真题详解
- 细胞生物学知识精要与真题详解
- 分子生物学知识精要与真题详解
- 微生物学知识精要与真题详解
- 高等代数知识精要与真题详解
- 数学分析知识精要与真题详解
- 传热学知识精要与真题详解
- 工程热力学知识精要与真题详解
- 量子力学知识精要与真题详解
- 流体力学知识精要与真题详解
- 普通物理知识精要与真题详解

目 录

前言

第一章 量子力学的诞生	1
第一节 重点与难点解析	1
第二节 名校考研真题详解	5
第三节 名校期末考试真题详解	9
第二章 波函数与 Schrödinger 方程	10
第一节 重点与难点解析	10
第二节 名校考研真题详解	13
第三节 名校期末考试真题详解	28
第三章 一维定态问题	33
第一节 重点与难点解析	33
第二节 名校考研真题详解	43
第三节 名校期末考试真题详解	71
第四章 力学量用算符表达与表象变换	77
第一节 重点与难点解析	77
第二节 名校考研真题详解	91
第三节 名校期末考试真题详解	114
第五章 力学量随时间的演化与对称性	124
第一节 重点与难点解析	124
第二节 名校考研真题详解	131
第三节 名校期末考试真题详解	135
第六章 中心力场	137
第一节 重点与难点解析	137
第二节 名校考研真题详解	143
第三节 名校期末考试真题详解	156
第七章 粒子在电磁场中的运动	159
第一节 重点与难点解析	159
第二节 名校考研真题详解	163
第三节 名校期末考试真题详解	164
第八章 自旋	165
第一节 重点与难点解析	165
第二节 名校考研真题详解	170
第三节 名校期末考试真题详解	202

第九章 力学量本征值问题的代数解法	212
第一节 重点与难点解析	212
第二节 名校考研真题详解	215
第三节 名校期末考试真题详解	226
第十章 定态问题的常用近似方法	232
第一节 重点与难点解析	232
第二节 名校考研真题详解	239
第三节 名校期末考试真题详解	266
第十一章 量子跃迁	277
第一节 重点与难点解析	277
第二节 名校考研真题详解	282
第三节 名校期末考试真题详解	285
第十二章 散射	288
第一节 重点与难点解析	288
第二节 名校考研真题详解	295
第三节 名校期末考试真题详解	300
附录	302
1. 南京大学 2008 年《量子力学》考研试题与答案	302
2. 浙江大学 2009 年《量子力学》考研试题与答案	308
3. 武汉大学 2007 年《量子力学》考研试题与答案	312
4. 吉林大学 2009 年《量子力学》考研试题与答案	315
5. 北京师范大学 2009 年《量子力学》考研试题与答案	318
6. 西安交通大学 2006 年《量子力学》考研试题与答案	322

第一章 量子力学的诞生

第一节 重点与难点解析

一、黑体辐射与 Planck 的量子论

1. 黑体

能将入射到它上面的所有电磁辐射全部吸收的物体被称为理想黑体或绝对黑体，简称黑体。

说明：①黑体是个理想化的模型；②对于黑体，在相同温度下的辐射规律是相同的。

2. 热辐射

任何温度下，宏观物体都要向外辐射电磁波。电磁波能量的多少，以及电磁波按波长的分布都与温度有关，故称为热辐射。

物体温度超过绝对零度时，就会向外辐射电磁波（一般是红外辐射），利用物体的这种性质，可以制作各种探测仪，探测物体性质，在军事上有重要应用。

热平衡现象：辐射和吸收的能量恰相等时称为热平衡，此时温度恒定不变。

3. 与辐射有关的物理量

(1) 单色辐出度。对于热力学温度为 T 的黑体，其单位面积上，在单位时间内、单位波长范围内所辐射的电磁波能量，称为单色辐射出射度，简称单色辐出度，用 $M_\lambda(T)$ 表示。

(2) 辐射出射度。在单位时间内，从热力学温度为 T 的黑体的单位面积上、所辐射的各种波长范围的电磁波的能量总和，称为辐射出射度，简称辐出度，表达式为：

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_\lambda(T) d\lambda$$

4. 黑体辐射

如图 1-1 所示，可以将一空腔看作黑体，当一束光线入射时，它将被完全吸收而无法逃出。当空腔与内部的辐射处于平衡时，腔壁单位面积所发射的辐射能量和它所吸收的辐射能量相等。

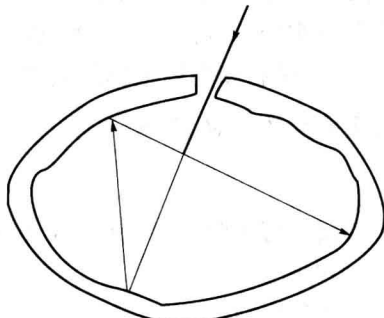


图 1-1

(1) 斯特藩—玻尔兹曼定律。黑体的辐射出射度与黑体的热力学温度的四次方成正比，这就是斯特藩—玻耳兹曼定律，表达式为：

$$M(T) = \sigma T^4 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$$

其中， $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ，为斯特藩—玻耳兹曼常量。

(2) 维恩位移定理。随着黑体温度的升高，其单色辐出度最大值 λ_m 所对应的波长按照 T^{-1} 的规律向短波方向移动，即 $\lambda_m T = b$ ，其中， $b = 2.897756 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$ 。

从图 1-2 可看出，单色辐出度最大值随温度的变化。

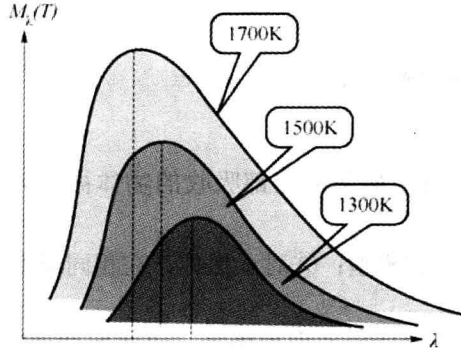


图 1-2

(3) 维恩公式。维恩假定了谐振子的能量按频率的分布类似于麦克斯韦速率分布律，然后用经典统计物理学方法导出了下面的公式： $M_\lambda(T) = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T}$ 。其中， c_1 、 c_2 为实验确定的参数，如图 1-3 所示。

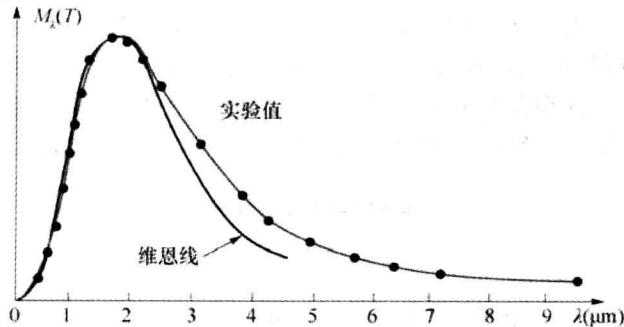


图 1-3

说明：维恩公式只在短波波段与实验符合，而在长波波段与实验差别较大。

(4) 瑞利—金斯公式。1900 年，瑞利和金斯根据经典电动力学和经典统计力学理论导出黑体单色辐出度与波长和温度关系的函数： $M_\lambda(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$ 。其中， $k = 1.380658 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ ， k 为玻尔兹曼常数。

说明：瑞利—金斯公式在长波波段与实验符合得很好，但在短波波段与实验有明显差异，这就是著名的“紫外灾难”，如图 1-4 所示。

(5) 普朗克假说，普朗克黑体辐射公式。

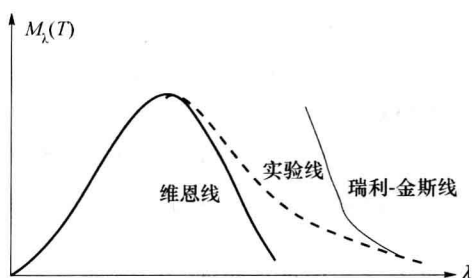


图 1-4

在瑞利—金斯公式和维恩公式的基础上，普朗克进一步分析实验曲线，他假设黑体辐射空腔中振子的振动能量并不像经典理论所主张的那样和振幅平方成正比并且连续变化，而是与振子的频率成正比，并且只能取离散值 $0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$ ， $h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$ 是普朗克常数。与此相应，腔中辐射场和温度为 T 的腔壁达到热平衡后，能量也只能是 $h\nu$ 的整数倍。

基于上述假设，按照玻尔兹曼分布律，普朗克导出了普朗克辐射公式：

$$M_{\lambda}(T) = \frac{2\pi\hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

说明：①普朗克假说不仅圆满地解释了绝对黑体的辐射问题，还解释了固体的比热问题等，它成为现代理论的重要组成部分；②从普朗克公式可导出斯特藩—玻耳兹曼定律、维恩公式、瑞利—金斯公式。

二、光电效应与 Einstein 的光量子

1. 光电效应

金属中的自由电子在光的照射下，吸收光而逸出金属表面的现象叫光电效应，所逸出的电子叫光电子，由光电子形成的电流叫光电流，使电子逸出某种金属表面所需的功称为该种金属的逸出功。

光电效应的特点：

(1) 对于一定的金属材料做成的电极，有一个确定的临界频率 ν_0 。当照射光频率 $\nu < \nu_0$ 时，无论光的强度多大，都不会观测到光电子从电极上射出；而当入射光频率 $\nu > \nu_0$ 时，无论强度多大，都能观测到光电子。

(2) 每个光电子的能量只与照射光的频率有关，而与光强度无关。光强度只影响光电流的强度，即单位时间内从电极面积上逸出的光电子的数目。

这两个特点无法用经典物理学来解释，因此需要新的理论来描述光电效应。

2. 爱因斯坦光电方程

1905 年，爱因斯坦对光的本性提出了新的理论，认为光束可以看成是由微粒构成的粒子流，这些粒子流叫做光量子，简称光子。一个频率为 ν 的光子具有能量 $E = h\nu$ 。当频率为 ν 的光子照射到金属表面，逸出电子的动能为： $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - A$ 。其中 m 是电子质量， A 为金属的逸出功。

3. 光电效应解释

(1) 饱和光电流强度与光强成正比。对于给定频率的光束来说,光的强度越大,表示光子的数目越多,光电子越多,电流越大。

(2) 临界频率的存在。当入射光频率低于临界频率 ν_0 , $h\nu < A$ 不会有光电子逸出,只有当入射光频率足够高,每个光子的能量足够大,电子才能克服逸出功而逸出金属表面。所以临界频率 $\nu_0 = A/h$ 。

(3) 光电效应的瞬时性。当电子一次性地吸收了一个光子后,便获得了 $h\nu$ 的能量而立刻从金属表面逸出,没有明显的时间滞后。

三、原子结构与 Bohr 的量子论

1. 经典理论对于原子结构解释所遇到的困难

(1) 原子向外辐射电磁波,随电子运动轨道的半径不断减小,辐射电磁波的频率将连续变化。而实验发现,氢原子光谱是离散的,并非连续。

(2) 原子的核型结构是不稳定的,绕核旋转的电子最终将落到原子核上,但实际原子是稳定的,电子不会落到原子核上。

2. Bohr 的氢原子理论

Bohr 从大量的实验事实出发,发现量子化是解决原子问题的关键,因此他提出了两个极为重要的概念:

(1) 原子能够,并且只能稳定地存在于与离散的能量相对应的一系列状态中,这些状态称为定态。因此,原子能量的任何改变,包括吸收和发射电磁辐射,都只能在两个定态之间以跃迁的方式进行。

(2) 原子在两个定态(高能级 E_i 和低能级 E_f)之间跃迁时,要辐射或吸收能量为 $h\nu$ 的光子,其中 $h\nu = E_i - E_f$ 。

(3) 角动量量子化条件:作定态轨道运动的电子的角动量 L 的数值只能等于 \hbar 的整数倍,即 $L = n\hbar$, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。Sommerfeld 等为了处理多自由度体系的周期运动的能量量子化,推广了量子化条件: $\oint p_k dq_k = n_k h$, $n_k = 1, 2, 3, \dots$ 。其中 q_k 、 p_k 为一对共轭的正则坐标与动量,上式积分为对周期运动积分一个周期。Sommerfeld 量子化条件得到了一些有价值的结果,但有时也会导出荒谬的结论。

Bohr 根据上述思想,定量的求出了氢原子辐射电磁波频率公式:

$$\nu_{kn} = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

其中, $E_n = \frac{-m_e e^4}{2\hbar^2 n^2}$, 因此里德伯常量 $R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3 c}$ 。

3. 玻尔理论的困难

(1) 不能解释多电子原子的光谱。

(2) 只能给出光谱线的频率,不能解释谱线的强度和宽度。

(3) 不能处理非束缚态的问题(例如散射态)。

(4) 不能解释量子化的条件从何而来, 它仍保留经典力学中的轨道概念, 把经典力学规律强加于微观粒子, 属唯象理论。

四、Heisenberg 矩阵力学的提出

量子力学的理论体系于 1923~1927 年间建立, Heisenberg 的矩阵力学和 Schrödinger 的波动力学几乎同时提出。

矩阵力学的提出与 Bohr 的早期量子论有很密切的关系。Heisenberg 继承了早期量子论中的一些合理的思想的同时, 摒弃了一些没有实验根据的概念。按照 Heisenberg 的分析, 对于氢原子中的电子, 要肯定电子确实沿 Bohr 轨道运动, 必须不断对电子位置进行测量, 并要求位置测量的误差 $\Delta x \ll a$ (Bohr 轨道半径)。这种观测只有用波长 $\lambda \ll a$ 的 X 射线才有可能。但按照 Compton 散射, 光子与电子的相互作用由动量转移 $\approx h/\lambda \gg h/a$, 因而对电子运动将产生一个扰动。要求位置测得越精确, 就要求使用的 X 光波长越短, 给电子的扰动就越大, 电子就不可能维持原来的运动状态。所以无限跟踪一个电子是不可能的, 而实验条件给出的误差甚至远大于这种不确定性的量级, 所以也无法从实验上推翻这种观点, 这就是不确定关系。因此 Heisenberg 抛弃了精确轨道的概念, 认为任何物理理论只应涉及可以观测的物理量。

Heisenberg 的矩阵力学, 认为每个物理可观测量都可以用矩阵表示, 它们遵守不可对易代数, 对应着不确定关系。

五、de Broglie 的物质波与 Schrödinger 波动力学的提出

1. de Broglie 波

1924 年, de Broglie 在 Planck-Einstein 的光量子论和 Bohr 的氢原子理论的启发下, 大胆地设想: 波粒二象性是光子和一切实物粒子的共同本质。他假定: 与具有一定能量和动量的物质粒子相联系的波的频率和波长分别为 $\nu = \frac{E}{h}$ 、 $\lambda = \frac{h}{p}$, 称为德布罗意关系。

2. 实验验证

1927 年, Davisson 和 Germer 实验证实了电子德布罗意波的存在。不仅电子, 中子、质子等其他微观粒子都具有波动性。由于普朗克常数 h 是个小量, 一般实物粒子的德布罗意波长很短, 因此波粒二相性直到 20 世纪才被实验观测到。

3. Schrödinger 波动力学

波动学的思想来源于 de Broglie 的物质波。Schrödinger 在物质波思想的启发下, 找到了量子体系的波动方程——Schrödinger 方程。可以证明, 矩阵力学与波动力学完全等价。

第二节 名校考研真题详解

【1-1】(浙江大学 2008 年考研试题) 什么是光电效应?

解: 光照到金属表面导致大量电子从金属表面逸出现象即为光电效应。

【1-2】(浙江大学 2006 年考研试题) 你知道量子力学中的哪些效应在经典物理中没有对应。

解: 光电效应、康普顿效应、量子隧穿效应等。

【1-3】（武汉大学 2002 年考研试题）名词解释：德布罗意假设

解：微观粒子也具有波粒二象性，粒子的能量 ε 和动量 P 与波的频率 ν 和波长 λ 之间的关系，正像光子和光波的关系一样，为：

$$\begin{cases} \varepsilon = h\nu = \hbar\omega \\ P = h/\lambda = \hbar k \end{cases}$$

【1-4】（华中科技大学 2003 年考研试题）玻尔的原子理论实际上是一个半经典理论，简述这里所说的“半经典”的含义。

解：玻尔的原子理论将理论中轨道半径和能量量子化，但该理论把微观粒子看作经典力学中的质点，把经典力学的规律用于微观粒子，这样导致理论中存在难以解决的内在矛盾，因此，玻尔的原子理论被称为半经典理论。

【1-5】（华中科技大学 2003 年考研试题）20 世纪的一些著名实验触发了从经典物理向量子物理的跃变并为这种跃变提供了最初的实验事实，试将这些实验进行分类并简要说明由这些实验事实所抽象出的一些基本概念。

解：这些实验大致可分为两类：

一类是光的粒子性实验，如黑体辐射、光电效应等实验，证实了光也具有粒子性，从而建立了光具有波粒二象性的概念。

另一类是粒子的波动性实验，如电子、中子在晶体表面的衍射、电子 Young 双缝实验等，证实了微观粒子具有波动性，从而建立了物质波概念。

【1-6】（华中科技大学 2003 年考研试题）“物体以 $h\nu$ 为能量单位不连续地发射或吸收频率为 ν 的电磁波，但辐射本身作为广布于空间的电磁波其能量是连续分布的”，试问这一说法是否正确？

解：不正确。因为辐射本身既有波动性（其能量连续），又有粒子性（其能量量子化）。

【1-7】（华中科技大学 2003 年考研试题）长期以来人们一直认为电子是一种带电的微观粒子，但随着量子力学的诞生，人们对电子又有了新的认识，问最为典型的两种新认识是什么？试设计两个实验以支持这两种新认识。

解：电子是一个物理实在，它具有波动和粒子二重性质，可以说电子既是粒子又是波，是波和粒子的混合体。但在不同的物理现象中，往往只有其中一方面的性质被突现出来，如：在阴极射线和 β 衰变等现象中，电子的粒子性占主导地位；而在晶体衍射、电子的双缝干涉等现象中，电子的波动性占主导地位。

电子的波动性体现为一种几率波。几率波可以发生类似经典物理中波所特有的衍射现象。

电子双缝干涉实验可以证明电子具有波粒二象性。起初电子很少时，打在荧光屏上是分散的亮点，说明电子是一种粒子；但是大量电子的亮点形成了明暗相间的条纹，说明电子可以发生干涉，具有波动性。

【1-8】（华中科技大学 2002 年考研试题）玻尔在当初建立原子光谱理论时作了哪些基本假设？该理论在解决实际问题时遇到困难，原因何在？德布罗意又是如何解决这些问题的？

解：

(1) 经典轨道加定态条件。如图 1-5 所示，原子系统只存在一系列不连续的能量状态，处于这些状态的原子其相应的电子只能在一定的轨道上绕核作圆周运动，但不辐射能量，这

些状态称为原子系统的定态，相应的能量分别取不连续的量值（称为能级）： E_1, E_2, E_3, \dots ($E_1 < E_2 < E_3 < \dots$)。

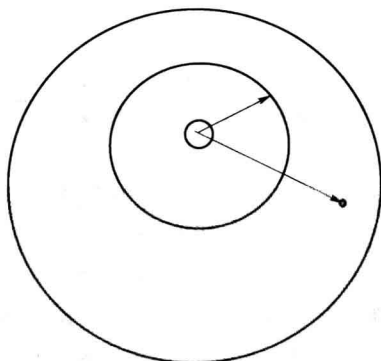


图 1-5

氢原子：电子圆周运动的能量：

$$E_n = T_n + V_n = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

电子圆周运动的半径：

$$r_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2Rhc} n^2 \quad (n=1,2,3,4,\dots)$$

(2) 频率条件。在某一轨道上运动的电子，由于某种原因而发生跃迁时，原子就从一定态过渡到另一定态，同时吸收或发出光子（单色光波），光子能量（光波频率）由两个定态的能量差来决定： $h\nu_{nm} = E_n - E_m$ （设 $E_n > E_m$, $E_n \rightarrow E_m$ 为辐射, $E_m \rightarrow E_n$ 为吸收）

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2} \quad R=1.09677576 \times 10^7 / \text{m}$$

(3) 角动量子化。作圆周运动的电子其角动量是量子化的： $L = m_e v r_n = n\hbar$, $n=1,2,3,\dots$ 。

该假设遇到的困难是为什么电子只能在一定的轨道上绕核作圆周运动，并且不辐射能量，这与经典电磁理论矛盾。

德布罗意提出电子既有粒子性又有波动性，从而解决了电子只能在一定轨道上运动的问题。但对为什么不辐射仍然没有给出合理的解释。

【1-9】（哈尔滨工业大学 2003 年考研试题）何谓微观粒子的波粒两象性？

解：微观粒子既不是粒子，也不是波。更确切地说，它既不是经典意义下的粒子，也不是经典意义下的波，但是，它即具有经典粒子的第一条属性（具有确定的质量、电荷与自旋），又具有经典波动的第三条属性（具有干涉与衍射现象）。严格地说，电子就是电子，粒子与波只是微观粒子的两种不同的属性。如果硬是要用经典的概念来理解它的话，那么，它既具有经典粒子的属性又具有经典波动的属性，是经典粒子与经典波动这一对矛盾的综合体。

【1-10】（郑州大学 2007 年考研试题）微观粒子具有_____二象性，德布罗意公式为 $E = \underline{\hspace{2cm}}$, $p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：波粒 $h\nu$ $\frac{h}{\lambda}$

【1-11】（北京科技大学 2004 年考研试题）1924 年，德布洛意提出物质波概念，认为任

何实物粒子, 如电子、质子等, 也具有波动性, 对于具有一定动量 p 的自由粒子, 满足德布洛意关系: _____。

$$\text{答案: } \lambda = \frac{h}{p}$$

【1-12】(北京科技大学 2004 年考研试题) 假设电子由静止被 150 V 电压加速, 求加速后电子的物质波波长: _____。

$$\text{答案: } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.109 \times 10^{-31} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 150}} \approx 1.0 \times 10^{-10} \text{ m}$$

【1-13】(北京科技大学 2004 年考研试题) 对宏观物体而言, 其对应的德布洛意波波长极短, 所以宏观物体的波动性很难被观察到, 但最近发现介观系统(纳米尺度下的大分子)在低温下会显示出波动性。计算 1K 时, C_{60} 团簇(由 60 个 C 原子构成的足球状分子)热运动所对应的物质波波长: _____。

$$\text{答案: } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_{C_{60}} E}} = \frac{h}{\sqrt{3m_{C_{60}} k_B T}} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{\sqrt{3 \times 60 \times 2 \times 10^{-26} \times 1.381 \times 10^{-23} \times 1}} \approx 1.0 \times 10^{-10} \text{ m}$$

【1-14】(电子科技大学 2006 年考研复试试题) 独立于光谱规律领域, 证明原子存在定态分离能级的实验是_____实验; 证明电子自旋空间取向量子化的实验是_____实验; 验证光具有粒子性的典型实验有_____; 验证电子具有波动性的实验有_____。

答案: 夫兰克-赫兹 史特恩-盖拉赫 光电效应或康普顿实验
戴维逊—革末实验或汤姆逊实验

【1-15】(电子科技大学 2006 年考研复试试题) 利用玻尔-索末菲量子化条件, 求解在均匀磁场中作圆周运动的电子轨道的可能半径, 相邻轨道的动能间隔。

解:

(1) 可能的轨道半径。由玻尔-索末菲量子化条件:

$$\oint p \cdot dq = nh \Rightarrow 2\pi r_n m v = nh \Rightarrow r_n = \sqrt{\frac{n\hbar}{m\omega}}$$

$$\left. \begin{array}{l} Bqv = m \frac{v^2}{r} \\ T = \frac{2\pi r}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

在磁场中作圆周运动的粒子满足

因 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 于是:

$$r_n = \sqrt{\frac{n\hbar}{Bq}}$$

(2) 相邻轨道的动能间隔。因为 $E_k = \frac{1}{2} m r_n^2 \omega^2 \Rightarrow E_k = n \frac{Bq\hbar}{2m}$ 。相邻轨道的动能间隔为

$$\Delta E_k = \frac{Bq\hbar}{2m}。$$

【1-16】(宁波大学 2009 年考研试题) 写出索末菲的量子化条件。

解: $\oint pdq = mhp$, 其中 q 是电子的一个广义坐标, p 是对应的广义动量, 回路积分沿运

动轨道积一周, n 是正整数。

第三节 名校期末考试真题详解

【1-17】(福建师范大学 2003—2004 学年第 2 学期期末考试试题) 德布罗意关系式是_____和_____。

答案: $E = h\nu = \hbar\omega$ $\bar{P} = \frac{h}{\lambda}n = \hbar\bar{k}$

【1-18】(河北大学 2004—2005 学年第 1 学期期末考试试题) 对“轨道”和“电子云”的概念, 量子力学的解释是什么?

解: 电子云是指用点的疏密来描述粒子出现的几率; 轨道是指电子径向分布几率最大之处。

【1-19】(长春理工大学 2004—2005 学年第 1 学期期末考试试题) 什么是德布罗意波? 并写出德布罗意波的表达式。

解: 描写自由粒子的平面波称为德布罗意波, 其表达式为:

$$\psi = Ae^{i(\bar{p}\cdot\bar{r} - Et)}$$