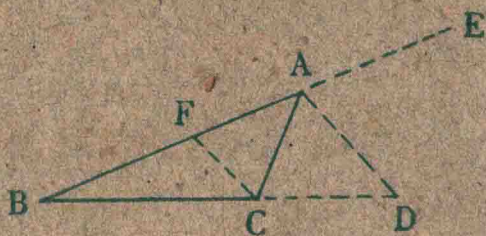


中学数学教学参考资料选辑

②



一九六三年 二月 十五日

广东省教育厅教学研究室編印

說 明

这本小册子是我们继续从《人民教育》1962年第4期至第10期所发表的有关中小学各科的教学工作问题的文章中分科选编而成的。这些文章对我省中小学教师进一步钻研教材，改进教学工作，提高教学质量，以及开展教学研究活动，总结教学经验，都有很大的作用。故印行以供教师们学习参考。

广东省教育厅教学研究室

一九六二年十月

目 录

- 合肥市中学数学教学情况和今后意见安徽省教育厅 (1)
- 数学的基本訓練与灵活运用閔嗣鶴 (7)
- 数学教学的备課江苏泰州中学 叶 宁 (12)
- 数学教学中的对比方法四川泸州师范学校 劳瑞新 (18)
- 培养学生正确运用数学語言长沙市一中 黎有为 (22)
- 試談数学教学中的巩固問題江苏泰州中学 叶 宁 (29)
- 在代数教学中要重視恒等变形云山、孝达 (37)
- 平面几何的推理論証問題向 明 (44)
- 初中二年級几何作业常见錯誤的分析
(心理学实验研究)华南师范学院 吳鴻业 (49)
- 从学解析几何談打好数学基础的重要性紀 思 (60)
- 十年制代数課本第一册試教体会
.....武昌水果湖中学 寒 山 (69)
- 培养学生閱讀数学书籍的能力歙县徽州师范 呂烈翰 (74)
- 推荐《青年数学小丛书》杜 宣 (79)

合肥市中学数学教学情况和今后意见

安徽省教育厅

最近教育厅召集合肥市部分中学的数学教师，举行教学座谈会，就当前教学情况进行了分析研究，并对今后如何提高教学质量问题，交换了意见。会上发言要点，综合整理如下：

(一)

近年来各校数学教学取得很大成绩，突出表现在很多原来程度较差的学生，到毕业时实际程度都显著提高；一个班内学生数学程度的差距，大为缩减。高中毕业生对数学教材中的重点基础知识一般均能掌握，解题能力比过去增强。

当前教学中存在的主要问题是：

1. 各个年级，特别是初中各年级，数学基础打得不牢，学生知识缺陷逐年增加，积压到高三时集中解决，造成教学上很大的困难。许多应该在初中熟练掌握的知识技能，如关于代数式的恒等变形，分式和根式的计算，布列方程和解一次方程组，以及平面几何中一些基础知识，在高二和高三学生的答问、作业和试卷中，仍经常出现很多错误。

2. 中学阶段，特别是高中阶段，所学数学知识内容少了

一些；同时，学生的逻辑思维能力和独立学习能力较差，不能适应升入高等学校继续深造的需要。高中毕业生进大学理工类科系后，由于初等函数、极限等知识学得少，并且没有学过解析几何，必须补学，这就加重了大学数学的负担；而学生数学语言表达能力不强、不善于记笔记、看书抓不住要点、逻辑思维能力差、对概念的理解不够严密准确和怕做论证题目等等，也使学习效果受到影响。

3. 优秀学生的数学才能没有得到充分的发挥。突出表现在成绩优秀的学生，普遍满足于完成教师所布置的一般性作业，很少继续深入钻研课本和课外书籍，很少发现问题，向教师质疑问难，以求得进一步的提高；教师备课时满足于一般内容的教学，很少注意引导优秀学生进一步钻研。因此，目前各校数学成绩特殊优异的学生不多。

产生以上问题的原因，主要有：

1. 教学目的任务不明确。近年来很多教师和学生对于数学教学的目的任务，不够明确，眼光大都集中在高等学校招生考试的分数上面，看得不远。他们只满足于高考大纲中基础知识技能的教学和致力于在高考中考得较高的分数，而没有充分考虑到祖国社会主义建设中各项科学技术对于提高数学教学水平的迫切需要。例如高考大纲以外的一些中学数学知识技能，平时也应该学好，尤其是成绩较好的学生更是完全可能学好的；同时数学语言表达能力、数学书籍阅读能力和逻辑论证能力的培养，是对每个学生都应该注意的；但对于这些，过去，都注意得很不够。

2. 各个年级的教学要求不明确，没有建立起逐年完成一定教学任务（保质保量）的教学责任制。近几年来，关于数学教学大纲，旧的已不完全适用，新的又没有，教师对于各

个年級教材应有的深度和广度，以及各个年級具体的教学要求，都不够明确。同时，由于有些教师教学责任心不强，对学生要求不严格等原因，致使学生知識缺陷不能及时得到弥补，长期积累，无法分清責任，因而各个年級的教学責任制也难于建立。

3. 教学方法上还有一些問題。其中最突出的是在課堂教学中启发学生的积极思維活动做得不够。不少教师講課又多又快，沒有为学生留有思考的余地。許多过去行之有效的教学方法，如运用直观教具、課堂提問、复习巩固、課堂练习等，也都沒有充分运用。布置习题时，有的数量过少，有的不注意质量。特别是所布置的习题和堂上讲的例题在难易程度上很少差距，在題目类型上很少变化，学生可以不要思考，照搬照套，这对培养学生独立思考和解题能力是非常不利的。此外，教师在学生平时作业、測驗和口头答問等方面要求不严，对学生語言表达能力、計算能力和邏輯思維能力等方面的培养，也有很大的不利影响。

4. 教学時間較紧。近年来，虽然各校注意保證了上課時間，但由于劳动較多，教学过程仍然感到紧迫。从教师方面看，課堂教学忙于赶进度，沒有充分的时间选择运用恰当的教法来启发学生积极思維活动和进行复习巩固工作；課外忙于輔導程度較差的学生，也沒有充分的时间和精力来注意发展优秀学生的数学才能。从学生方面看，忙于赶学各門功課，每天作业很多，也沒有充分的时间来深入钻研課本和課外讀物。

5. 教师专业知識水平不够。很多教师不能居高临下地处理教材，教学时掌握不住教材內容的重点、难点和內在联系，不能揭露知識本質，尤其是部分初中教师，对于下放教

材所感到的困难更大。

(二)

根据上述情况，对今后如何提高数学教学质量，提出以下意见：

1. 要明确中学数学教学的目的任务。在教学中必须站得高，看得远，充分考虑到祖国社会主义建设事业对于提高数学科学水平的迫切需要，从而注意全面地培养学生将来参加生产和继续升学深造所必需的各方面的数学知识和技能。对学生的要求，不能仅仅满足于考试时得到的较高分数，而要在平时注意不断提高他们的实际的阅读能力、语言表达能力、计算能力和逻辑论证能力，等等。不仅要迅速提高大量的原来程度较差的学生，而且要注意“拔尖”，培养成绩优异的学生。要从一年级起，就加以全面注意，打好基础，逐步提高。

2. 明确各年级教学要求，认真建立教学责任制。今后学期或学年结束时，如必须调换教师，新旧教师应根据各年级教学具体要求，认真进行交接手续。必须分清每个年级教师的责任，以便大家负责，全面提高数学教学质量。并且建议各校教研组、学校领导或教育行政部门，今后在学期或学年考试时，根据各年级教学具体要求来命题。对于目前已经形成的学生知识缺陷，要有计划地认真弥补，特别要抓紧初一和高一新生的补缺补差工作。

3. 改进教学方法，加强基本训练和培养学​​生思维能力。讲课时要充分启发学生积极思维，培养他们独立思考的能力，使学生不仅知道“是什么”，而且理解“为什么”。教师授课不要讲得过多过快，以致学生没有思考的余地。许多过去

行之有效的教學方法，如運用直觀教具、課堂提問、復習鞏固、課堂練習等，今後應該繼續充分地運用起來。

教師布置習題時，必須保證數量和質量。課本中練習題過少的部分（如初中代數應用題、代數式恒等變形等），應該適當增加，以保證達到鞏固基礎知識和熟練基本技能的目的是。要有一定數量的主要用來鞏固基礎知識和熟練基本技能的較簡單的習題，還要在此基礎上有一些主要用來發展學生思維能力的較複雜的習題。所布置的習題，應該有一部分和堂上講的例題在題目類型上有所變化，在難易程度上保持一定的差距；差距過大是不適當的，完全沒有差距也是不適當的。每次布置作業，除規定某些題目（包括一部分較難的題目）是全班學生必作的以外，還可以另外布置一些更難一些的题目讓學生自由選作，以進一步發展優秀學生的數學才能。

在教學中，對學生的要求必須嚴格。要經常地通過對學生平時作業、測驗和口頭答問等方面的嚴格要求，培養學生的數學語言表達能力、計算能力和邏輯思維能力。在初中，要較多地注意學生基本計算能力的訓練，使其達到十分熟練的程度；在高中則要注意學生思維能力的發展，並適當培養學生閱讀課外書籍和記筆記的能力。

在數學教學中，還應該注意與其他學科的配合，特別是與物理科的密切配合。例如物理教學中所必需應用的數學知識，數學教師要及時認真教會學生，以免物理教學中還要補學數學知識，加重物理的教學負擔。在數學教學中還可以適當選做一些應用學生已經學過的物理知識的練習題，並且請物理教師在物理教學中對學生數學知識技能的運用也要嚴格要求。這樣相互配合，就可以收到較大的教學效果。

課堂教學中，要合理安排教學進度，保證有充分的時間啟

发学生思维活动，并认真进行课堂练习和复习巩固工作。在课外，要指导学生合理安排自习时间，使学生有充分的时间阅读课本和完成作业，还要保证成绩优秀的学生有一定的时间阅读课外读物和进行课外研究活动。教师还要合理安排自己的工作时间，既要主要的精力和时间用于提高全班学生程度，也要以一定的精力和时间来发展优秀学生的数学才能。

4. 加强教师进修，提高师资水平。根据教师不同的情况，分别采取不同的措施。原来水平较高、教学经验丰富的教师，可通过自学，适当结合集体研究，系统地学习政治理论、教育理论和数学专业知识，钻研教学上一些重大问题。同时还要注意帮助青年教师不断提高业务水平。教学效果尚好，但专业基础知识较差的教师，应通过函授或自修，系统学习数学基础知识。对中学数学教材未能全面熟悉的，应首先熟悉全部中学数学教材，可以先纵（例如代数教材从初一到高三）后横（同年级代数、几何和三角并进的教材）；在熟练掌握中学全部教材的基础上，再系统进修高师数学专业课程。专业基础知识的实际水平较差、缺乏教学经验、教学效果不好的教师，应该首先集中力量，学好所教课程的教材内容，“缺什么、补什么”、“先学后教、边学边教”，在搞懂教材内容的基础上，相应的研习教法，力求搞好当前的教学工作。经过一段时期基本上能够胜任工作以后，再系统学习专业基础课程，进一步提高。他们进修的方式，主要是短期离职轮训和参加寒暑假讲习会；平时在校进修，以“老教师带徒弟”、“排超前课”、“排平行课”、“请老教师讲课”、“请老教师指导试教”等方式进行学习。所有教师都要在能够切实保证搞好当前的教学工作的前提下，尽最大努力加强在职进修工作。

对于担任从高中下放到初中这部分教材的教师，建議各专、市教育局特別抓紧組織他們进修这方面的教材教法，如举办短訓班、假期講習会等，使他們能够迅速胜任教学工作。

5. 編写教学参考資料、进修参考資料和数学学习手册。与会的同志，建議省教育厅組織部分有經驗的教师，編写全套的数学教学参考資料，和教师进修資料，包括代数与初等函数、解析几何、数学分析等部分，供教师进修时参考。此外，建議教育厅編印学生数学学习手册，汇集中学学生在各个年級應該熟記的定义、定理、法則、公式和常数等。选入手册的內容，要經過慎重研究，既不能要求学生熟記过多的材料加重他們的負担，也不能让重要的經常应用的必須熟記的材料遺漏。这些材料必須要求学生在充分理解的基础上熟記，坚决防止死記硬背。手册中还可以附录一部分不必熟記但須經常查閱的材料，如三角函数表、对数表等，以便利学生查閱。

(原載《人民教育》1962年第4期)

数学的基本訓練与灵活运用

閔嗣鶴

在这次北京市数学竞赛以后，不少中学生对于第二試的一些題目感到无从下手；不少教师不知用什么方法，才能使学生会灵活运用知識。因此，我們就发生这样的問題：怎

样才能学会灵活运用，怎样教学生灵活运用？

老实說，我也感到这問題很难回答，不禁使我想到孟子的話：“梓匠輪輿能予人规矩，不能使人巧”。我觉得予人“规矩”也就是教給人“一套方法”，或者說是“基本訓練”，看来还好办一些；至于使人“巧”也就是使人“灵活运用”，虽然不能象冬烘先生那样，根据古人的話，就断定是“不能”，起碼我感到这是很难办的事。至于要想出一套教人“灵活运用”的方法，更是难上加难了。

在这次数学竞赛里，有一个出人意料的事，就是有的中学生能作出第二試的两个“巧”題，可是对于第一試的普通題目，却只得到（百分制的）五分！这一个很特别的现象使我感到不是“灵活运用”不会，而是“基本訓練”太差了。当然，还有更多的人，第一試得很高的分数，甚至是一百分，第二試才得几分，这倒是比較容易理解的，因为第二試的题目的确比較难，比較更需要“灵活运用”。

为什么会发生这种现象呢？难道“基本訓練”和“灵活运用”是毫不相干的嗎？是由于我們只会教“基本訓練”而不会教“灵活运用”嗎？真的能“予人规矩”而不能“使人巧”嗎？

仔細地思索一下，会发现并不是那么一回事。“基本訓練”应该是“灵活运用”的基础。“基本訓練”的目的就是“灵活运用”，教人“灵活运用”的手段就是“基本訓練”。因此，問題的症結并不在怎样教人“灵活运用”；而在于如何給人以“基本訓練”。

举个例子来说，当我们教学生解某一类数学問題的时候，我們就把解那一类問題的所有“巧法”罗列出来，教給学生。甚至把問題分好类型，使得学生碰到这一类問題

的时候，只要“按图索骥”，就可以找到老师给的“巧法”，不费脑筋，就把题完全作对了。这种方法好不好呢？如果我们希望我们的学生在统一考试里得到较高的录取率，也许这是相当“有效”的一种方法。但是这种“使人巧”的“教学法”，刚好造成“死守成规”的毛病。极端的情况，学生碰到的题目只要形式上与老师所教的不完全相同，就会套不上公式，以致作不出来。还有的考大学时，虽然录取分数不低，甚至很高，但在大学学习的过程中，却感到自己学习方法不对头，以致成绩不如别人。

真正的“基本训练”应该与此相反。它不是把“巧”硬教给人，而是使学生通过这“基本训练”，自己发现“巧”，总结“巧”，进一步提高“巧”。

还是以出习题为例。最初不能不出些内容简单，形式相同的，不这样不能使学生巩固所学的方法，并从其中摸索到解题的路数。因此，题目的重复与单调是有其必要与意义的。把基本的解法罗列起来，加以分类，使得头绪清楚，容易学习，也不能说要不得。但是只在学习的最初阶段才需要这样，达到这一阶段的目的要求之后，立刻就要变化题目的形式，丰富题目的内容，使得学生能够“舍其形”而“取其质”。例如，当学生已经熟悉方程组 $x+y=a$, $x^2+y^2=b$ 的解法以后，我们就可以让他们解形如 (1) $x^k+y^k=a^k$, $x+y=b$, (2) $xy=a$, $\log^2x+\log^2y=b$ 的方程组，及形如 $\sin x+\cos x=k$ 的方程。这里已经包含初步的灵活运用。从此，循序渐进，形式更加变化，内容更加曲折，或者把几种题目的形式揉合起来，或者把几种题目的解法融会贯通，以致达到高度的“灵活运用”。

这样，虽然我们并没有硬“使人巧”，人家确乎通过我们

布置的“基本訓練”而“熟能生巧”。“給”的是“死的”，是“有限”；“生”的是“活的”，是“无穷”。“青出于蓝，而胜于蓝”的道理，正在这里。

我常常想，为什么有的人感到数学是枯燥无味的，又有的人废寝忘餐去研究数学問題？我想一个主要的原因是，有的人只看到死板的“基本訓練”的一面，有的人却喜爱数学本身生动的“灵活运用”的一面。这一方面是学习方法的問題，同时也是教学方法的問題。教学研究，本来是一种创造性的脑力劳动。在中学里当然談不到作“高深的”教学研究，但是可以通过一些問題，使中学生尝到一些创造性脑力劳动的味道。例如可以使他們通过一些特殊情形，总結出一个定理来。举个简单的例，教师可以让学生求前若干奇数之和，然后让他们自己发现这些和总是一个平方数。从此就引起用数学归纳法证明这个“猜想”的問題，这就比一开始就告诉他们

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2,$$

会有意思得多。熟悉中学教材的人会觉得这样的例子是举不胜举的。例如在讲杨辉三角形（即帕斯卡三角形）时，可以先让学生自己求出 $(x+a)$ ， $(x+a)^2$ ， \dots ， $(x+a)^5$ 的展开式，并寻求这些展开式中各系数之间的关系。在发现它们之间的关系以后，再计算 $(x+a)^6$ ，以检验所发现关系的正确性。最后，再用数学归纳法证明所发现的关系。

又如当我们讲过不等式 $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ （ x, y 表非负数）以后，就可以让学生自己推广到含四个、八个、以至 2^n 个变量的情形，即证明：当 $k_i \geq 0$ ， $i=1, 2, \dots, 2^n$ 时， $\sqrt[2^n]{x_1 x_2 \cdots x_{2^n}} \leq \frac{1}{2^n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_{2^n})$ 从此自然产生，当变量个数 $k=2^n$ 时，是否

也有类似不等式的问题。这样，就引出著名的定理：任意个非负数的几何平均不能大于它们的算术平均。①

最后，还应该谈一下联系实际的问题。我以为作好“基本训练”，学会“灵活运用”，正是为“联系实际”打下基础。实际里提出的问题是多种多样的，它并不依照固定的格式，使我们易于套用公式。因此，只有学会灵活运用，才能真正解决实际问题。如果从实际问题中找几个公式教给学生，那是远远不够的。总结起来，真正的“基本训练”，必然使人能够“灵活运用”，因而也能更好地“联系实际”。所以在教学上今天应该注重和加强的主要环节，还是“基本训练”。

①这个定理的证法很多，现举出一个比较简单的证法：

先讨论 $k=3$ 的特殊情形。这时不等式应该是

$\sqrt[3]{xyz} \leq \frac{x+y+z}{3}$, x, y, z 都 ≥ 0 。首先要证明当 $xyz=1$ 时，不等式成立。事实上利用已讲的不等式，得 $xz+y \geq 2\sqrt{xyz}=2$ 。因此只须证明 $x+z \geq x+1$ 即 $(1-x)(1-z) \leq 0$ 。由于 $xyz=1$ ，我们可以假定 $x \leq y \leq z$ ，因此 $x \leq 1 \leq z$ ，而 $(1-x)(1-z) \leq 0$ 成立。由此可知 $\frac{x+y+z}{3} \geq 1$ 。

1. 当 $xyz=1$ 时，可令 $X = \frac{x}{\sqrt[3]{xyz}}$, $Y = \frac{y}{\sqrt[3]{xyz}}$, $Z = \frac{z}{\sqrt[3]{xyz}}$ ，则 $XYZ=1$ 。

因此 $\frac{X+Y+Z}{3} > 1$ 即 $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$ 。值得注意的是， $k=3$ 的情形是相当有代表性的。用类似的技巧，就可以通过数学归纳法证明：当 $n \geq 0$ 时

$$(\sqrt[n]{x_1 \cdots x_n})^{\frac{1}{n}} \leq \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$$

即 n 个非负数的几何平均总不大于它们的算术平均。

(原载《人民教育》1962年第7期)

数学教学的备课

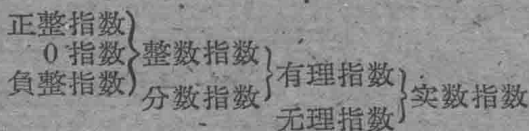
江苏泰州中学 叶 宁

概括备课工作的某些不良倾向，一种是眼高手低，藐视教材，误认为初等数学知识简单，只需浏览一遍，略观大意，毋庸逐字逐句的钻研，而旁征博引，才是业务高强；另一种是舍本求末，总感课本内容干枯泛味，深不下去，发现不到问题，于是追求参考资料，将有关教学目的、教材分析、教学方法、范例演算生搬硬套。上述做法，或则超越教材，或则浮于表面，形成脱离课本实际的现象。

需知备课过程，是教师付出艰巨而细致的思维劳动，发挥个人智慧，揣摩与组织教材的过程。经验证明：唯有把教材备得深、备得透，才是上好一堂课的基本保证。

1. 怎样深入地钻研 “深入”并不意味着“深奥”，而是从厚到薄，提纲挈领的读书工夫。在做法上，也不需要漫无目的旁征博引，而在于梳理知识系统，挖掘知识本质，从而能明确教材的来龙去脉。高二《指数概念的普遍化》这一节教材结构，是以具有自然数指数的幂的理论为基础的，此即来龙：通过定义形式，逐步引进原先完全缺乏意义的一些记号：如 $a^0, a^{-1}, a^{\frac{1}{2}}, a^{\sqrt{2}}$ ……由于在推广的过程中，又必须使旧有运算性质得以保持不变，按照这一规律，才使指数运算获得简化，即当进行分式或无理式变形时，首先归结为负指数

或分指数幂的形式，这就是知識的核心；紧接着，引进指数函数，反过来研究它的反函数——对数，而对数計算在实际問題中，有极其广泛的应用，这便是去脉。由此可知，指数概念的普遍化在教科书里的位置，是起着承先启后的作用。备课的深入，体现在切实掌握三个重点內容： (a) 指数扩展的系統：



(b) 实数指数运算的超越性（非代数的）； (c) 在实际計算中获得簡化的意义，即保留了三个运算性質 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ， $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ， $(a \cdot b \cdot c \dots)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \dots$ 。又如《高次方程》一章的主要內容，包括代数方程的几个重要定理，由于这些定理，是关于一个未知数的有理数函数性質的，因而貫串整个教材的綫索，便是余数定理。而論証 $r = f(a)$ ，又是以多項式 $f(x)$ 被 $x-a$ 除所写出的恒等式 $f(x) = (x-a) \cdot \psi(x) + r$ 这一旧有知識为源起，一旦把余数定理与方程联系起来，就为某些高次方程提供了求根的方法——降低方程的次数。事实上，如果 x_1 是方程 $f(x) = 0$ 的根，必須且只須 $f(x)$ 能被 $x-x_1$ 整除。这时表达成 $f(x) = (x-x_1)\psi(x)$ ，我們便有方程 $(x-x_1)\psi(x) = 0$ ，将其分解为二，即： $x-x_1 = 0$ 和 $\psi(x) = 0$ 。然后求方程其余的根，归结为降次方程 $\psi(x) = 0$ 的根，依此类推。只要通晓这一基础知識的呼前应后，自然会发现一系列代数方程定理的陈述，都借助余数定理进行推演，乃是一脉相承！

2. 怎样理解得透彻 “透”字表现在全部掌握教材的科学性及其邏輯結構，这一步工夫，实际上就是从薄到厚。为此在做法上，应对每一个定理、公式、法則，逐字逐句地钻

研，既要明确科目、章节之間的銜接，又要了解具体教材的位置。现行高三代数 § 112 < 数学归纳法 >，在篇幅上仅占三頁，但全部过程，必須切实探索它的邏輯联系，所有陈述的每一个字眼，都不能有所疏忽。例如，引进数学归纳法时，书中載有：“对于从某一个自然数起任意的自然数 n 都是正确的”一句話，在証明步驟中，又突出“当 n 取第一个值”，“假設当 $n = k$ 的时候 (k 是一个自然数)”。既然在这里数学归纳法的适用范围是属于自然数集，而附加了“从某一个自然数起”，及“ n 取第一个值”，其重要涵义，在于給出运用这一証明方法的广泛性。如几何命题：“証明多边形内角和公式 $s_n = (n - 2)\pi$ ”，根据图形性质，必須从 $n = 3$ 开始計算，又“三个連續自然数立方和，可以被 9 整除”，若把三个自然数表达成 $n - 1$ ， n ， $n + 1$ ，显然， n 便是从 2 开始論証的。如果备課不透，很容易忽略这些問題。又“假設”二字，以及“ k 是一个自然数”也是很重要的。第一步是归纳推理，通过实际驗算，作为判断的基础，为下一步提出假設的依据；但无论怎样，这一过程，終究还是各自孤立的、結論仅对于个别的自然数成立，不能保証在自然数列里起連續递推的作用。所以用一般的文字 k 来代替个别的、具体的自然数 (k 仍然只代表一个自然数)，再进行演繹推理，来論証它的后继数 ($k + 1$)。上述教材要点，教师自身必須具有简单的邏輯知識基础，才能通晓其原委，否則在讲授时，拖泥帶水，用詞含混，学生往往怀疑“假設”是否一定正确呢？而把“ k ”說成任意自然数，或則形式地把 k 換成 $k + 1$ ，也会造成教学上很大的混乱。

在备課过程中，“深”与“透”又是相互促进的。唯有深入钻研，才能融会貫通，胸有成竹；唯有透彻理解，才能左