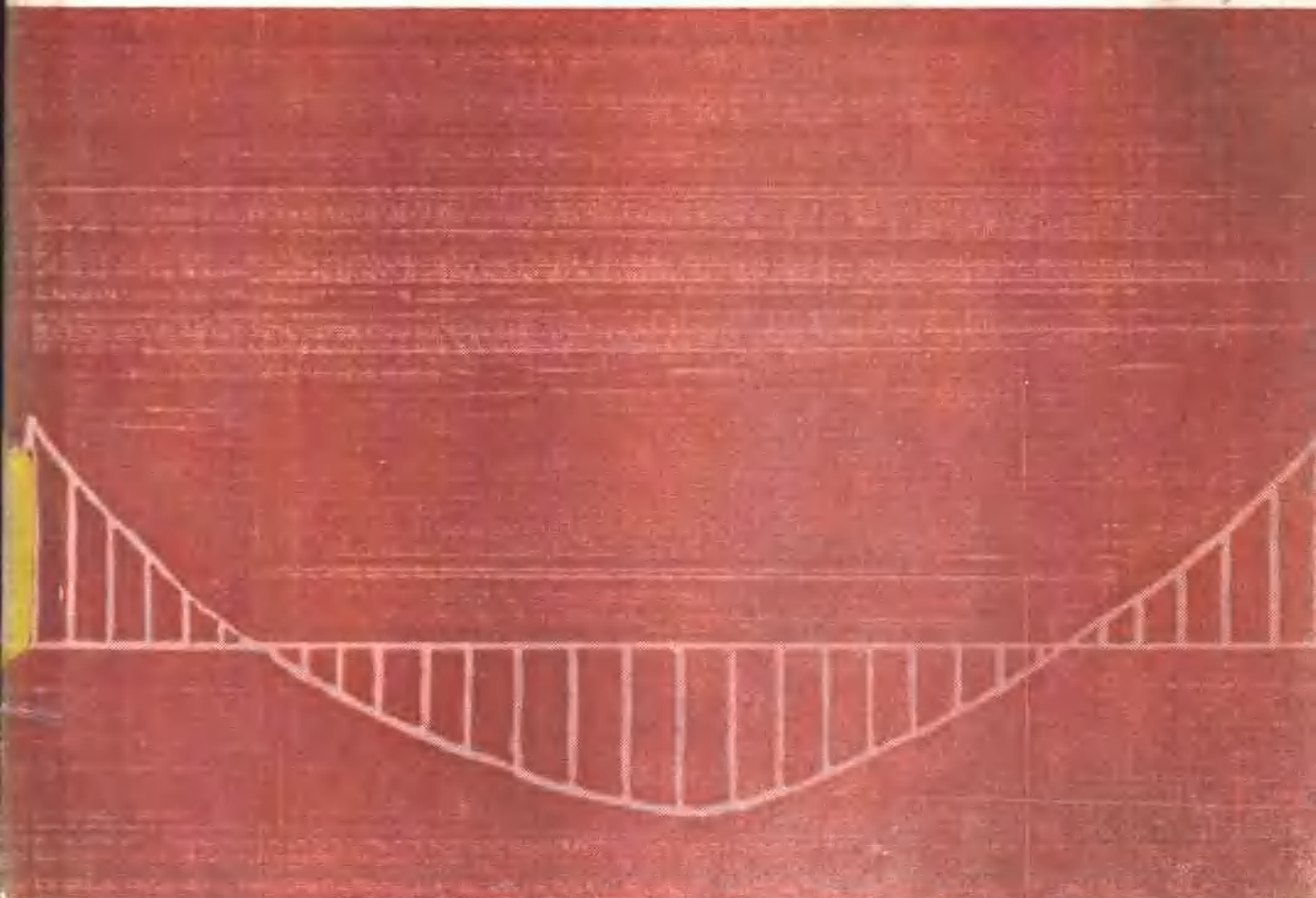


超静定体系近似与简化算法

西安公路学院

曹振熙 译



陕西省基本建设优化研究会

超静定体系近似与简化计算法

Ю·Ц·奥斯特洛敏茨基
Л·П·波尔达耶夫 著

西安公路学院

曹振熙 译

一九八七年十二月

内 容 提 要

本书阐明了建筑设计中最普遍、最复杂的超静定体系近似计算方法，以及最新的简化计算方法。每种算法都举实例予以说明。

本书可供建筑设计人员与工程技术人员参考，亦可作为建筑结构设计培训班教材。

读者意见请寄西安市翠华路西安公路学院409号信箱，省基优会秘书处收
本书仅供内部交流用。

封面设计 曹 普(化工部第六设计院)

ПРИБЛИЖЕННЫЕ И СОКРАЩЕННЫЕ
СПОСОБЫ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ
НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ

Ю. Ц. ОСТРОМЕНИКИЙ
Л. П. ПОРТАЕВ

西安公路学院高级工程师

曹振熙 译

陕西省基本建设优化研究会

目 录

前言

第一章 超静定刚架

第一节 总则	2
一、结构物的简化计算示意图	2
二、用逐次近似法代替所要求解的典型方程	3
第二节 构件刚度的预备知识	5

第二章 计算垂直荷载作用下的刚架

第一节 力矩分配法(H、M别尔纳兹基—H·克罗斯法)	6
一、计算具有固定节点的体系	6
简单刚架	6
连续梁	12
二、计算具有可动节点的体系	14
三、计算对称体系	21
计算对称荷载作用下的对称刚架	23
计算反对荷载作用下的对称刚架	26
四、计算具有阶梯形柱的刚架	31
第二节 迭代法(卡尼法)	35
一、计算被束缚体系	35
二、计算具有可动节点的体系	38
第三节 И·П·巴斯捷纳克法	42
一、计算被束缚的单层刚架	42
二、计算多层多跨刚架	49
第四节 零弯点法	58
第五节 H·П·库兹明法	61

第三章 计算水平荷载作用下的刚架

第一节 零弯点法	66
第二节 悬臂梁法	68
第三节 力矩分配法(H·M·别尔纳兹基—H·克罗斯法)	72

第四节	半刚架法(E·Θ·洛克申—H·H·沙波什尼科夫法)	78
第五节	确定刚架的水平挠度	87
一、	第一近似公式	88
二、	第二近似法(Θ·E·谢加洛夫)	88
三、	第三近似法(H·C·斯特列律茨基)	89
四、	确定挠度的近似方法	90
第六节	互相联系的刚架平面体系计算法	91

第四章 用力矩分配法计算空间刚架

第一节	总则	97
第二节	计算对称刚架	104
一、	计算对称荷载作用下的对称刚架	104
二、	计算反对称荷载作用下的刚架	106

第五章 计算经受温度作用和支座位移的刚架

第六章 弹性地基梁

第一节	计算短刚性梁	117
第二节	计算具有弹性可动支座的弹性地基梁	118

附录 I		121
------	--	-----

附录 II		124
-------	--	-----

前 言

众所周知，在现代的建筑结构设计中，设计工作人员所进行的计算，占整个设计工作很大亦是很重要的一部分。

从经济的观点来看，所采用的结构形式，应能使材料发挥最大的效用；这就使设计者必然会遇到运用过于复杂的计算示意图的问题，处理这样的示意图，其复杂性和繁难性到这种程度，以致使一般设计人员变得无能为力。为了使广大的工程设计人员都熟悉和掌握这些计算方法，减轻设计者的计算工作量，从而有可能设计出切合实际的、经济的、独创性的结构方案。因此，在实际工作中简化计算过程，就显得特别重要。

与出现准确的结构计算方法，即所谓“精确法”的同时，在建筑结构中亦出现了简化与近似的计算方法。

简化与近似法较精确法具有很多优点。这些方法基本上建立在精确法概念的基础上，其有可能使计算过程人为简化，同时所采用的算术运算次数较少，这就意味着其具有较小的概率误差。

简化与近似法有可能很快地估计出在各种不同的荷载作用下，所研究的结构被采用的可能性，比精确法所得出的初审结果效率要高得多。最后，简化与近似法还具有这样的优点，就是说这种计算方法一般工程技术人员都可以掌握。

毫无疑问，按近似法计算结果的准确性与精确法得出的结果是有差别的；不过，这种差别的程度不大，当正确的进行运算时，一般可不考虑这种差别。

严格地说，按精确法计算的真实结构并不存在，因为即使是最有根据的假说，亦规定了某种计算原则，在我们仔细的研究这些原则之后，总可以发现其仍然是近似的，因此，应当用批判的态度来对待所采用的近似方法。

使用更简练的近似法的优越性还表现在，不仅使设计人员的工作减轻，同时还可以缩短设计时间，这就意味着整个建筑物的造价可以获得降低。

本书中著者根据简单、明确而合理的概念，从大量的结构计算——首先是刚架的近似计算方法中，选择一些最适宜的切实可行的方法，这些算法在书中将按照精确程度依次逐个予以阐明，同时还列举了一定数量的实例。

本书中第一章第一节和第二章是И·И·波尔达耶夫写的，其它各章节是Ю·Л·奥斯洛敏茨基写的。

第一章 超静定刚架

第一节 总则

在建筑工程中所采用的刚架，尤其是采用钢筋混凝土结构制作的刚架种类很多。它们包括建筑物中由承重结构构件组成的骨架，可以是构筑的基础，或者是由单独构件组成的结构：刚架立柱、无斜撑桁架等等。

刚架有单层和多层的，以及单跨和多跨的，在这些结构中有刚性的刚架结点，同时亦包括假定的铰接节点，如像横梁与立柱之间的联结点，或者立柱与基础之间的联结点。

刚架可用各种不同的材料制作。可以做成直线形或曲线形的横梁与立柱；如果是钢筋混凝土刚架，可以是整体式和装配式的，亦可以是平面的和空间的。最复杂的刚架是工业建筑所采用的刚架，这些刚架的外形是由施工工艺所决定的。

几乎所有建筑物的承重骨架都是刚架所组成的空间体系。要精确地考虑这些空间受力状况，将会遇到很大的计算困难；因此，采取单独工作的像平面体系一样的横向刚架，作为计算的基础。相邻接的刚架、重力墙、隔墙和楼板的影响，可按照相应的规定考虑。

可是有些刚架结构，还得按照空间体系进行计算。

计算超静定刚架的近似方法很多。似乎每一个国家都有自己经典的计算方法，并且不断补充而日臻完善。例如：在美国惯用的计算刚架的方法是H·克罗斯(H·cross)法和以此法为基础的其它各种改进的方法，在英国R·V·索思韦尔(R·V·southwell)迭弛法(逐步调整法)在法国——C·查依采夫(C·Зайцев)法，在德国——G·卡尼(G·kaNi)法等。在苏联对近似法计算有研究的、主要有下列作者：H·M·别尔纳兹基(H·M·Бернадский)、C·A·罗吉茨基(C·A·рогицкий)П·М·索西思(П·М·сосис)、A·A·格兹涅捷夫(A·A·Грознев)、B·Ч·穆拉谢夫(Мурашев)等。

所有计算刚架的近似和简化法都建立在精确法的基础上。计算过程的简化表现在下述各方面。

一、结构物的简化计算示意图

简化的可能性应该有理论上的根据，同时与所采用的计算方法如：零弯点法、悬臂梁法、列泽尔(Лезер)法等有关。

计算示意图可依据已知结构物的具体特征进行简化。

属于这种简化的计算示意图有：

- 1)用不大于跨长或层高25%的等跨度和等层高的刚架、来代替不等跨度和不等层高的刚架。
- 2)当计算垂直荷载作用下的刚架时，可忽略线位移。
- 3)假如所有建筑物的楼盖有足够的刚性，同时与保证今后不再拆除的山墙(图1)能牢固地连接在一起，则计算水平荷载作用下的刚架时，亦可忽略线位移。

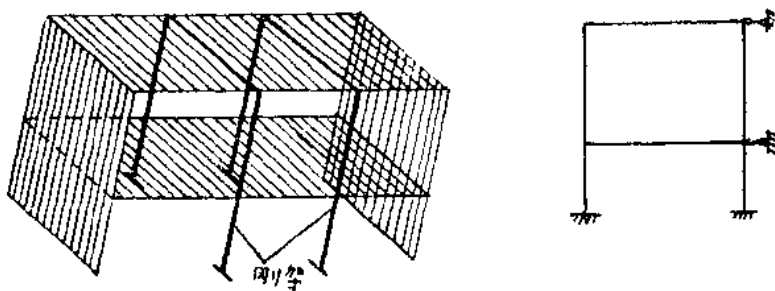


图1

4) 如果某一构件的刚度为其它构件刚度的10~15倍, 则可以近似地假定该构件的刚度与其它构件的刚度相比为无限大。这是可能的, 假若刚架横梁是腹杆桁架, 梁的腹板或者是箱形的侧面时, 则属于此种情况。

5) 当横梁的倾斜度不大于 $\frac{1}{10}$ 时, 可用水平横梁来代替倾斜的或曲折的横梁。

6) 为了获得对称的计算示意图, 可以在不超过跨度 $\frac{1}{10}$ 间距范围内, 搬移某种荷载。

7) 可以用与支座弯矩等效的分布荷载代替集中力等。

二、用逐次近似法代替所要求解的典型方程式

该法是建立在别尔纳兹基-克罗斯法、卡尼法、罗吉茨基法和索西思法等的基础上的。

在选择计算方法时, 著者所遵循的原则是该方法应当概念简明, 合理而且效率要高。

在转到详细地研究简单(个)超静定体系(刚架)实用计算方法之前, 首先概括地研究下列所有计算方法的基本假定和规定:

刚架的所有节点(支座的和非支座的)都用一个数字表示, 刚架中每一根杆用两个数字表示, 这些数字与连接该杆的节点数字相符。例如, 对于图2,a中所画的刚架, 其水平杆可以叫做杆2—3或3—2。

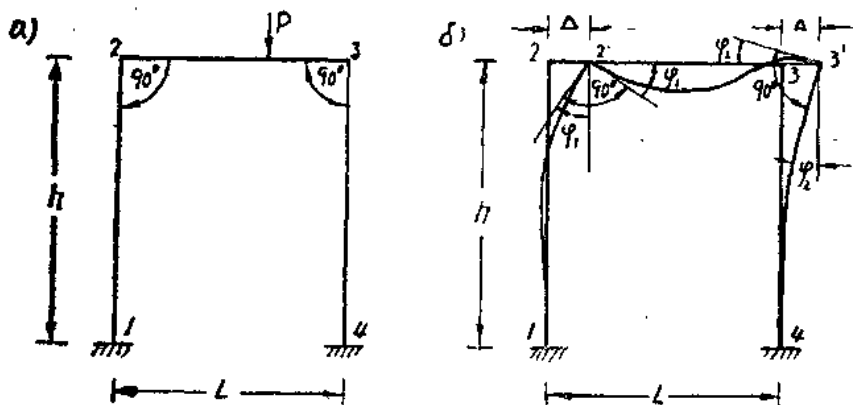


图2

众所周知，在外荷载和温度作用下，或支座下沉时结构物发生变形，亦就是说其中每一个单独构件（更确切地应是构件轴线）改变了本身原来的形状——变弯曲了。

例如，图2a中所画出的π型刚架，在集中力P的作用下变形了，变成图2b所表示的形式。

π型刚架杆轴线在变形前为1—2，2—3和3—4，在弯曲之后其位置是1—2'，2—3'，和3'—4。而节点2和3移动到新的位置2'和3'。

由于变形量的绝对值与整个结构物相比是很小的，因此可以采用下列假定：

1) 杆的变形仅只由弯曲所确定，而忽略纵向（法向）变形和剪力。

2) 变形前直杆的长度采用等于连接此杆弹性线的弦长，即忽略邻近杆端的弯曲。在图2，a中可看出变形前杆2—3的长度为 $L_2 = L$ ，而变形后位置是2'—3'，弦长 $L_2', '仍等于原长，即 $L_2', ' = L$ 。由此可知，节点2和3的水平位移彼此相等。$

3) 各杆之间角度的原值会聚于已知的刚性节点，并不改变。

在图2a所绘的刚架中，会合于节点2的两根杆2—1与2—3之间的夹角，变形前是90°变形后曲线杆2'—1和2'—3的切线之间的夹角仍然是等于90°。由此得出，独立杆的转角会聚于刚性节点，且彼此相等。即杆2—1的转角等于杆2—3的转角。

由此可知，结构物在外荷载和温度作用下，及支座下沉时，除杆弯曲而外，特征点即非支座刚性节点，获得两种形式的位移：角变位（转角的）和线位移。刚架的刚性节点可能位移的数目，在某种程度上取决于几何示意图。我们把刚性节点不可能有线位移的刚架，称为被束缚（非自由）刚架或者称为具有固定节点的刚架。

对于非支座刚性节点，既可能有角变位亦可能有线位移的刚架，称为自由刚架或者称为具有可动节点的刚架。

刚架节点可动性的程度，分别由角向可动度和线向可动度确定。

角变位的数目（角可动性程度）等于非支座刚性节点数的总和。

刚架节点线向可动度（独立的线位移数目）由下列方法确定：

刚性节点的总数包括：支座数目，所采用的铰链数目亦就是用于已知体系的链杆数目。

为了得到体系的自由度，可按下列公式计算算

$$\Pi = 3D - 2m - C_0$$

其中：D—刚体（杆件）的数目，

m—单铰（即联系两个刚体的铰）的数目。如果一个铰联系若干个刚体，则此铰称为复合铰。

C_0 —一支座链杆的数目，这里所指的是固定于土壤中结构构件数目。

复合铰所联系刚体D的次数m等于：

$$m = D - 1$$

例如，图3a所示的刚架，角向可动度等于3，因为刚架有3个非支座刚性节点，为了算出线向可动度，节点应包括全部刚性节点，支座铰和非支座铰。在图3、b所画出的链杆体系中，铰节点附近的符号表示该铰的联系次数。

链杆体系的可动度等于：

$$\Pi = 3 \times 8 - 2 \times 8 - 6 = 2$$

确实，每一层有一个独立线位移。刚架总的可动度等于角向可动度与线向可动度之和，

第二章 计算垂直荷载作用下的刚架

在技术文献中，对于垂直荷载作用下刚架的近似与简化计算方法给予很大的注意，这并非偶然。垂直荷载作用下的计算，主要解决的问题是规定和算出所设计的结构物横截面尺寸。因此，在设计时不仅应当熟练地掌握超静定体系近似与简化计算方法，同时还必须善于选择与各种荷载作用下，结构物示意图有关的最合理的截面尺寸等。

不过，鉴于大多数各种类型的真实结构物，不可能按照一种普遍适用的方法进行计算，因此著者不得不依据前面所阐明的见解，选择几种最简单最实用的刚架近似与简化计算方法。

根据这种选择标准，所提出来的任何一种方法，比经典的计算超静定体系的方法，仅是相对地精确的。我们知道，加满垂直荷载的刚架，不考虑线向可动度，可得出完全错误的最后结果。如果刚架明显看出是对称的或者几乎是对称的，这种错误就小些。如果刚架明显看出是不对称的，其错误就要大得多。在这种情况下，应该采用考虑线位移的方法，即按照力矩分配法(Н·М·别尔纳兹基—Н·克罗斯法)进行计算。

第一节 力矩分配法 (Н·М·别尔纳兹基—Н·克罗斯法)

力矩分配法是一种渐近法，有时在文献中亦称为“逐次近似法”或“逐步求近法”。

这种方法通常用来计算不具有线向可动度的刚架，或者具有不大的线位移的超静定体系。

当结构物具有很大的线位移时，计算的繁难程度显著增加，应用该法计算将遇到较大的困难。为了获得所要求的精确度，必须求解在数量上等于体系线向可动度数目的代数方程式是困难的。因此，所考虑的结构物具有的线向可动度越少，按照力矩分配法计算的效果越好。在开始阐明该法时所研究的体系是不具有线向可动度的，而后我们将进行具有可动节点的体系计算。

一、计算具有固定节点的体系

简单刚架

众所周知，按照任何精确的经典方法，计算超静定刚架之前，必须选择基本体系，然后在此基础上进行计算，选择任何一种“基本体系”与所采用的计算方法有关。

按照力矩分配法计算刚架时，可应用位移(变形)法选择“基本体系”，即对刚架中所有非支座刚性节点加上约束，以阻止其转动。使刚架变成两种型式：具有两个刚性支座或者具有一个刚性支座，另一个是铰支座的超静定单跨梁的组合体。

基本体系中加上已知的外荷载，同时有条理的对于每根超静定梁画出弯矩(M_F)图，把这些图综合在一起。为了减轻绘制弯矩图的工作量，可利用在附录中所列举的现成公式。

按照单根梁所作用的外荷载，算出约束所产生的反力矩^①，此力矩总是趋向于拧转相应

译注：①此反力矩有时亦称为固端力矩。

节点的各杆(梁)端反力矩的代数和不等于零。由此可知, 所得到的反力矩是不同的, 其是不平衡力矩, 该力矩在会合于节点的各杆之间继续进行分配。

会合于已知节点各杆之间的不平衡力矩 M^u , 可依照分配系数 μ_{ik} 按比例进行分配。对于每一根杆的分配系数 μ_{ik} 可根据该杆的刚度系数 K_{ik} 与会合于已知节点各杆刚度系数的总和 ΣK_{ik} 之比值来确定即:

$$\mu_{ik} = \frac{K_{ik}}{\Sigma K_{ik}} \quad (1)$$

的约束。我们把使约束顺时针方向转动的反力矩作为正的。一般情况下, 会合于刚架中一个其中: $ik = 1, 2, 3, 4 \dots n$ 。

单根杆的刚度系数取决于杆的横截面尺寸, 长度以及支座固定情况。对于两端为刚性支座的杆, 刚度系数等于其线刚度① Σi_{ik} 。

$$k_{ik} = \frac{EJ_{ik}}{L_{ik}} = i_{ik} \quad (2)$$

对于一端为刚性支座另一端为铰支座的杆等于

$$k_{ik} = \frac{0.75EJ_{ik}}{L_{ik}} = 0.75i_{ik} \quad (3)$$

会合于已知节点的各杆分配系数之和等于1

$$\mu_{ik} + \mu_{il} + \mu_{im} + \dots + \mu_{in} = 1 \quad (4)$$

由此可见, 传递给每一根杆的平衡主动力矩值 M_{ik} ② 是不平衡反力矩的一部分, 其方向与不平衡力矩相反即:

$$M_{ik} = -\mu_{ik}M^u$$

与平衡力矩出现的同时, 在每根杆(超静定单跨梁)的另一端产生所谓二次约束力矩③ M_{ki} , 其值与转移系数④ m_{ki} 成比例。对于等截面直杆, 且两端为刚性支座时转移系数等于 $m_{ki} = 0.5$ 。此时二次约束力矩 M_{ki} 为:

$$M_{ki} = m_{ki}M_{ik} = 0.5M_{ik}$$

对于同样的杆其一端为刚性支座另一端为铰支座时转移系数等于零(即 $m_{ki} = 0$), 此时二次约束力矩亦为零($M_{ki} = 0$)。

现在我们来举例说明。

例1, 计算图4.a.所示的刚架。

因为所给出的刚架节点不具有线向可动性, 所以按照位移法改为基本体系是很简单的。为此可在两个非支座刚性节点2和4加上附加约束, 以阻止其转动。基本体系如图4.6所示。

然后把已知的外荷载加在基本体系上, 并画出 M_F 图。前面已指出, 在绘制弯矩图时, 对于单跨超静定梁可利用现成的解(附录1)。所画出的 M_F 图如图4.6所示。

对于刚架(基本体系)中每一个节点, 即节点2和4, 算出不平衡反力矩值, 此值等于会合于已知节点各杆反力矩的代数和。一般我们把使节点顺

译注, ①线刚度即延刚度为单位长度上的刚度。

②平衡主动力矩 (M_{ik}) 有时亦称为分配力矩。

③二次约束矩 (M_{ki}) 有时亦称为传递力矩。

④转移系数 (m_{ki}) 有时亦称为传递系数。

时针方向旋转的力矩取作正的。

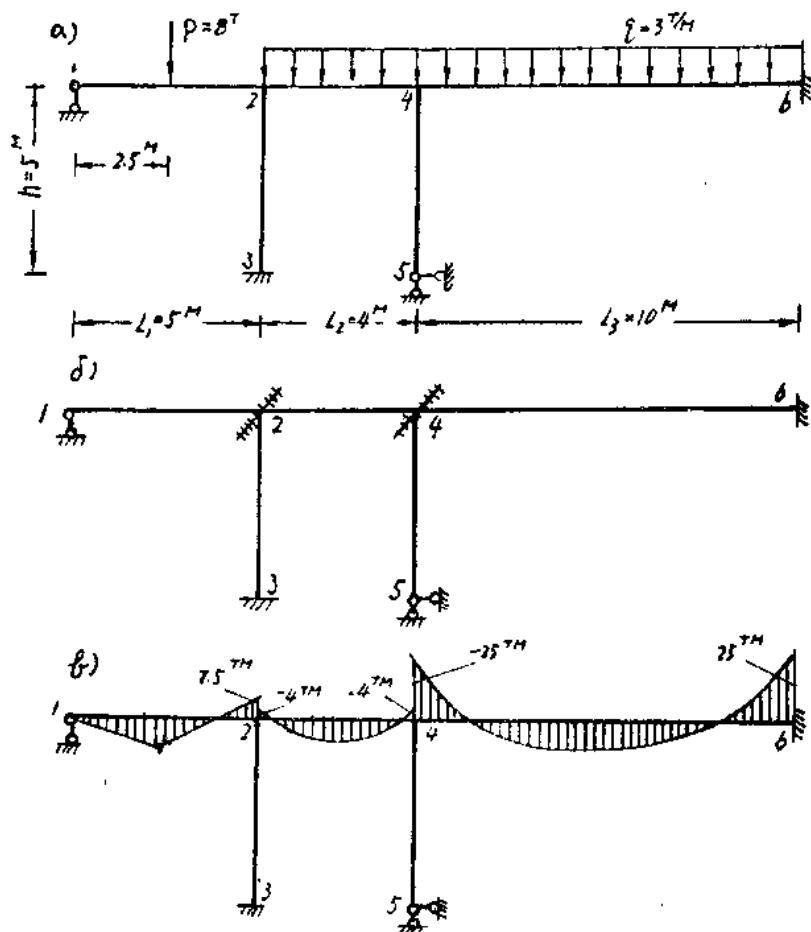


图 4

节点2的不平衡力矩等于：

$$M_{2p}^n = M_{21p} + M_{24p} = 7.5 + (-4) = 3.5^{TM}$$

节点4的不平衡力矩等于：

$$M_{4p}^n = M_{42p} + M_{46p} = 4 + (-25) = -21^{TM}$$

对于刚架中每一根杆按照下列公式算出刚度系数：

对于两端都是刚性支座的杆

$$k_{ik} = \frac{EJ_{ik}}{L_{ik}}$$

对于一端是刚性支座另一端是铰支座的杆

$$k_{ik} = 0.75 \frac{EJ_{ik}}{L_{ik}}$$

因为刚架中所有杆的刚度 EJ_{ik} 都一样，且沿每根杆的长度方向不变，所以可假定其等于1即 $EJ_{ik} = 1$ 。

$$k_{12} = k_{21} = 0.75 \times \frac{1}{5} = 0.15$$

$$k_{23} = k_{32} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$k_{24} = k_{42} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$k_{45} = k_{54} = 0.75 \times \frac{1}{5} = 0.15$$

$$k_{46} = k_{64} = \frac{1}{10} = 0.1$$

按照公式(1)算出分配系数

节点2

$$\mu_{21} = \frac{k_{21}}{k_{21} + k_{23} + k_{24}} = \frac{0.15}{0.15 + 0.2 + 0.25} = 0.25$$

$$\mu_{23} = \frac{k_{23}}{k_{21} + k_{23} + k_{24}} = \frac{0.2}{0.15 + 0.2 + 0.25} = 0.33$$

$$\mu_{24} = \frac{k_{24}}{k_{21} + k_{23} + k_{24}} = \frac{0.25}{0.15 + 0.2 + 0.25} = 0.42$$

节点2分配系数总和等于1即 $0.25 + 0.33 + 0.42 = 1$

节点4

$$\mu_{42} = \frac{k_{42}}{k_{42} + k_{45} + k_{46}} = \frac{0.25}{0.25 + 0.15 + 0.1} = 0.5$$

$$\mu_{45} = \frac{k_{45}}{k_{42} + k_{45} + k_{46}} = \frac{0.15}{0.25 + 0.15 + 0.1} = 0.3$$

$$\mu_{46} = \frac{k_{46}}{k_{42} + k_{45} + k_{46}} = \frac{0.1}{0.25 + 0.15 + 0.1} = 0.2$$

节点4分配系数总和同样等于1即 $0.5 + 0.3 + 0.2 = 1$ 。

之后转为平衡节点的计算。平衡从具有不平衡力矩绝对值最大的节点开始为宜。在本例中，节点4所作用的不平衡力矩最大，因此从此点开始平衡。

为此暂时解除节点4的约束，并附加上集中力矩，其值与不平衡力矩 M_{4P}^n 值相等，但方向相反。把所施加的力矩在三根杆4—2，4—5和4—6之间依照分配系数按比例进行分配。

由此可知，每一根杆所承受的弯矩具有下列值：

$$M_{42} = -\mu_{42} M_{4P}^n = -0.5 \times (-21) = 10.5^{tM}$$

$$M_{45} = -\mu_{45} M_{4P}^n = -0.3 \times (-21) = 6.3^{tM}$$

$$M_{46} = -\mu_{46} M_{4P}^n = -0.2 \times (-21) = 4.2^{tM}$$

这三根杆的另一端所产生的二次约束力矩 M_{21} 为：

$$M_{2,4} = m_{2,4} M_{2,2} = 0.5 \times 10.5 = 5.25^{\text{TM}}$$

$$M_{5,4} = m_{5,4} M_{4,5} = 0 \times 6.3 = 0$$

$$M_{6,4} = m_{6,4} M_{4,6} = 0.5 \times 4.2 = 2.1^{\text{TM}}$$

然后画出不平衡弯矩 M_{4p}^H 的力矩分配图(图5a)

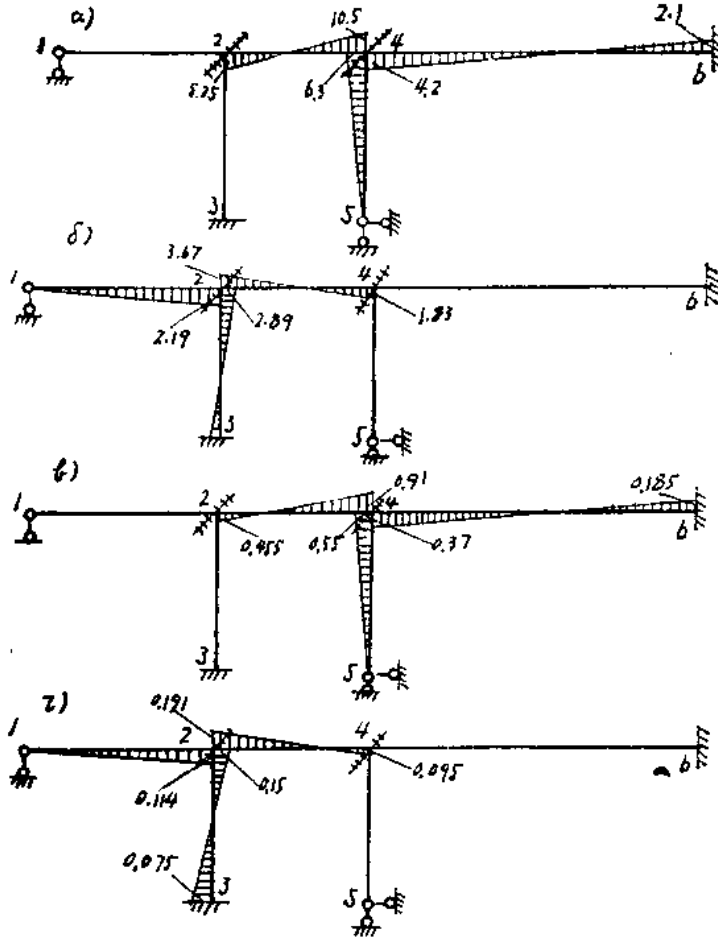


图 5

现在来平衡节点2。

在节点4进行平衡之后，节点2的不平衡力矩 M_2^H 为外荷载所产生的不平衡力矩 $M_{2,2}^H$ 与节点4平衡过程中传给杆2—4的二次力矩 $M_{2,4}$ 之和即：

$$M_2^H = M_{2,2}^H + M_{2,4} = 3.5 + 5.25 = 8.75^{\text{TM}}$$

节点2的平衡过程与节点4的平衡没有任何区别，像平衡节点4一样，会合于节点2的各杆力矩值可按下列方法计算：

$$M_{2,1} = -\mu_{2,1} M_2^H = -0.25 \times 8.75 = -2.19^{\text{TM}}$$

$$M_{2,3} = -\mu_{2,3} M_2^H = -0.33 \times 8.75 = -2.89^{\text{TM}}$$

$$M_{2,4} = -\mu_{2,4} M_2^H = -0.42 \times 8.75 = -3.67^{\text{TM}}$$

二次约束力矩为：

$$M_{12} = 0$$

$$M_{32} = m_{32} M_{23} = 0.5 \times (-2.89) = -1.44^{\text{TM}}$$

$$M_{42} = m_{42} M_{24} = 0.5 \times (-3.67) = -1.83^{\text{TM}}$$

节点2平衡之后画出力矩分配图(图5.6)。

从所画的力矩分配图中可以看出，结点4又作用了不平衡力矩，其值等于二次约束力矩 $M_{42} = 1.83^{\text{TM}}$ ，可把此力矩在杆4—2，4—5和4—6之间再次进行分配。

根据不平衡力矩 $M_{42}^H = -1.83^{\text{TM}}$ ，算出会合于节点4的各杆分配力矩值：

$$M'_{42} = -\mu_{42} M_{42}^H = -0.5 \times (-1.83) = 0.91^{\text{TM}}$$

$$M'_{45} = -\mu_{45} M_{42}^H = -0.3 \times (-1.83) = 0.55^{\text{TM}}$$

$$M'_{46} = -\mu_{46} M_{42}^H = -0.2 \times (-1.83) = 0.37^{\text{TM}}$$

二次约束力矩为：

$$M'_{24} = m_{24} M'_{42} = 0.5 \times 0.91 = 0.455^{\text{TM}}$$

$$M'_{54} = 0$$

$$M'_{64} = m_{64} M'_{46} = 0.5 \times 0.37 = 0.185^{\text{TM}}$$

画出节点4，第二次平衡后的力矩分配图(图5.6)。从图中看出，节点2又一次作用了不平衡力矩，其值 $M_{24}^H = 0.455^{\text{TM}}$ 。

为此对节点2进行第二次力矩平衡。

与上面一样，算出会合于节点2的各杆2—1，2—3和2—4之间的弯矩为：

$$M'_{21} = -\mu_{21} M_{24}^H = -0.25 \times 0.455 = -0.114^{\text{TM}}$$

$$M'_{23} = -\mu_{23} M_{24}^H = -0.33 \times 0.455 = -0.15^{\text{TM}}$$

$$M'_{24} = -\mu_{24} M_{24}^H = -0.42 \times 0.455 = -0.191^{\text{TM}}$$

二次约束力矩为：

$$M'_{12} = 0$$

$$M'_{32} = 0.5 \times (-0.15) = -0.075^{\text{TM}}$$

$$M'_{42} = 0.5 \times (-0.191) = -0.095^{\text{TM}}$$

节点2第二次平衡后画出力矩分配图(图5.6)。

显然，理论上的平衡过程可以一直进行下去；而实际上往往进行二到三次平衡就足够了，因为此时结点的闭合差已是很小了，计算到此结束。

为了得出该刚架的最后弯矩图(图6)应把外荷载作用下基本体系的弯矩图与循环平衡过

程中所画出来的全部弯矩图中的弯矩进行代数相加。对于本例来说,可把图4和图5中所画的弯矩进行代数相加而得最后弯矩图,如图6所示。

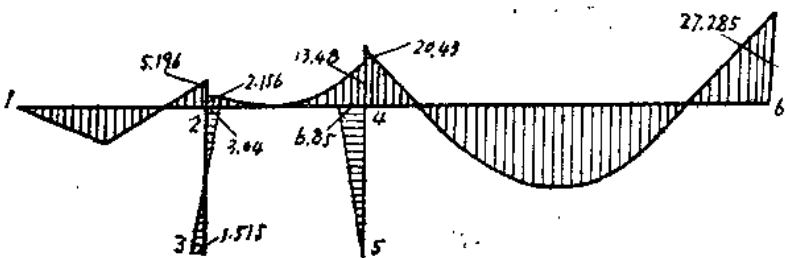


图 6

为了使超静定体系的计算方法更简明起见,节点的平衡亦可按表格进行。其格式与运算顺序如表1所示。

表 1

节 点	1	2			3	4			5	6	
杆	1—2	2—1	2—3	2—4	3—2	4—2	4—5	4—6	5—4	6—4	
刚 度 系 数 k_{ik}	0.15	0.15	0.2	0.25	0.2	0.25	0.15	0.10	0.15	0.10	
分 配 系 数 μ_{ik}	1	0.25	0.33	0.42	1	0.50	0.30	0.20	1	1	
不平衡力矩 (T^M)	—	$M_{2P}^u = 3.5$			—	$M_{4P}^u = -21$			—	—	
外荷载作用下的 固端力矩 (T^M)	0	7.5	0	-4	0	4	0	-25	0	25	
平 衡 节 点	4	0	0	0	5.25	0	10.5	6.3	4.2	0	2.1
	2	0	-2.19	-2.89	-3.67	-1.44	-1.83	0	0	0	0
	4	0	0	0	0.455	0	0.91	0.55	0.37	0	0.185
	2	0	-0.114	-0.15	-0.191	-0.075	-0.095	0	0	0	0
最后弯矩值(吨米)	0	5.196	-3.04	-2.156	-1.515	13.485	6.85	-20.43	0	27.285	
闭 合 差 %	-	-	-	-	-	-	-	0.46%	-	-	

连续梁

在计算连续梁时节点平衡法效果最好:因为连续梁不具有线向可动性,而且每一个节点(中间支座)只联系两根杆。

计算连续梁的步骤与简单刚架计算没有任何区别,因此可以直接转到连续梁实例的计算。

例 2, 计算三跨连续梁, 外荷载如图 7 a 所示。各跨梁刚度都一样, 且等于常数即 $EJ_1 = EJ_2 = EJ_3 = \text{常数}$ 。