# 微積概要

國立中山大學理學院院長
何衍璿
國立中山大學數學系助教
李銘槃 苗文綏
合編

國立編譯館

中華民國二十五年三月初版

(52241·3)

微積概要一册

每册定價國幣貳元捌角

外埠酌加運費匯費

編纂者 國立中山大學數學系助教 李銘槃

國立中山大學理學院院長 何衍璿

國立中山大學數學系助教 苗文綏

出版者 國立編譯館

發行人 王雲五 上海河南路

印刷所 商務印書館 上海河南路

發行所 商務印書館 上海及各埠

周

三七三上

# 序

慨自歐風東漸,國人乃銳志科學之提倡.年來講求研究,致力未遑.惟實利之見太深,祇顧實用,忽略原理.積習相沿,遂致多數學子,徒知倣效,眞諦莫明,模糊强記,不能推究.長此因循,繩人步武,文化邁進,永不可期.言之良堪浩歎.同人等有見及此,輒思有所矯正,爰編微積概要一書,內容採擇,務求精審.原理闡發,必期詳明.全書共分十二章,章分節,以I, II, III,……記其序,節分目,以1, 2, 3,……識其別.提綱挈領,俾讀者易於明瞭.代數幾何二門,於此亦有相當之顧及,故可作爲初等微積學與普通數學之教本或參考書籍.惟倉卒付梓,舛誤深恐不免.尙望海內賢達,進而匡正之,幸甚.

民國廿四年春

編者識於國立中山大學理學院

# 目錄

## 第一章 函數極限及連續



## 第二章 級數

## 第三章 引數及微分

## 第四章 原函數及積分

## 第五章 函數展成級數及整級數之性質

## 第六章 未定形式



## 第七章 函數之變值

## 第八章 多變數之函數

## 第九章 積分方法

## 第十章 平面幾何應用

## 第十一章 二重積分及三重積分

# 第十二章　微分方程式概要

# 第一章

## 函數，極限及連續

### I. 大綱

1. 函數 (Function).

設有兩變數量，其中一值視其他之值而變，則謂此中一數量為其他數量之函數．如設其一數量任意變更，則此數量名為自變數 (Independent Variable). 玆以 $x$ 表自變數，而設其由一數 $a$ 變至一數 $b(a<b)$，且經過 $a, b$ 中一切之值．又令 $y$ 為他一變數，其與 $x$ 之關係如下：當 $x$ 為 $a, b$ 中之一值或等於 $a, b$ 時，$y$ 有一確定 (Determined) 之值與 $x$ 之值對應，則謂在間隔 (Interval) $(a, b)$ 內，$y$ 為 $x$ 之函數，而以方程式 $y=f(x)$ 表此二數之相關．

例——無論 $x$ 為何值，多項式 $f(x)$ 常為 $x$ 之函數．在間隔 $(-1,+1)$ 內，$\sqrt{1-x^2}$ 為 $x$ 之函數．

2. 極限 (Limit).

極限之意義如下：

(其一) 設在間隔 $(a, b)$ 內，$f(x)$ 為 $x$ 之函數，$x_0$ 為間

隔內之一值.如謂函數$f(x)$於$x=x_0$時之極限爲$A$,意卽任與一正數$\varepsilon$,可得一正數$\alpha$與之對應,使不等式$|h|<\alpha$產生不等式$|f(x_0+h)-A|<\varepsilon$〔設$x_0+h$屬於間隔$(a, b)$之值〕.

(其二) 設$x$之絕對值大於一正數$a$時,$f(x)$爲$x$之函數.如謂函數$f(x)$於$x=+\infty$時之極限爲$A$,意卽任與一正數$\varepsilon$,可得一正數$B$與之對應,使不等式$|x|>B$產生不等式$|f(x)-A|<\varepsilon$.此定義可用於$x=-\infty$時之情形.

例——當$x$爲無窮時,函數$\frac{1}{x}$之極限爲零.蓋以不等式$|x|>\frac{1}{\varepsilon}$產生不等式$\left|\frac{1}{x}\right|<\varepsilon$,卽可令$B=\frac{1}{\varepsilon}$故也.

(其三) 除$x=x_0$外,設在間隔$(a, b)$內,$f(x)$爲$x$之函數.如謂函數$f(x)$於$x=x_0$時爲無窮,意卽任與一正數$A$,可得一正數$\alpha$與之對應,使不等式$|h|<\alpha$產生不等式$|f(x_0+h)|>A$.

例——當$x=1$時,函數$\frac{1}{x-1}$爲無窮.蓋因除$x=1$外,無論$x$爲何值,$\frac{1}{x-1}$均爲$x$之函數.若令$x=1+h$,則不等式$|h|<\frac{1}{A}$產生不等式$\left|\frac{1}{h}\right|>A$,卽可令$\alpha=\frac{1}{A}$故也.

(其四) 設$x$之絕對值大於一正數$a$時,$f(x)$爲$x$之函數.如謂函數$f(x)$於$x=+\infty$時爲無窮,意卽任與一正